Histoire des Mathématiques

Arroud Chemseddine
Université de Jijel

Chapitre 1: Introduction + Les origines

- **Le mot « mathématiques » vient du grec *μαθήματα* «Mathêmata» qui est son pluriel et qui expliquerait peut être pourquoi aujourd'hui encore la discipline se désigne par son pluriel.**

Le mot « mathêma » signifiait le fait d'apprendre tout comme sa résultante : la connaissance et la science.

Il est plus spécifiquement associé à l'astronomie, à l'arithmétique et à la musique.

- **Les mathématiques sont cette science dont le sujet est unique par rapport aux autres sciences. Elle est spécifiquement spécifique à la quantité, à la fois dans ses types séparés et continus. Le premier type est appelé nombre et le second est appelé espace, mouvement et temps.**

1.1 Histoire des maths :

L'histoire des mathématiques est la séquence d'idées et de théories mathématiques, commençant par les perceptions humaines des anciennes civilisations orientales, en passant par les Grecs anciens, et atteignant les temps modernes et contemporains, où les mathématiques se sont progressivement débarrassées de leurs principes expérimentaux et sont devenues abstraites.

Pourquoi et l’importance :

1- Supprimer la croyance selon laquelle les mathématiques sont une science complexe et fermée.

2- Étudier les étapes traversées par les mathématiques en fonction des obstacles rencontrés par les scientifiques dans l'élaboration de leurs théories.

- **3- Introduire la dimension civilisationnelle et culturelle de l'environnement dans lequel les mathématiques sont nées.**
- **4- Introduire ces concepts dans un cadre global d'autres sciences et étudier comment les utiliser.**

- **1.2 Les premières traces :**

- **Il y a dix mille ans de cela, l’homme invente l’agriculture : il se met à cultiver et à élever, et ne vit plus seulement des hasards de la cueillette et la chasse. Il devient sédentaire et s’attache à sa terre.**
- **En plusieurs endroits de la planète, ce changement cause un vrai bouleversement : entre le VIe et le IIe millénaire avant notre Ère, plusieurs grandes sociétés organisées prennent forme, en Mésopotamie, en Égypte, en Chine et en Inde. Des bribes de civilisations apparaissent également en Amérique du Sud.**

- **L’écriture apparaît dans les civilisations mésopotamienne, égyptienne et chinoise vers 3000 avant J.-C. C’est également dans ces trois civilisations que l’on trouve les premières traces d’existence de techniques mathématiques : les premiers systèmes de numération et les méthodes de calculs qui en permettent la manipulation servent à la gestion (gestion du calendrier, gestion des réserves, transactions commerciales, collecte des impôts...) tandis qu’une géométrie élémentaire permet de résoudre les questions de mesure (volumes de grain et aire des champs, problèmes liés à la construction d’édifices...)**

- **Les techniques mathématiques utilisées dans ces trois civilisations possèdent plusieurs points communs. D’une part, elles sont mises en œuvre pour résoudre les mêmes types de problème pratique. Ensuite, leur usage est réservée à l’élite administrative. Enfin, la forme de ces mathématiques est celle d’un ensemble de procédures présentées sur des exemples numériques concrets ; aucun concept général n’est dégagé, aucun formalisme n’est utilisé ; les procédures ne sont ni décrites de façon générale, ni démontrées.**

La plus ancienne trace de calcul numérique a été trouvée au Swaziland. Il s'agit d'un péroné de babouin datant de 35 000 ans avant J.-C. et portant 29 encoches.

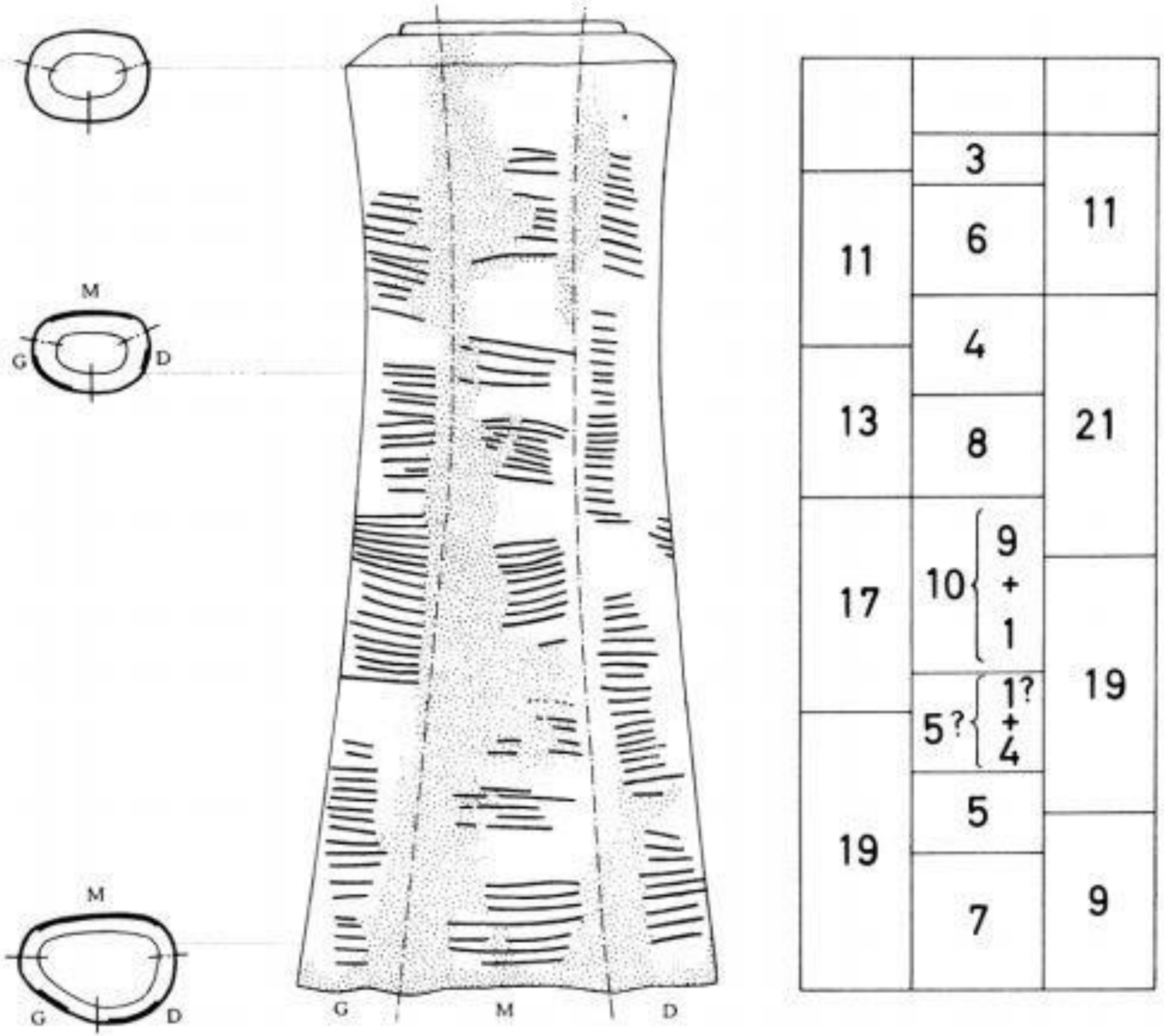
le calendrier lunaire et la prévision de la pleine lune (pour des raisons religieuses ou pour pouvoir chasser de nuit).
L'agriculture quant à elle est attestée vers 10 000 avant J.-C. et l'écriture vers 3000 avant J.-C.

L' os d'Ishango a été trouvé en Afrique.
Il présente des encoches régulièrement réparties sur trois colonnes de 10 cm.

- 18000

Plusieurs historiens des Mathématiques l'ont présenté comme un premier calendrier ou comme une règle graduée.

Préhistoire des Mathématiques



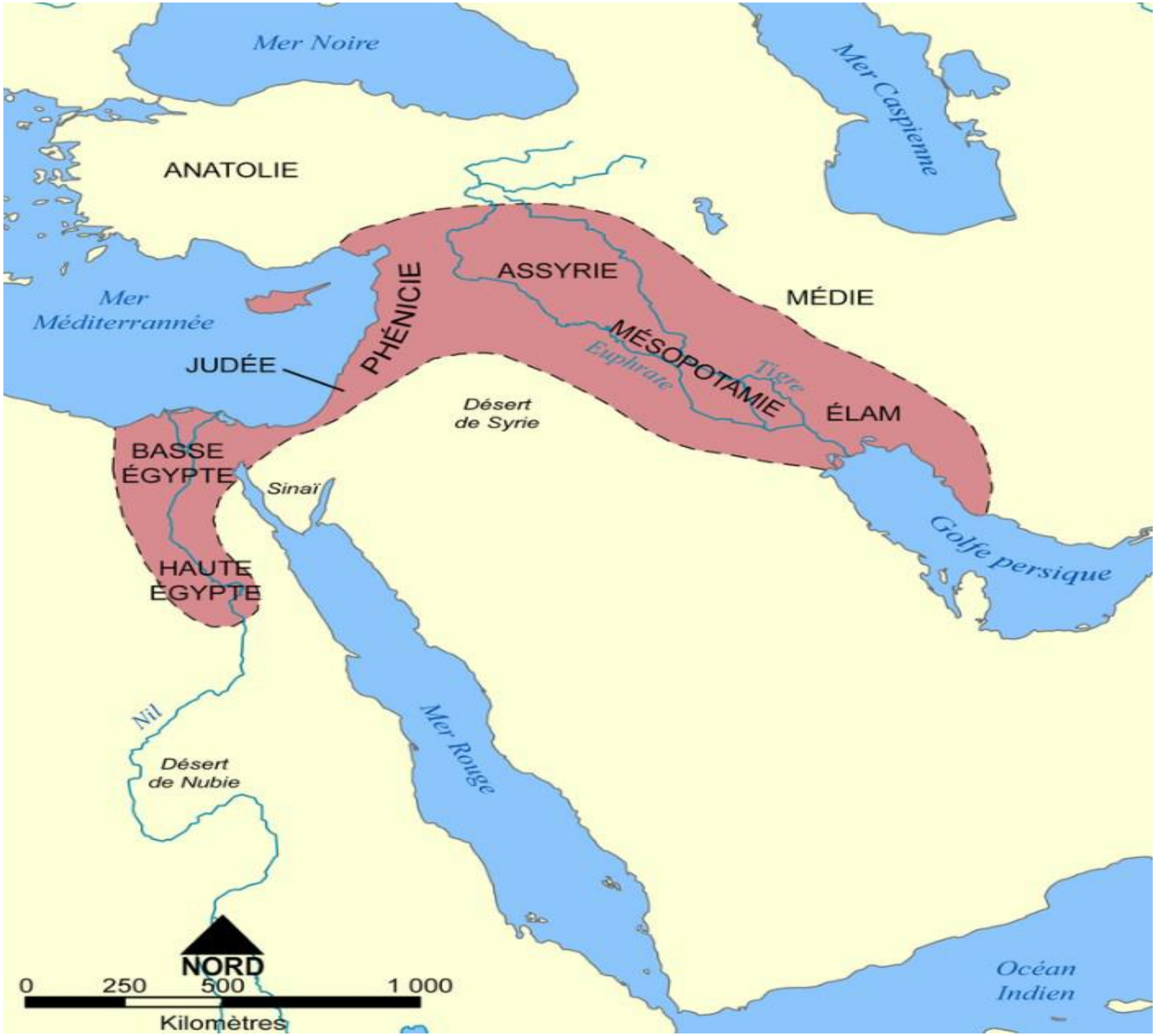
M
G
D
M
G
D
G
M
D
3
11
6
11
4
13
8
21
17
10
9
+
1
19
5?
1?
+
4
19
5
7
9

Chapitre 2: Les Mathématiques Babyloniennes

2.1 La civilisation mésopotamienne

L'***écriture*** apparaît dans les civilisations mésopotamienne (localisées dans le croissant fertile, entre le Nil, le Jourdain, l'Euphrate et le Tigre), égyptienne (époque des Pharaons, écriture hiéroglyphique) vers 3000 avant J.-C (vers -1500 pour l'écriture chinoise).

