

1- Généralités

La rhéologie vient du grec :

RHEO : couler et **LOGOS** : étude.

Littéralement, la science de l'écoulement, c'est une branche de la physique qui étudie la déformation d'un corps soumis à des contraintes.

Dans la pratique, la rhéologie est une extension des disciplines telles que l'élasticité et la mécanique des fluides newtoniens, aux matériaux dont le comportement mécanique ne peut être décrit par ces théories classiques.

2- Les grandes classes de comportement

L'allure qualitative de la réponse des matériaux à quelques essais simples permet de les ranger dans des classes bien définies. Ces comportements "**de base**", qui peuvent être représentés par des systèmes mécaniques élémentaires, sont l'élasticité, la plasticité et la viscosité. Le point au-dessus d'une variable désigne la dérivée temporelle :

2-1 Elasticité

La relation d'élasticité se traduit par une déformation essentiellement réversible. On parle d'élasticité parfaite lorsque la transformation est entièrement réversible et qu'il existe une relation biunivoque entre les paramètres de charge σ et de déformation ϵ .

Le ressort qui symbolise l'élasticité linéaire parfaite, pour laquelle la déformation est entièrement réversible lors d'une décharge un Ressort de caractéristique E . La contrainte σ est proportionnelle à la déformation ϵ et de même signe. Il simule l'élasticité idéale linéaire. Modèle de solide élastique de Hooke $\sigma = E\epsilon$, avec $E \geq 0$.

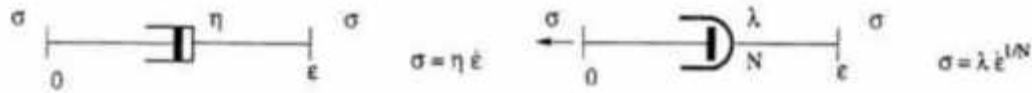


Ce modèle convient bien pour les métaux, les sols, les roches et les bétons lorsque les sollicitations sont faibles (la limite d'élasticité n'est pas dépassée).

2-2- Viscoélasticité

La réponse est fonction de la vitesse d'application de la sollicitation. Il existe des résistances visqueuses qui font que pour un paramètre de déformation fixé ϵ , le paramètre de chargement σ est une fonction croissante de la vitesse d'application de la déformation ϵ' .

L'amortisseur, qui schématise la viscosité, linéaire ou non linéaire. La viscosité est dite pure s'il existe une relation biunivoque entre la charge et la vitesse de chargement. Amortisseur de caractéristique η . La contrainte σ est proportionnelle à la vitesse de déformation ϵ' et de même signe. Il ne peut qu'absorber de l'énergie et simule la viscosité normale dite de Newton. Modèle de fluide newtonien $\sigma = \eta\epsilon'$, avec $\eta \geq 0$




Les applications sont les polymères, le caoutchouc et le bois si la sollicitation n'est pas trop élevée.

2.3 Modèles rhéologiques viscoélastiques

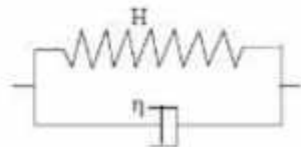
Il est possible d'envisager un modèle plus complet en associant un ressort et un amortisseur.

- **Modèle de Maxwell** : Ce modèle regroupe un amortisseur et un ressort en série, l'équation du modèle est :

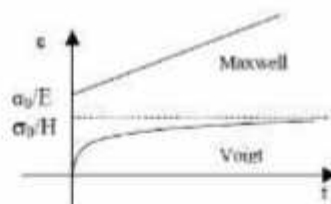


$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta}$$

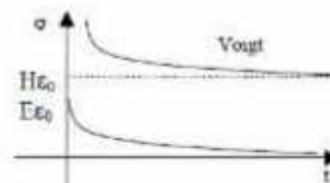
- **Modèle de Voigt** : Ce modèle regroupe un amortisseur et un ressort en parallèle, l'équation du modèle est :