Il s'agit du passage de la Préhistoire à l'Histoire. Cette apparition correspond à un niveau de vie élevé et une société hiérarchisée. La structuration en classes distinctes, permet à la classe dirigeante de se dégager des lourds travaux et de s'adonner à ***l'observation*** et à la ***réflexion désintéressée,***

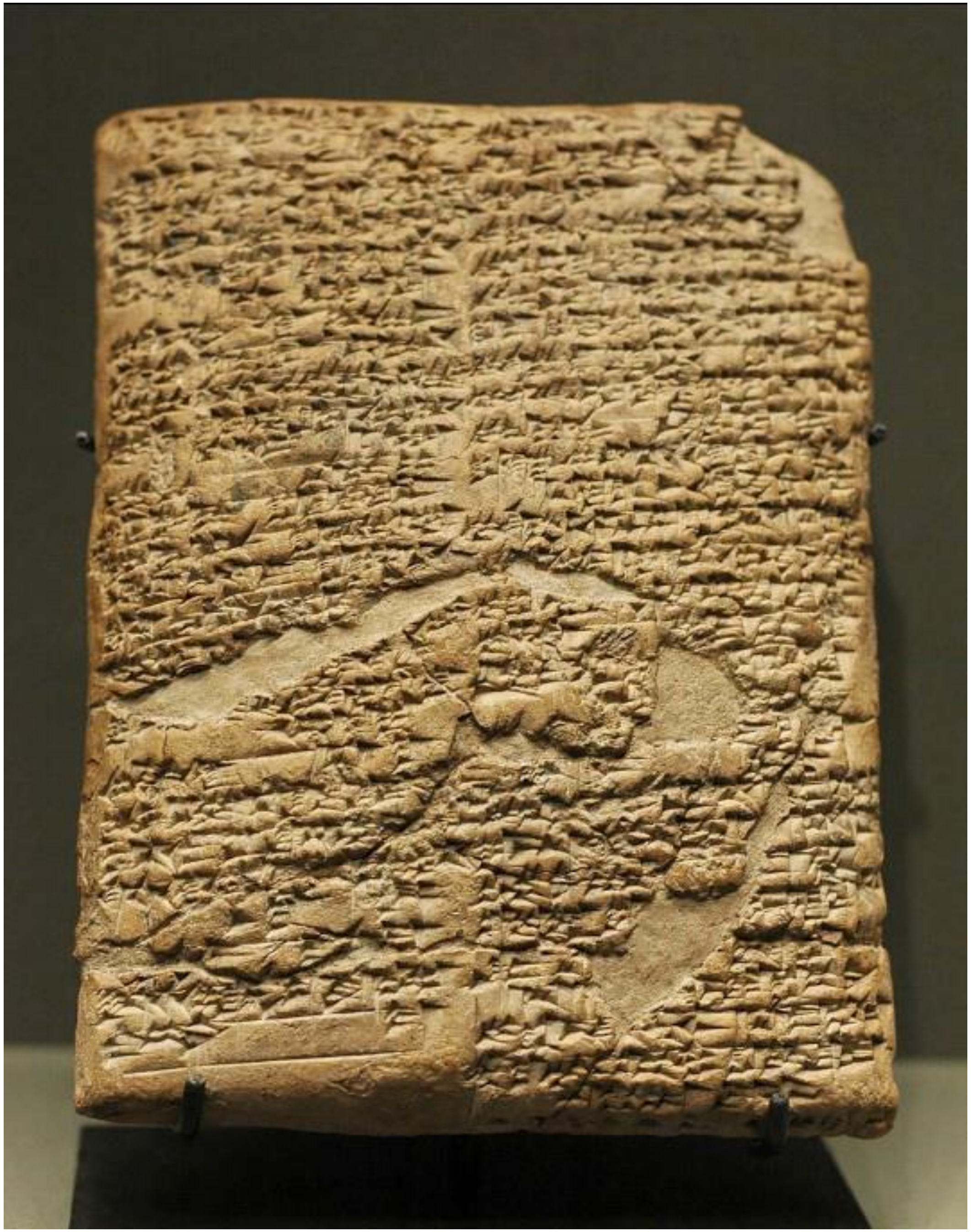

Mer Noire
Mer Caspienne
ANATOLIE
ASSYRIE
MÉDIE
Mer Méditerrannée
PHÉNICIE
JUDÉE
MÉSOPOTAMIE
Euphrate
Tigre
ÉLAM
Désert de Syrie
BASSE ÉGYPTE
Sinaï
HAUTE ÉGYPTE
Golfe persique
Nil
Désert de Nubie
Mer Rouge
NORD
0
250
500
1 000
Kilomètres
Océan Indien

. L’homme a donc sans doute appris a compter avant de savoir lire et écrire.

. Les premiers systèmes de numération et les méthodes de calculs qui en permettent la manipulation servent à la gestion (gestion du calendrier, gestion des réserves, transactions commerciales, collecte des impôts...)

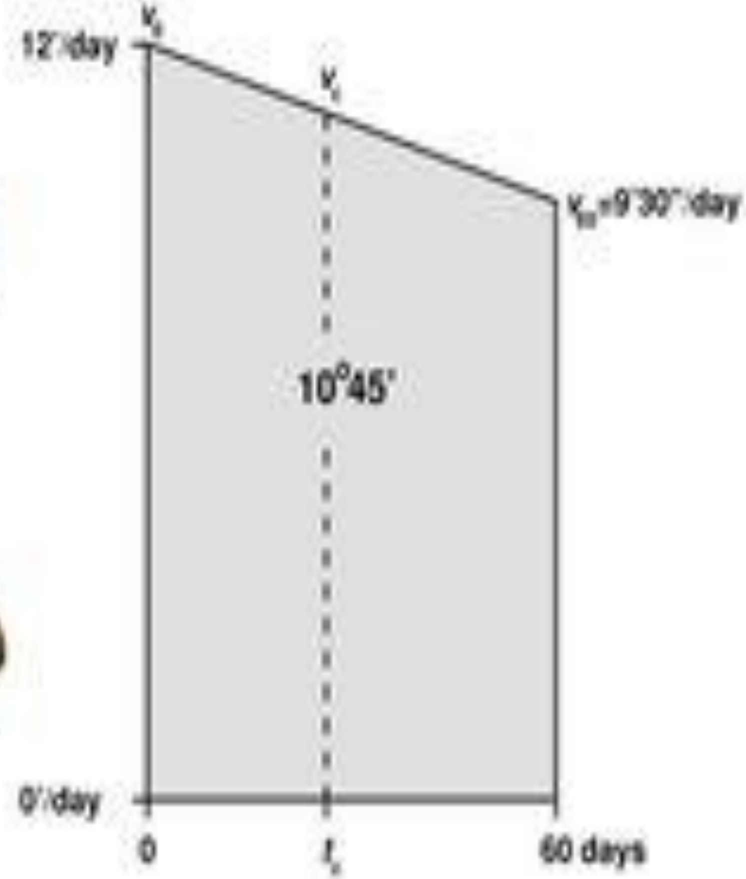
يُعد اكتشاف الكتابة أهم الإنجازات البشرية على الإطلاق، فهي التي سمحت بتراكم المعرفة والمعلومات عبر الأجيال مما مهد للبشرية الخروج من بدائيتها الأولى إلى الثورة العلمية والحضارية التي نعيشها الآن. ويذكر لنا التاريخ أن الكتابة ظهرت أول ما ظهرت على أرض العراق في الألفية الرابعة قبل الميلاد، حيث استخدم السومريون ما يعرف بالخط المسماري لتدوين كتاباتهم على ألواح من الطين المجفف.

وقد أتت معرفتنا بالرياضيات البابلية من ألواح طينية اكتشف منها حتى الآن 400 لوح منذ عام 1850م، وقد كُتبت بالخط المسماري. يرجع تاريخ معظمها إلى الفترة بين 1800ق.م و 1600ق.م، وغطت مواضيع تتناول الكسور والجبر والمعادلات التربيعية والتكعيبية ونظرية فيثاغورس.



Tablette de copie du code d'Hammurabi (XVIIIe siècle av. J.-C.), sans doute antérieure à la rédaction de la stèle. Musée du Louvre.

Text B (BM 34757)



Les tablettes examinées par Mathieu Ossendrijver montrent une seconde application de ces trapèzes. Les Babyloniens y ont étudié le mouvement de Jupiter sur une période de 60 jours et étaient intéressés par une date particulière, celle où Jupiter était à mi-chemin de son parcours sur cet période. Comme la vitesse de déplacement de Jupiter varie, ce point n'est pas atteint au 30e jour. Pour le déterminer, les Babyloniens utilisent l'astuce suivante. Le trapèze est divisé en deux trapèzes avec des aires égales. La ligne de séparation entre les trapèzes indique la date où le point de mi-parcours est atteint. Cette méthode de partage du trapèze est attestée dans des textes mathématiques plus de mille ans plus anciens, souvent avec des figures représentant le fameux trapèze.

2.2 Le système de numération mésopotamien

Les Mésopotamiens avaient deux systèmes de numération. Le premier, utilisé dans la vie quotidienne, consistait à grouper les unités par paquets de 10, 60, 100, 600, 1000 et 3600. Le second système, appelé « *système sexagésimal* », était utilisé dans les textes mathématiques et reposait sur l'utilisation de la base soixante.

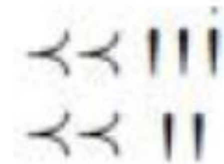
13 509 = 225 .60 + 9
puis 225 = 3 .60 + 45

13 509 = 3.602 + 45.60 + 9

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
𒌋	𒑆	𒑄	𒑂	𒐋	𒐊	𒐉	𒐈	𒈫	𒁹	0
𒎙	𒌋𒑆	𒌋𒑄	𒌋𒑂	𒌋𒐋	𒌋𒐊	𒌋𒐉	𒌋𒐈	𒌋𒈫	𒌋𒁹	10
𒌍	𒎙𒑆	𒎙𒑄	𒎙𒑂	𒎙𒐋	𒎙𒐊	𒎙𒐉	𒎙𒐈	𒎙𒈫	𒎙𒁹	20
𒐏	𒌍𒑆	𒌍𒑄	𒌍𒑂	𒌍𒐋	𒌍𒐊	𒌍𒐉	𒌍𒐈	𒌍𒈫	𒌍𒁹	30
𒐐	𒐏𒑆	𒐏𒑄	𒐏𒑂	𒐏𒐋	𒐏𒐊	𒐏𒐉	𒐏𒐈	𒐏𒈫	𒐏𒁹	40
𒌋	𒐐𒑆	𒐐𒑄	𒐐𒑂	𒐐𒐋	𒐐𒐊	𒐐𒐉	𒐐𒐈	𒐐𒈫	𒐐𒁹	50

- *le clou* (I) qui vaut un
- et le **chevron** (<) qui vaut dix.

  Le chiffre 45 est ainsi écrit



Avec ces conventions, le nombre treize-mille-cinq-cent-neuf s'écrit donc

طور البابليون نظام للأعداد خاص بهم وهو النظام الستيني حيث لا يزال هذا النظام مستخدما حتى يومنا هذا في حساب الوقت والزوايا. وقد استخدم البابليين رمزين فقط للتعبير عن هذا النظام : رمز يشبه الوتد  ويمثل العدد 1 ورمز على شكل الزاوية القائمة  يمثل العدد 10. ورمز الواحد من الممكن أن يعبر عن أكثر من قيمة في نفس الوقت، فهو يمثل 1 أو 60 أو 3600 أو 60/1 أو أي أس صحيح موجب أو سالب للأساس 60.

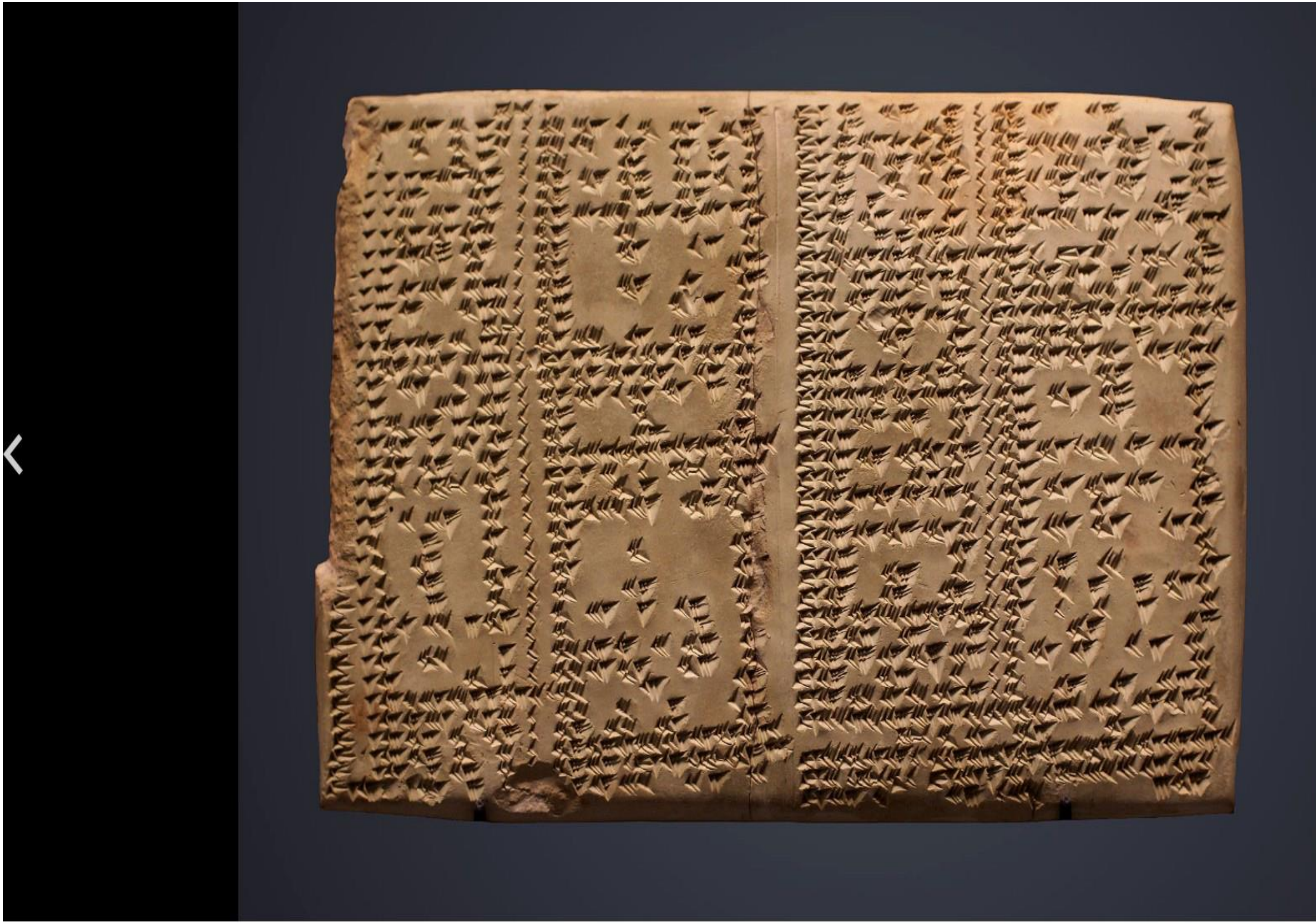


Table d'inverses, Uruk, période séleucide (v. 300 av. J.-C.), musée du Louvre.

Liste de triplets pythagoriciens (Plimpton 322, courtoisie Rare Book & Manuscript Library, Université de Columbia, photo C. Proust).

الكسور :

عرفوا الكسور التي بسطها واحد ومقامها عدد صحيح، فالعدد  يمثل الكسر $\frac{30}{60}$ أي $\frac{1}{2}$ ، كما أن العدد  يمثل الكسر $\frac{80}{60}$ أي $1\frac{1}{3}$، إلا أن هناك كسورا ليس لها تمثيلا معينا في النظام الستيني، مثل $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{13}$ وغيرها، ولحسابها كانوا يستخدمون التقريب.

الجبر :

استخدم البابليون بعض المتطابقات الشهيرة والتي كانت تعطى بدون برهان، وهذه المتطابقات هي :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \qquad (a \mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b\text{^}2$$

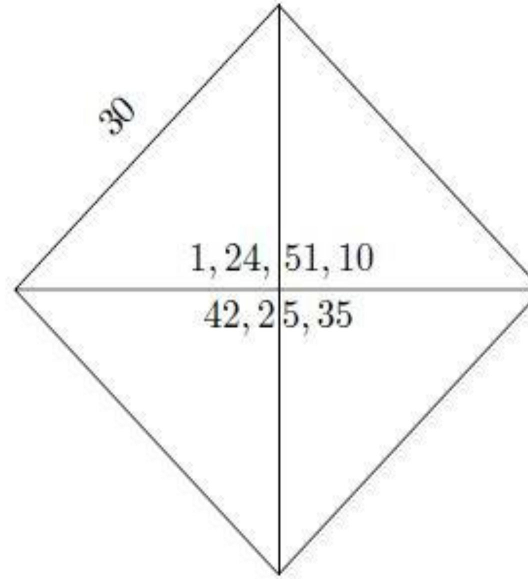
$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \qquad (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

كما طوروا صيغ جبرية لحل المعادلات الرياضية وقد كانت هي الأخرى مبنية على الجداول قبل–الحسابية، فمثلا جدول قيم n^3+n^2 استخدم لحل أنواع محددة من المعادلات التكعيبية. مثلا، حل المعادلة ax^3+bx^2+c . بضرب الطرفين في a^2 وقسمتها على b^3 نجد $\left(\frac{ax}{b}\right)^3+\left(\frac{ax}{b}\right)^2=\frac{ca^2}{b^3}$ ، وبوضع $y=\frac{ax}{b}$ و $d=\frac{ca^2}{b^3}$ تصبح $y^3+y^2=d$ ، وتحل بإيجاد قيم n^3+n^2 في الجداول قبل الحسابية، حيث يكون الحل هو قيمة n الموافقة للقيمة الأقرب للطرف الأيمن.

هناك مسائل هندسية ولكنها جبرية بالمفهوم العصري، مثال ذلك : حقل مستطيل مساحته 20 ومجموع طوله وعرضه 10 ونبحث عن طوله وعرضه. وهي مسألة ذات مجهولين تكتب بالرموز العصرية كما يلي : $xy=20$ و $x+y=10$. وقد حلها البابليون بطريقة تسمى طريقة الزيادة والنقصان وذلك بوضع $x=5+a$ و $y=5-a$ ، وبعد التعويض في المعادلتين السابقتين نحصل على المعادلة $a^2=5$ ، وهي معادلة حلها بسيط.

الهندسة :

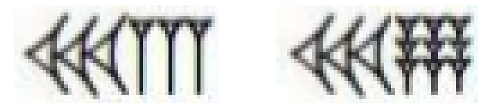
اكتشف البابليون مساحة المربع والمستطيل وشبه المنحرف والمثلث وحجم متوازي المستطيلات والأسطوانة القائمة والموشور ، وقد حسبوا محيط الدائرة كثلاثة أضعاف القطر والحجم كواحد على اثني عشر من مربع المحيط، وهو يكون صحيحاً إذا قدرت قيمة العدد π بـ 3 ، وعلموا نظريات النسب للمثلثات متساوية الساقين لكن افتقروا لمفهوم قياس الزوايا، وهكذا، قاموا بدراسة أضلاع المثلث بدلا عن ذلك.



$1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1{,}41421296.$

- **رياضيات متقدمة جدا.**

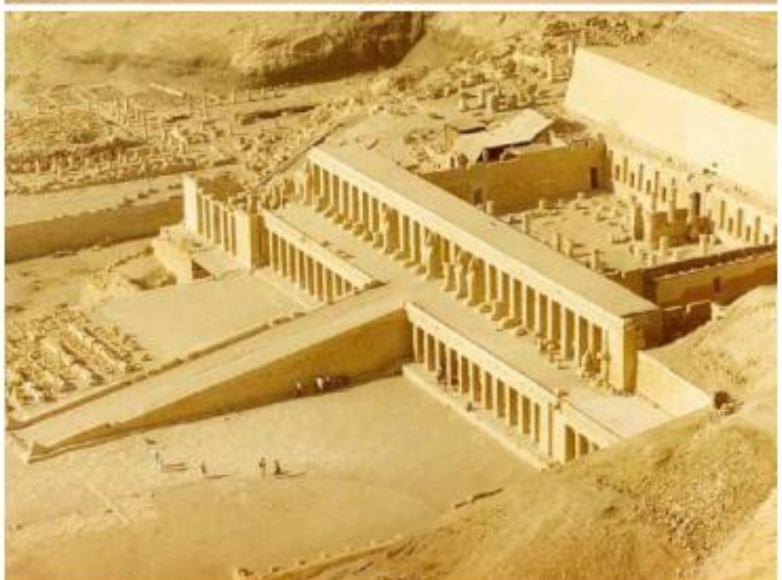
- انطلقت الرياضيات البابلية من فكرة مطالب الحياة الحسية والمتمثلة في تنظيم الملاحة والفلاحة وشؤون الري والتجارة.
- ولكنها كانت تتطور تدريجيا مع مرور الوقت من المحسوس والعملي وكذا الأسطوري المرتبط برصد الكواكب والنجوم،
- اعتقادا منهم بأنها تؤثر في حياة البشر بوصفها آلهة.
- إلى الرياضيات المجردة أو البحتة (Pur).
- فلقد عرف البابليون فكرة المربع والمكعب وتمكنوا من حساب مساحة الدائرة ومحيطها.
- فضلا عن توصلهم لطريقة دقيقة لحساب الجذور التربيعية. حل المعادلات من الدرجة الثانية،
- بل أن بعض الأبحاث والدراسات والأحداث عهدا تشير الى تقدم كبير في هذا المجال، خاصة عندما تبين أنهم كانوا توصلوا إلى حل معادلة من الدرجة الثالثة.

$$2019 = 66 \times 33 + 39 \; =$$ 

Chapitre 3: Les mathématiques dans l'Égypte antique.

- Cette civilisation est formée de deux royaumes (la Haute Égypte, au sud de l’actuelle Égypte, et la Basse Égypte, autour du delta du Nil.

- Sa période la plus brillante est celle de la IIIe dynastie des pharaons (vers 2500 avant J.C.) qui fit construire les pyramides.