$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} + H \epsilon$$



a. En fluage



b. En relaxation

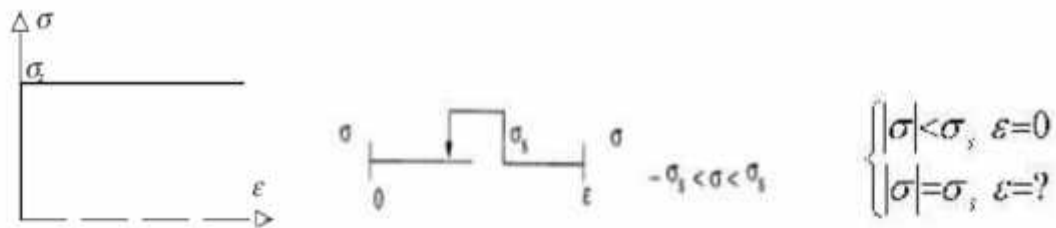
Réponses des modèles Viscoélastiques de Maxwell et Voigt

2-4- Elastoplasticité

Ce phénomène traduit l'apparition de déformations irréversibles lorsque la charge est suffisamment grande. Il faut dépasser le seuil de plasticité. Ainsi, après cessation des sollicitations, on constate des déformations permanentes stables. Le temps n'est pas une variable de l'état de déformation. Ce comportement admet plusieurs formes.

2-4-1 Solide rigide parfaitement plastique

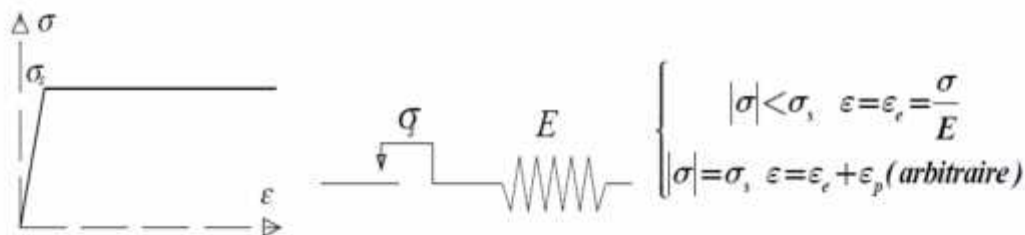
En deçà du seuil de plasticité, la déformation est nulle. Dès que l'on a atteint le seuil σ_s , σ_y , σ_0 , appelé contrainte d'écoulement, la valeur de la déformation est arbitraire, quelle que soit la vitesse de déformation. Le modèle analogique associé est le **patin**.



- **Le patin**, qui modélise l'apparition de déformations permanentes lorsque la charge est suffisante. Si le seuil d'apparition de la déformation permanente n'évolue pas avec le chargement, le comportement est dit plastique parfait. Si, de plus, la déformation avant écoulement est négligée, le modèle est rigide-parfaitement plastique. On trouve les applications en mécanique des sols et en mise en forme des métaux.

2-4-2 Solide élastique linéaire parfaitement plastique

En deçà σ_s du seuil de plasticité, le comportement est élastique linéaire. Au-delà, on retrouve le comportement précédent. On associe le modèle rhéologique de Saint-Venant à ce comportement.



Ce type de comportement permet de traiter des problèmes d'analyse limite (rupture des géomatériaux, ruine d'une structure par rotule plastique ...).

Pour caractériser ce modèle, il faut considérer une fonction de charge F dépendant de la seule variable s , et définie par : $F(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y$.

Le domaine d'élasticité correspond aux valeurs négatives de F , et le comportement du système se résume alors aux équations suivantes :

- domaine d'élasticité si : $F < 0$ ($\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e = \dot{\sigma} / E$)
- décharge élastique si : $F = 0$ et $F' < 0$ ($\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e = \dot{\sigma} / E$)
- écoulement plastique si : $F = 0$ et $F' = 0$ ($\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^p$)