Mediterranean Sea
Alexandria
Cairo
Nile
LIBYA
EGYPT
Luxor
Aswan
Lake Nasser
Red Sea
CHAD
Khartoum
SUDAN
ERITREA
Blue Nile
Lake Tana
ETHIOPIA
CENTRAL AFRICAN REPUBLIC
SOUTH SUDAN
White Nile
Juba
Lake Albert
UGANDA
Lake Kyoga
DEMOCRATIC REPUBLIC OF THE CONGO
Jinja
KENYA
RWANDA
Lake Victoria

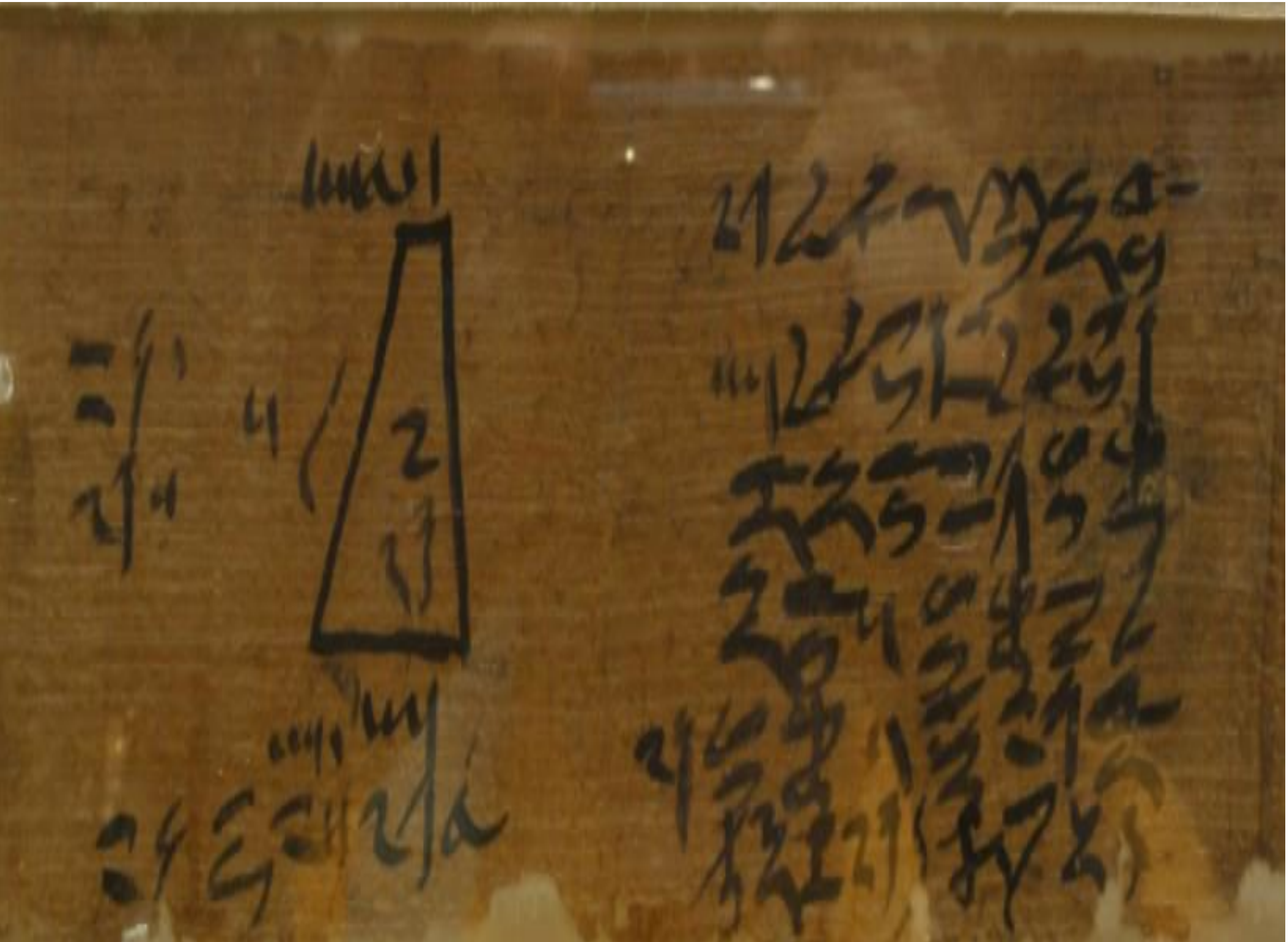
Papyrus Rhind

- Le payrus de Moscou (vers 1850 avant J.C.), d’environ 5,40 m de long et d’une largeur qui varie entre 4 et 7 cm, il comporte, selon l’étude faite en 1930 par l'orientaliste soviétique Vassili Vassilievitch Struve, 25 problèmes avec leurs solutions, dont les plus intéressants sont ceux traitant de la surface d'une demi-sphère et du volume d'une pyramide tronquée. Il offre un exemple historique d'une étude mathématique où le système unaire a été utilisé. Le système unaire est un système de numération permettant l’écriture des entiers naturels, par juxtaposition d’un seul symbole, représentant l’unité. Il ressemble plutôt à une copie d'étudiant d'un manuel comparable au papyrus Rhind.

Verso du papyrus de Rhind

$$
\begin{aligned}
2/5 &= 1/3 + 1/15 \\
2/7 &= 1/4 + 1/28 \\
2/9 &= 1/6 + 1/18 \\
2/11 &= 1/6 + 1/66 \\
2/13 &= 1/8 + 1/52 + 1/104 \\
2/15 &= 1/10 + 1/30 \\
&\vdots \\
2/101 &= 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606
\end{aligned}
$$

Tout nombre rationnel peut être écrit comme somme de fractions unitaires, avec tous les dénominateurs différents.



Unités de mesure

- la coudée (royale/sacrée) $=$ 52.5 cm
- grandes distances : cordes à nœuds
- petites distances : règle graduée

Numération égyptienne

- Les Égyptiens de l'Antiquité utilisaient un système de numération décimal, mais dans lequel le zéro n'existait pas. Chaque ordre de grandeur (unités, dizaines, centaines, etc.) possédait un signe répété le nombre de fois nécessaire.

الأرقام ونظام العد :

اعتمد المصريون نظاما بسيطا في كتابة الأرقام باستعمال سبعة رموز، وهو نظام عشري غير موضعي أي موضع الرموز غير مهم، ويكرر كل رمز عددا من المرات لا يزيد على تسعة ثم الانتقال إلى الرمز التالي. وهذه الرموز هي :

الرمز		∩					
قيمة الرمز	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
معنى الرمز	عصا	حذوة الحصان	لفة حبال	زهرة اللوتس	أصبع	صغير الضفدع	الإله حيح

مثال :

2019 = 

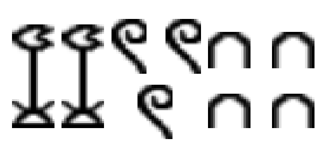
العمليات الأربعة :

بالنسبة للجمع والطرح كلاهما يعتمد على العد، فالجمع هو ضم الأعداد إلى بعضها والطرح هو اختصار الأعداد. أما الضرب فهو عملية جمع بالتضعيف مرة بعد مرة ثم جمع المضاعفات المناسبة، ويعتمدون في ذلك الطريقة التالية:

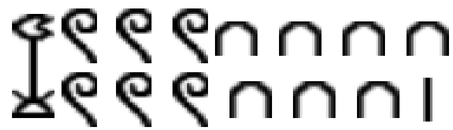
مضاعفة أحد العددين باستمرار مع تنصيف العدد الآخر باستمرار، وإذا كان النصف يحتوي على كسر فيتم تقريب العدد بالنقصان إلى عدد صحيح، وهكذا حتى نصل إلى العدد واحد، ثم نقوم باستبعاد الأسطر التي تحوي على أنصاف زوجية ونبقى فقط الأسطر التي تحتوي على أنصاف فردية ثم نقوم بجمع الأرقام التي تمت مضاعفتها فنحصل في النهاية على النتيجة المطلوبة. بينما القسمة هي تضعيف القاسم حتى نحصل على المقسوم.

Exemple

2343 + 1671

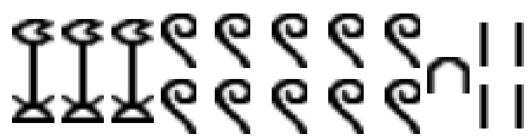


+

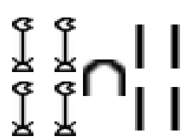


nous donne

Soit :



Finalement, le résultat est :



مثال : 11×45

طريقة المصريين	شرحها
$\begin{array}{ll} 11 & 45 \\ \div 2 \cong 5 & \times 2 = 90 \\ \div 2 \cong 2 & \times 2 = 180 \\ \div 2 = 1 & \times 2 = 360 \end{array}$ $45\times 11 = 45+90+360$ $= 495$	$11 = 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^3$ $\Rightarrow 45 \times 11 = 45 + 45 \times 2 + 45 \times 8$ $= 45 + 90 + 360$ $= 495$

الكسور:

تعتمد الكسور عند المصريين على الأجزاء فقط، أي الجزء الواحد من العدد وهو الكسر الذي بسطه الواحد ومقامه عدد صحيح. وكانوا يعبرون عن ذلك باستخدام الرمز  مع وضع المقام أسفله، كما استعملوا كسرين تكميليين هما $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ وعبروا عنهما بالرمزين  و 

مثال :

$\frac{1}{43} =$ 

$\frac{1}{10} =$ 

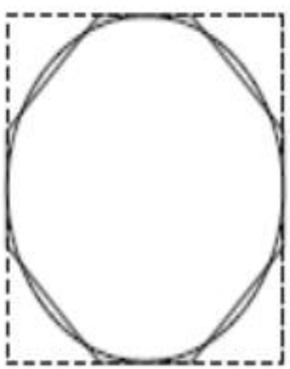
الجبر:

أقدم ما نعرف من علم الجبر عند المصريين نجده في مخطوطة أحمس وفيها نجد ما يدل على أن المصريين القدماء قد عرفوا المتتاليات العددية والمتتاليات الهندسية وأيضا معادلات من الدرجة الثانية مثل المعادلتين: $س^2 + ص^2 = 100$ ، $ص = \frac{3}{4}س$.

ومن المسائل التي وردت في مخطوطة أحمس مسألة تقول : عدد إذا أضيف إليه ثلثاه ثم أخذ ثلث الناتج يتبقى عشرة، فما هو العدد؟ باستخدام التعبير الرمزي الحديث يمكن كتابة المسألة هكذا : $س + \frac{2}{3}س - \frac{1}{3}\left(س + \frac{2}{3}س\right) = 10$.

الهندسة:

لقد اهتم المصريون القدامى بالهندسة وإنشاءاتها، ويتجلى ذلك في بناء الأهرامات التي لا تزال شاهدة على ذلك لحد الآن، وكانت المسائل الهندسية تتعامل على الأغلب مع المساحات والقياسات، فمساحة المثلث وجدت تساوي نصف حاصل ضرب القاعدة بالارتفاع، ومساحة الدائرة تساوي $\left(\frac{8}{9}\text{القطر}\right)^2$ وهذا يعطي للعدد π القيمة التقريبية 3.1605 ، وكذلك عرفوا مساحة المستطيل والمربع وشبه المنحرف وحجم المكعب ومتوازي المستطيلات والموشور والأسطوانة. وكان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء (التي عرفت فيما بعد بنظرية فيثاغورث).

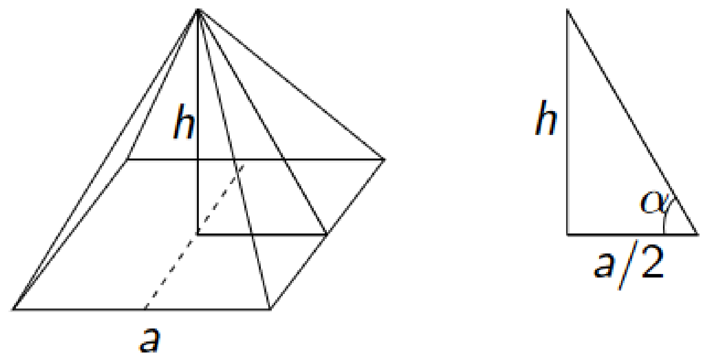


وربما يرجع أصل القيمة التقريبية للعدد π إلى المسألة التالية :

نرسم في مربع طول ضلعه 9 وحدات قياس دائرة ومضلع ثماني كما في الشكل، ونقرب مساحة الدائرة بمساحة المضلع التي تساوي 63 وحدة مربعة والتي بدورها نقربها إلى 8^2 وحدة مربعة.

Le seked d'une pyramide

Donne l'inclinaison des faces triangulaires d'une pyramide.

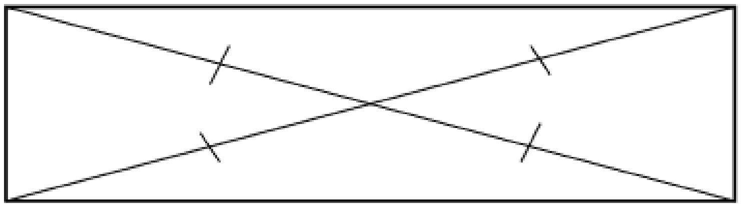


$$\text{seked} = \frac{a}{2h}$$

C'est la *cotangente* de l'angle α.

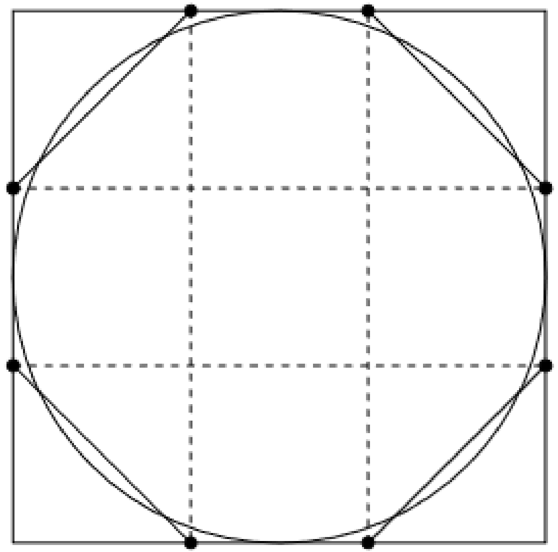
Méthode alternative

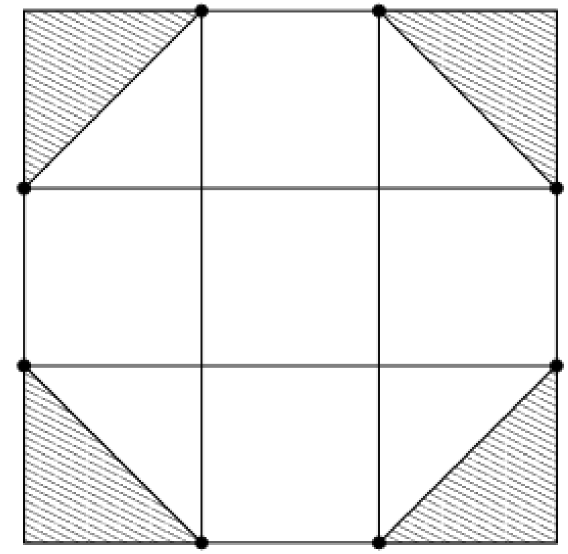
- Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent dans leur milieu.

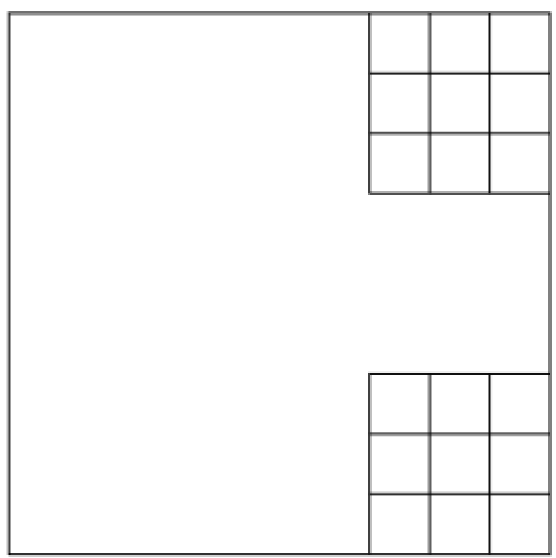


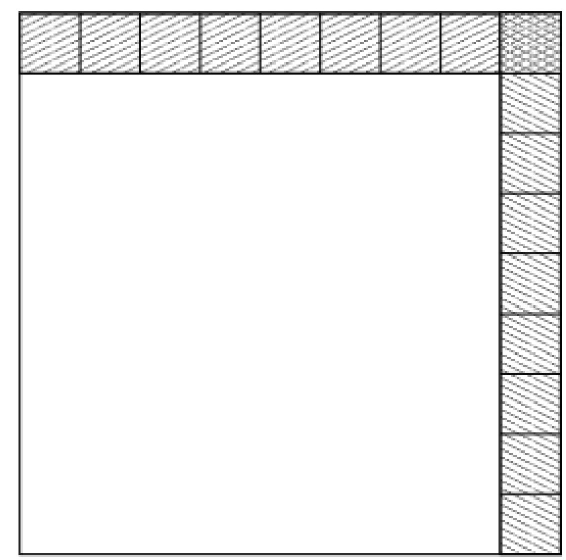
- Un quadrilatère avec cette propriété est un rectangle.

$$S = (d - \frac{d}{9})^2$$

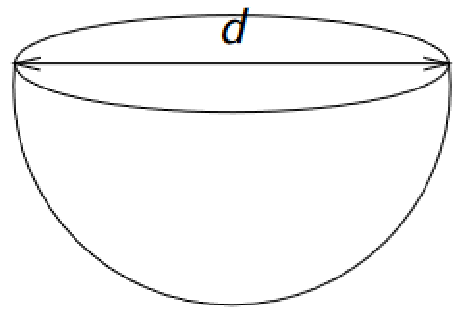








Problème M10 : *Trouver la surface d'un panier d'ouverture d.*



Il utilisent la formule

$$S = 2\frac{64}{81}d^2$$

ou bien

$$S = 2\frac{256}{81}r^2$$

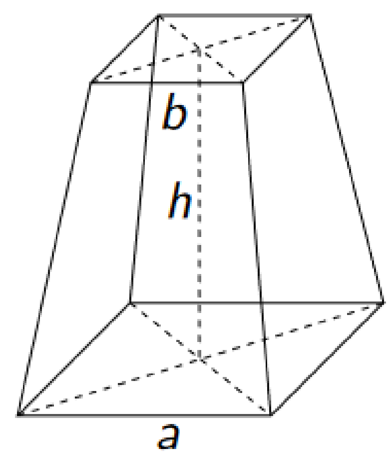
et comme $\pi \approx \frac{256}{81}$ on trouve bien

$$S = 2\pi r^2.$$

Le nombre π

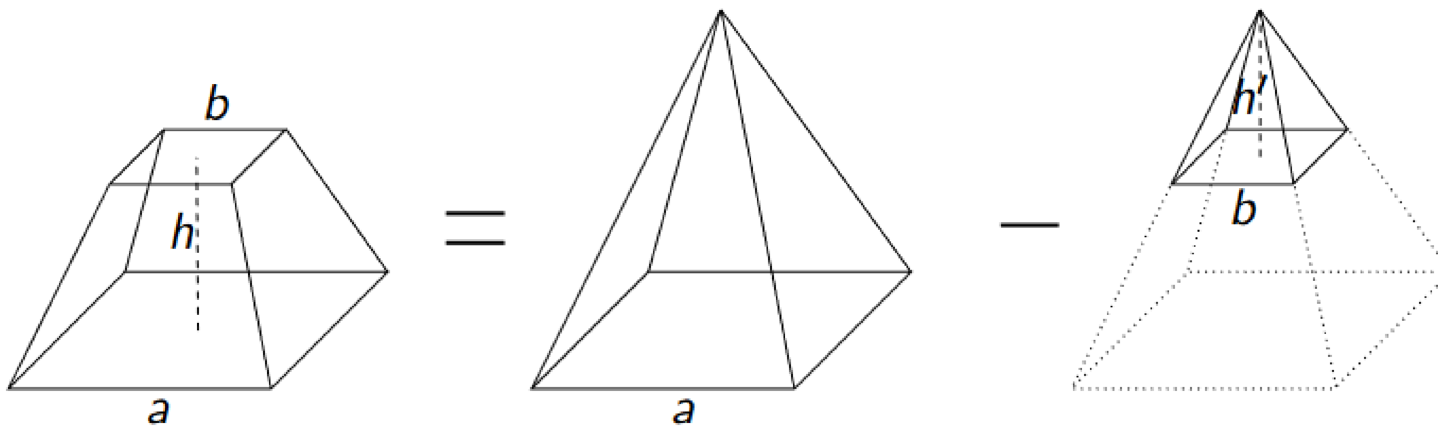
- π représente le rapport entre la surface d'un cercle et le carré de son rayon.
-
$$\pi\frac{d^2}{4} \approx \frac{64}{81}d^2$$
$$\pi \approx 4\frac{64}{81} = \frac{256}{81} = 3.1604938\ldots$$
- Babyloniens : $\pi \approx 3.125$
- la bible : $\pi \approx 3$

Volume d'une pyramide tronquée (M14)



$$V = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$$

Comment ont-ils fait ?



$$V = V'' - V'$$

On a besoin du produit remarquable
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

Chapitre 4: La civilisation Grecque et Romaines

Les mathématiques Romaines

أظهر الرومان اهتماما ضئيلا بالرياضيات البحتة، غير أنهم طوروا نظام عد خاص بهم وهو مزيج من النظام الخمسي والعشري استخدموا في كتابته 7 رموز، فالعدد واحد رمزوا له بالأصبع الواحد أي بخط رأسي (I) والعدد خمسة رمزوا له باليد الواحدة ذات الأصابع الخمسة، ولما كان الإبهام يتجه بعيدا عن باقي أصابع اليد فقد رسموا اليد هكذا (V)، وبالتالي فالعشرة كانت عبارة عن كلتا اليدين فكتبوا خمسة وتحتها خمسة مقلوبة للأسفل وكان يفصل بينهما فاصل بسيط، ثم مع مرور الزمن كتبوهما بدون فاصل بينهما فأصبحت كما معروفة اليوم بالحرف اللاتيني (X)، والعدد اثنين كرروا رمز الواحد مرتين وهكذا مع العدد ثلاثة، أما باقي الأعداد فكانت تكتب بطريقة الجمع والطرح حسب موقع الرموز من بعضها. الجدول التالي يوضح الرموز المستعملة والقيمة العددية لكل رمز :

M	D	C	L	X	V	I
1000	500	100	50	10	5	1

وتُكتب الأعداد الرومانية من اليسار إلى اليمين، فتُكتب الآلاف أولا تليها المئات ثم العشرات وأخيراً الآحاد، وكتابة عدد على يسار عدد أكبر منه تعني أن الرقم الأصغر مطروح من الرقم الأكبر. يُستخدم هذا المبدأ مع الأعداد 4، 9، 40، 90، 400، 900، فهي تكتب كما يلي :

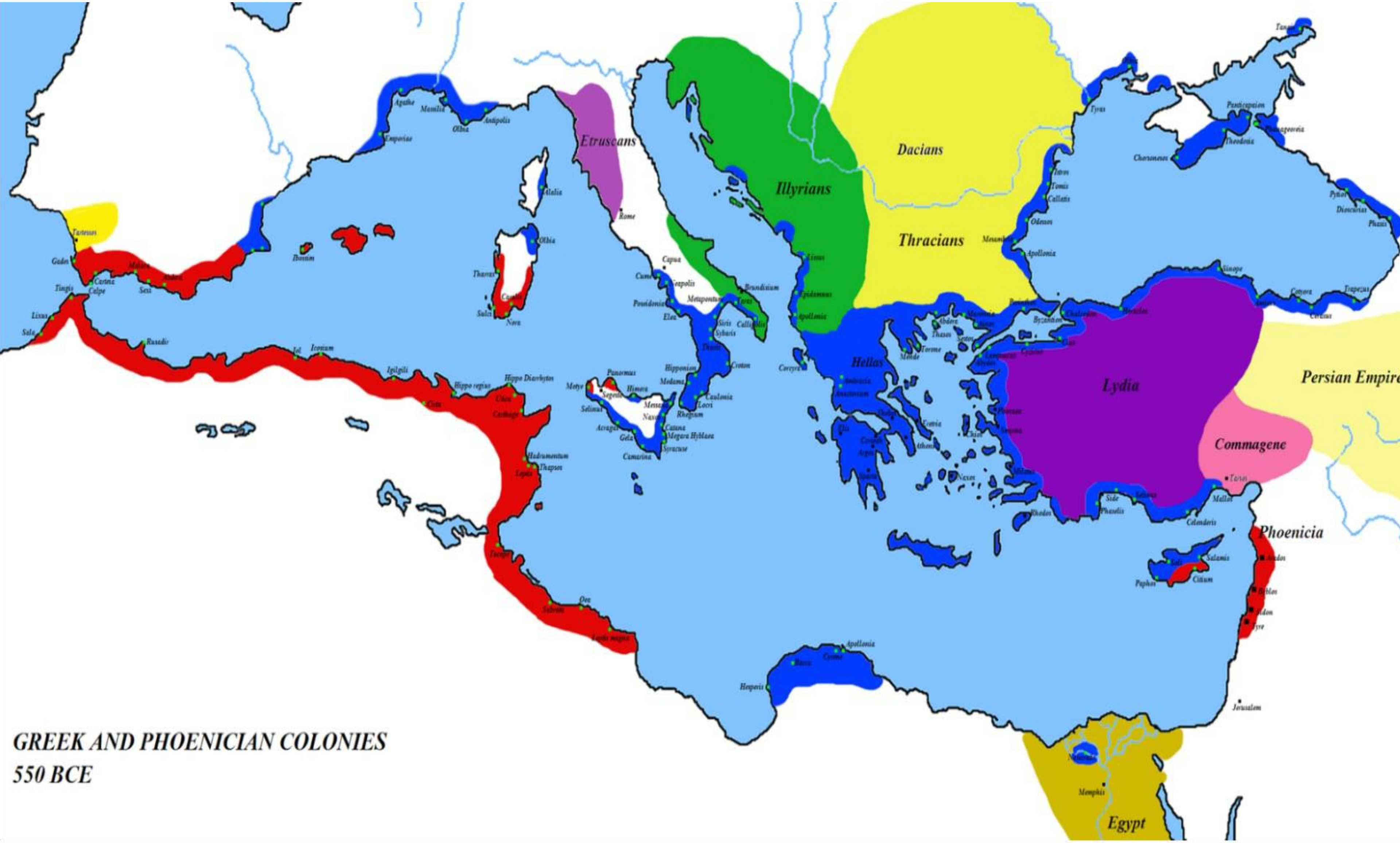
4 = 5 – 1	9 = 10 – 1	40 = 50 – 10	90 = 100 – 10	400 = 500 – 100	900 = 1000 – 100
IV	IX	XL	XC	CD	CM

مثال :

2009 = MMIX   1441 = MCDXLI   1954 = MCMLIV

Les mathématiques Grecques

Avec les philosophes grecs de l'Antiquité, les mathématiques changent de nature : alors qu'elles ne constituaient dans les anciennes civilisations qu'un ensemble de techniques opératoires énoncées sans justification, elles jouent chez les Grecs le rôle d'***une science modèle***, un terrain où l'on peut exercer ses facultés de raisonnement sur des ***objets idéaux*** et où l'on peut ***réfléchir sur les méthodes de démonstration***.

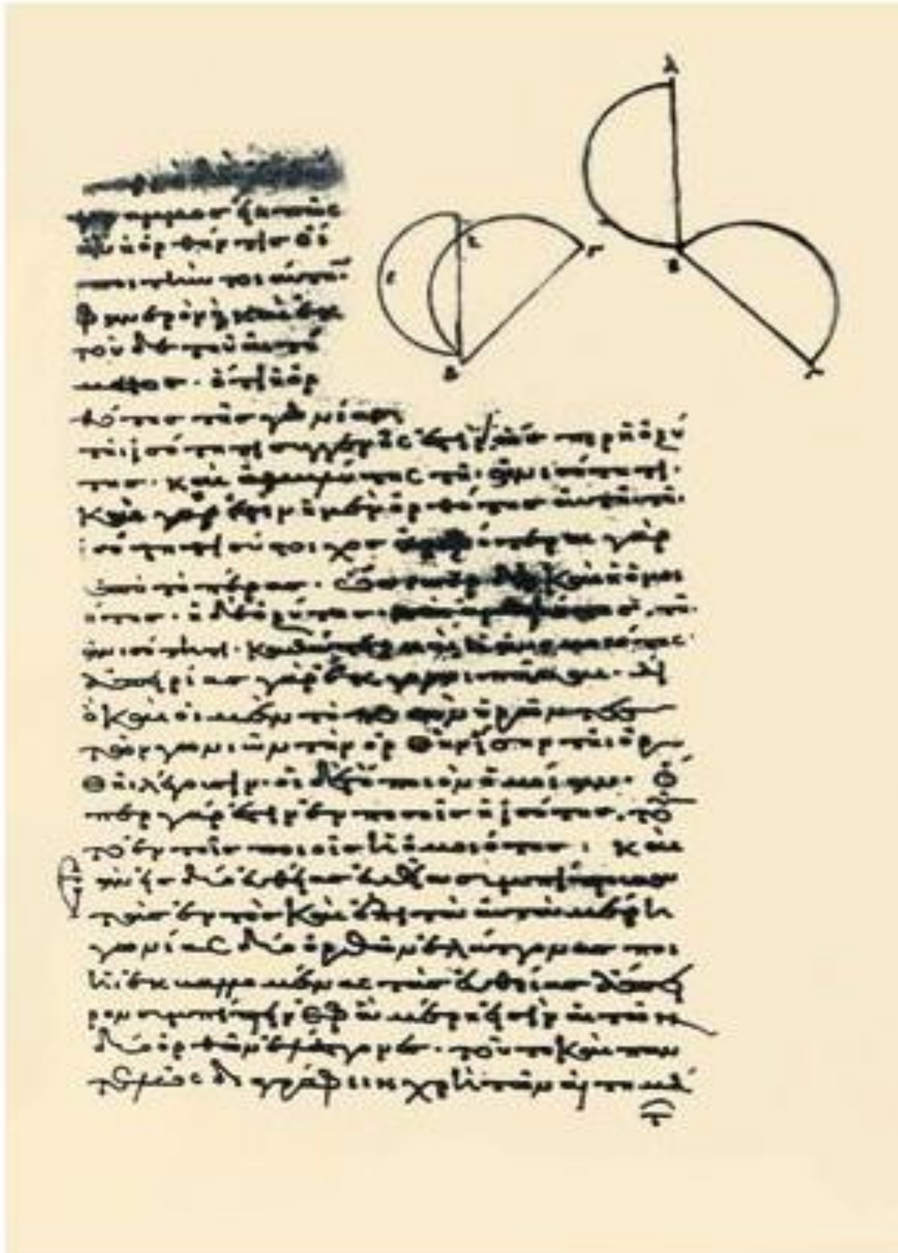

Etruscans
Illyrians
Dacians
Thracians
Hellas
Lydia
Persian Empire
Commagene
Phoenicia
Egypt
GREEK AND PHOENICIAN COLONIES
550 BCE

Les sources :

- Grâce aux tablettes d’argile, nous disposons des textes mathématiques mésopotamiens dans leur version originale. À l’opposé, ***aucun ecrit autographe d’un mathematicien grec n’est parvenu jusqu’a nous***. Ainsi, nous ne possédons pas plus de 1 % du texte d’Euclide.

Le 9 juin 2006, des scientifiques ont identifié la machine d’Anticythère vieille de plus de 2 000 ans comme étant le plus ancien calculateur analogique ; son mécanisme permet de calculer la position de certains astres, tels que le Soleil et la Lune

Manuscrit du commentaire de Proclus au premier Livre des Éléments.

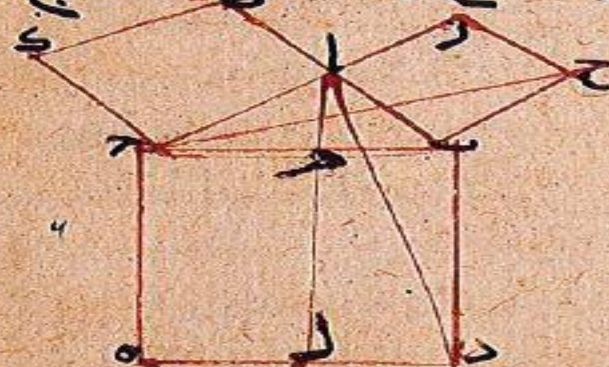


- Eudème cite ***Thales de Milet*** comme fondateur de la géométrie grecque et mentionne aussi ***Pythagore*** qui aurait changé la géométrie en une forme de doctrine libérale accessible à tous.
- La ***periode classique (600 avant J.C.-300 avant J.C.)*** est célèbre pour les exposés synthétiques des grands géomètres, ***Euclide*** et ***Appolonius***, regroupant les résultats antérieurs et des recherches nouvelles.
- ***L'Ecole d'Alexandrie (300 avant J.C-640 apres J.C.)*** est dominée par des figures célèbres comme ***Archimede, Ptolemee, Heron, Diophante***. Ces mathématiciens exploitent les mathématiques grecques et les étendent à la mécanique, l'astronomie et la trigonométrie, en renouant avec la tradition plus algébriques des mésopotamiens. ***Aristote (384-322 avant J.C.)*** disciple et rival de ***Platon (427-347 avant J.C.)*** s'interroge sur l'origine de la connaissance et les moyens d'approcher la réalité empirique.

[illegible]

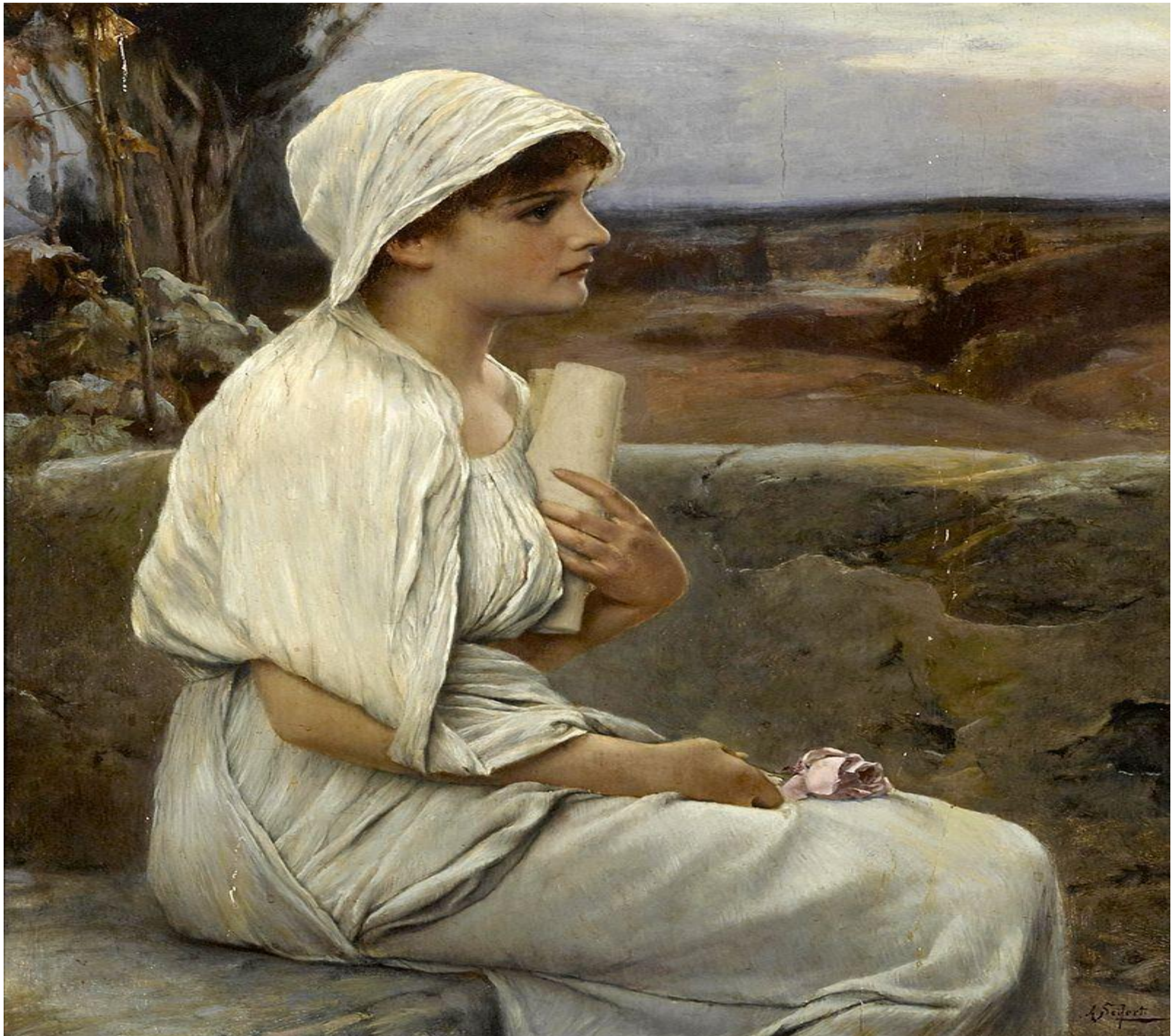
28

ح ر آ اط كـ ح فنصل راح خطا واحدا لكون زاويتي
باح باح قائمتين وكذلك ب اط ونخرج من آ اك موازيا
لـ بد فيقع داخل المثلث لان زاوية د ب آ اكبر من قائمة فتكون
زاوية ب آك اقل من زاوية ب آح القائمة ويقطع لا محالة ب ح
على م ويقسم به مربع ب ه الى سطحي ب ل ل ح ونصل
ح ح اد فلان في مثلثي ح ح ب آد ضلعي ح ب ب ح
وزاوية ح ب ح مساويه لضلعي آب ب د وزاوية ا ب د
يكون المثلثان متساويين ومثلث ح ح ب يساوي نصف مربع

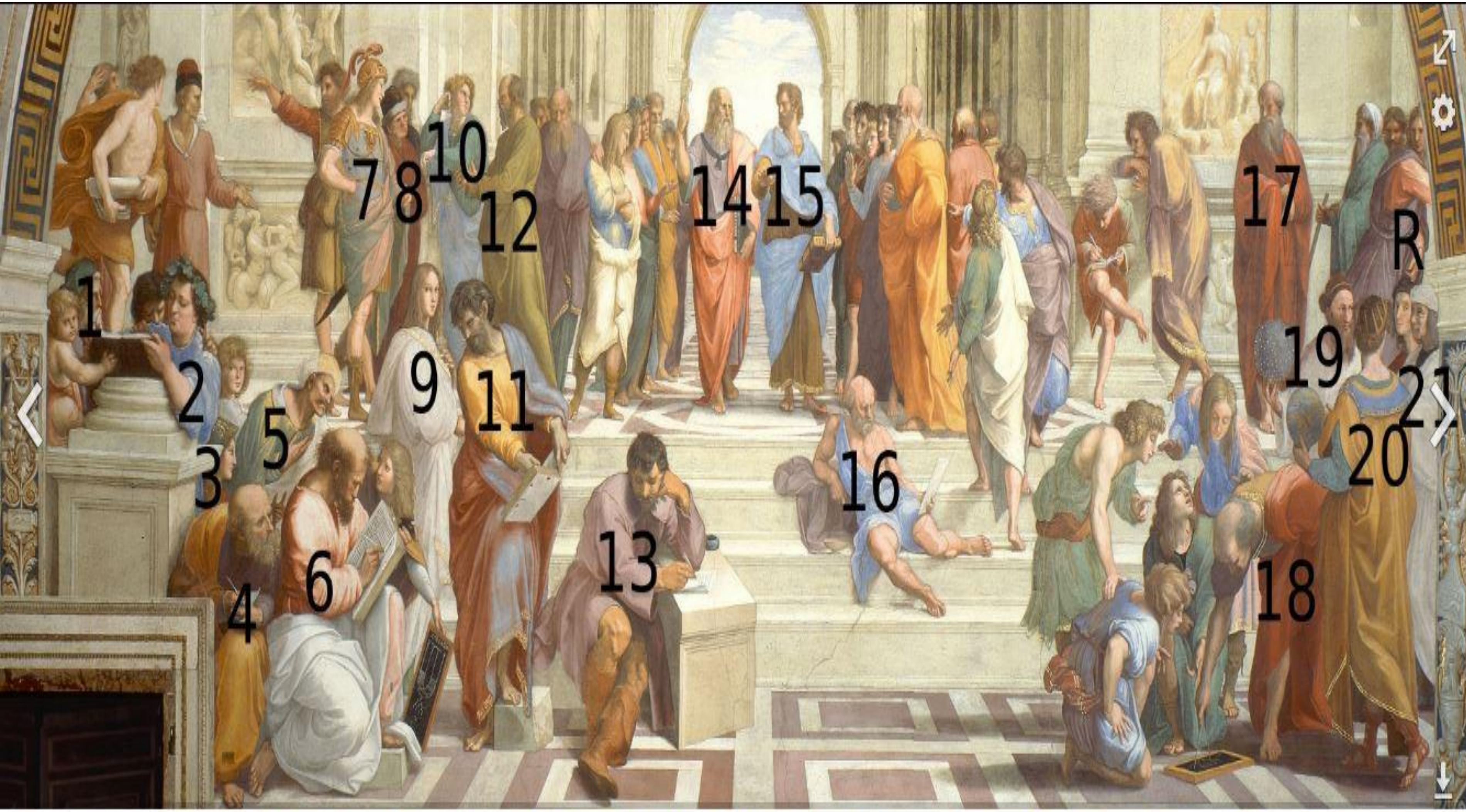


ح ب لكونهما على قاعدة
ح ب بين متوازيي ح ب
ر ح وكذلك مثلث ا ب د
يساوي نصف سطح ب ل
لكونهما على قاعدة ب د
بين متوازيي ب د اك
فمربع ر ب يساوي
سطح ب ل المساوي نصفيهما وبمثل ذلك تبين ان مربع ط ح يساوي
سطح ح ل فاذن مربع ب ح يساوي مربعي ب آ اح وذلك ما اردناه

Theon d’Alexandrie et sa fille ***Hypatie;*** est à l’origine d’une réédition des éléments d’Euclide au IVe siècle.



L’ecole d’Athenes, peinte par Raphael, entre 1509 et 1510



Détail des personnages : 1 : Zénon de Cition ou Zénon d'Élée – 2 : Épicure – 3 : Frédéric II de Mantoue – 4 : Boèce ou Anaximandre ou Empédocle de Milet – 5 : Averroès – 6 : Pythagore – 7 : Alcibiade ou Alexandre le Grand – 8 : Antisthène ou Xénophon – 9 : Hypatie ou Francesco Maria Ier della Rovere – 10 : Eschine ou Xénophon – 11 : Parménide – 12 : Socrate – 13 : Héraclite (sous les traits de Michel-Ange) – 14 : Platon tenant le *Timée* (sous les traits de Léonard de Vinci, selon la plupart des sources) – 15 : Aristote tenant l'*Éthique* (sous les traits de Michel-Ange , selon Daniel Arasse) – 16 : Diogène de Sinope – 17 : Plotin – 18 : Euclide ou Archimède entouré d'étudiants (sous les traits de Bramante) – 19 : Strabon ou Zoroastre – 20 : Ptolémée – R : Raphaël en Apelle – 21 : Le Sodoma Quentin Augustine (Le Protogène)

Plus de détails

يُعدّ علماء الإغريق أول من اكتشف الرياضيات البحتة بمعزل عن المسائل العملية، فبعدما نقل الإغريق الرياضيات الفرعونية زادوا على ما أخذوا وأضافوا إضافات هامة. وقد اشتغلوا في الهندسة فرتبوا نظرياتها وعملياتها.

وتعود ثلاث مسائل هندسية، يُفترض حلها هندسيا باستخدام مسطرة وفرجار، إلى بدايات الهندسة الإغريقية، وتلك المسائل هي: تربيع دائرة (رسم مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معطاة)، ومضاعفة مكعب (إنشاء مكعب حجمه يساوي ضعف حجم المكعب الأصلي)، وتقسيم أي زاوية إلى ثلاثة زوايا متساوية.

ولا نكون مبالغين إذا قلنا إن العالم مدين لعلماء الإغريق بالهندسة المستوية التي نعرفها الآن. ومن بين علماء الإغريق نذكر :

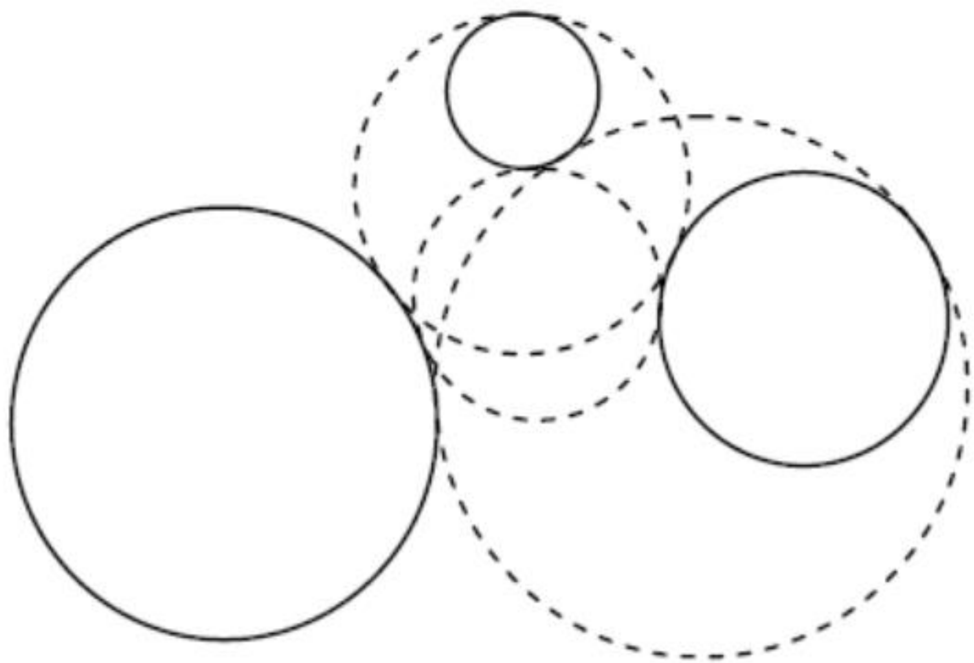
فيثاغورس Pythagore (570 ق.م. – 495 ق.م.) : فيلسوف وعالم رياضيات يوناني يُعرف بمعادلته الشهيرة « نظرية فيثاغورس» والتي تنص على أن مربع الوتر في مثلث قائم يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين. طبعا ليس فيثاغورس من وضع هذه النظرية، فقبله بقرون كان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء.

ميز فيثاغورس بين الأعداد الزوجية والأعداد الفردية عن طريق تجارب مرتبطة بالحصى، فإذا أمكن قسمة الحصى إلى جزأين متساويين كان عددها زوجيا، وإذا لم يمكن فعددها فرديا. كما عرف الفيثاغورسيون (فيثاغورس وأصحابه) الأعداد الزائدة وهي التي مجموع قواسمها (التي تختلف عنها) أكبر منها، مثل العدد 12، مجموع قواسمه هو $1+2+3+4+6=16$ أكبر من العدد نفسه. وعرفوا الأعداد الناقصة وهي التي مجموع قواسمها أصغر منها، مثل العدد 8، مجموع قواسمه هو $1+2+4=7$ أصغر من 8.

طاليس الملطي Thalès de Milet (624 ق.م. – 546 ق.م.) : رياضي وعالم فلك وفيلسوف يوناني، أسّس ما يُعرف باسم نظرية طاليس وهي تنص على أن أي مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث يكون الضلع الأطول هو قطر الدائرة فإن الزاوية المقابلة له هي زاوية قائمة، بالإضافة إلى بعض الخصائص الأخرى المشتقة من هذه القاعدة. كذلك تُنسب لطاليس نظرية أخرى تختص بالنسب بين أطوال أقسام الخطين المتقاطعين في نقطة عندما يقطعها خطين متوازيين، ويمكن تمديد النظرية لتشمل المثلثات المتشابهة.

إقليدس Euclide (325 ق.م – 265 ق.م.) : رياضي يوناني يعتبر أبو الهندسة، بنى أول منهج منطقي في الرياضيات حيث انطلق من ثلاث مفاهيم أولية هي : النقطة والخط والسطح، فتصور النقطة شيئا له وضع فقط وليس له طول ولا عرض ولا عمق، والخط طول بدون عرض أو عمق، وأما السطح فهو ما كان له طول وعرض بدون عمق، وبدلالة هذه المفاهيم عرف الأشكال الهندسية المختلفة كالزاوية والمثلث والمربع والدائرة ...

حل مسألة أبولونيوس : إذا افترضنا وجود ثلاث دوائر مختلفة فإنه توجد ثمانية دوائر تمسها من الداخل أو من الخارج، هذه الدوائر الثمانية هي حل مسألة أبولونيوس. في الرسم الدوائر بخط متقطع هي ثلاثة حلول من بين الحلول الثمانية.



- نتيجة:

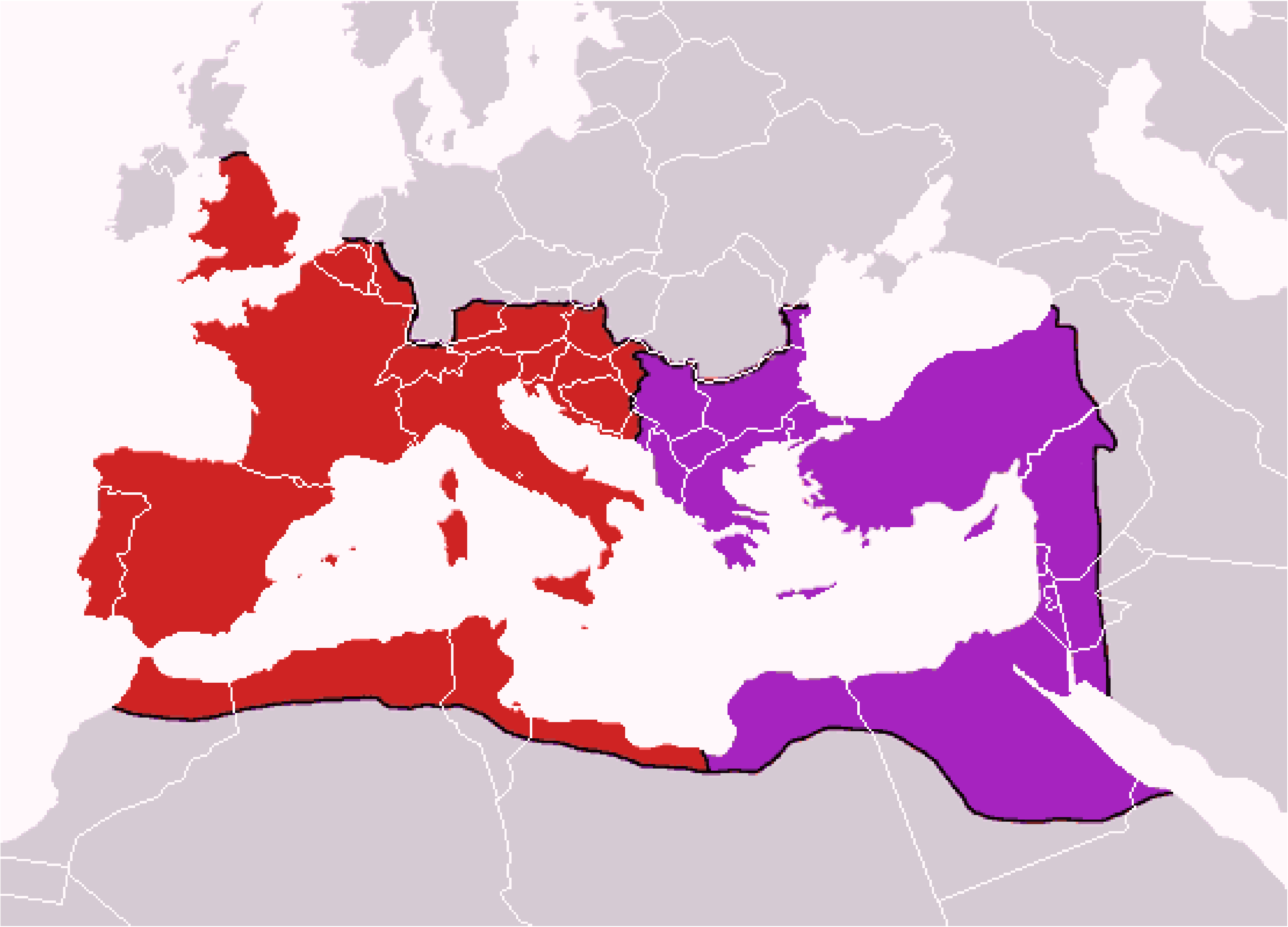
- ان رياضيات اليونان على الرغم من تقدمها التاريخي أمام الرياضيات السابقة عليها إلا أنها بقيت تتميز بالبساطة، وأنها كانت متناسقة، وبعيدة عن التعقيد، ما يعني أنها كانت ضيقة الإطار (الأفق).
- لذا فهي توقفت عن النمو والتطور.

Chapitre 5: Les Mathématiques en orient musulman et en occident musulman

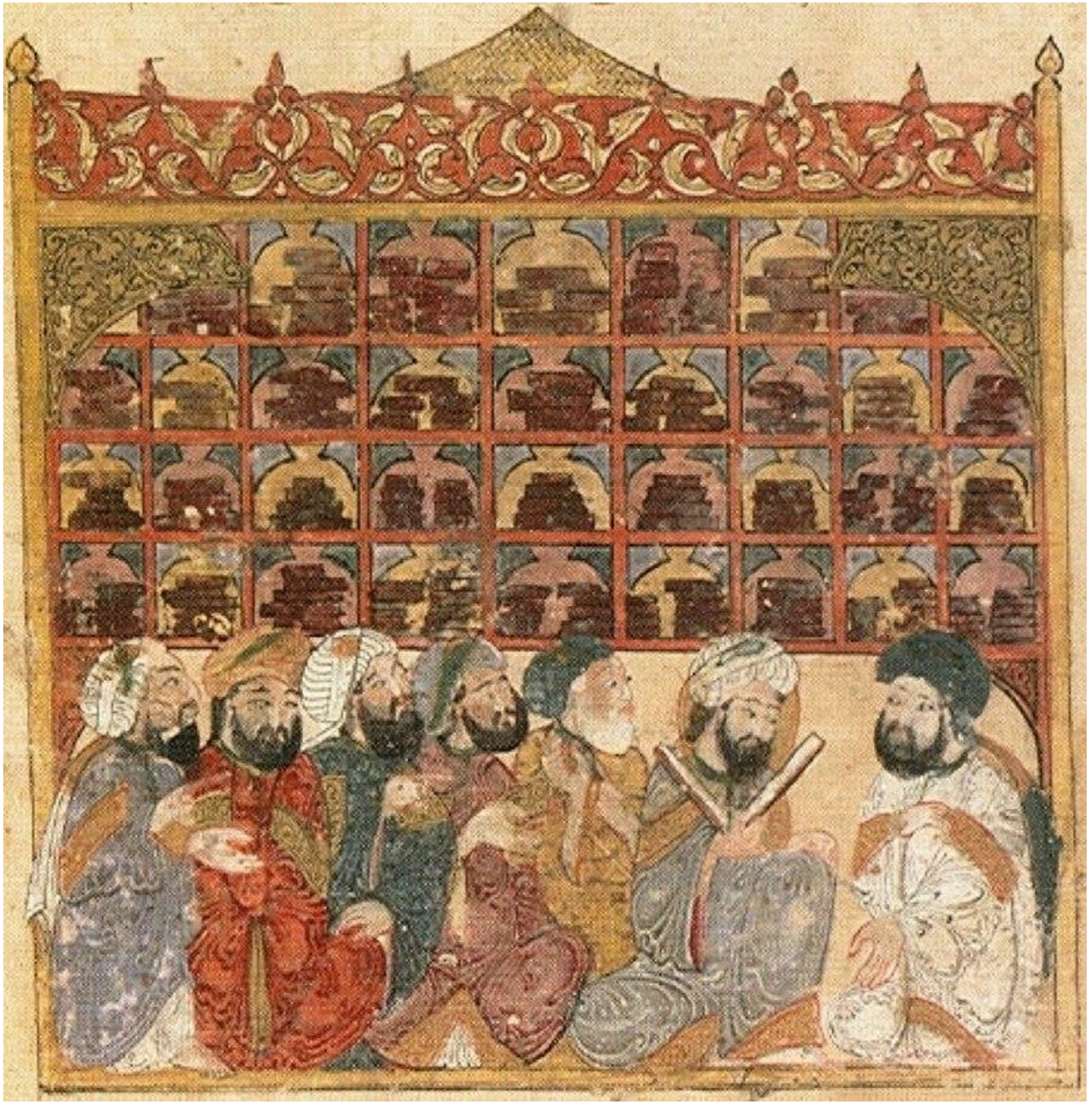
VIII.1. La civilisation arabe entre le VIIe et le XIIe siècle.

Entre le **VIIe** siècle et le **XIIe** siècle après J.-C., un immense empire se crée sous l'autorité des califes arabes, qui s'étend de l'Espagne aux portes de l'Inde. Son étendue géographique et sa place dans la chronologie mettent cet Empire au contact de trois mondes :

- l'Empire **byzantin (*)**, dépositaire d'une science grecque en voie d'être oubliée ;
- l'Empire sassanide en **Perse**, héritier des techniques millénaires des Mésopotamiens ;
- l'**Inde** enfin.




كتاب الخوارزمي
الشيخ الأجل
محمد بن موسى الخوارزمي رضي الله عنه



L'islam connaît dès sa naissance au VIIe siècle une rapide progression. En un siècle, les territoires musulmans s'étendent d'Espagne jusqu'en Perse[1]. La conquête des territoires contre l'empire byzantin conduit à la prise de Damas, l'invasion de la vallée mésopotamienne et la prise d'Alexandrie en 641. Par ces conquêtes l'empire musulman prend connaissance du savoir grec et indien.

Puis durant un siècle, des luttes internes aboutissent à la création, vers la fin du huitième siècle après la chute des Omeyyades, de trois entités politiques différentes : Abbassides à l'est, Idrissides au Maroc et Omeyyades de Cordoue. Ce schisme explique en particulier l'existence de plusieurs graphies pour les chiffres dit arabes : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 : utilisés à Fès et à Cordoue et ٠,١,٢,٣,٤,٥,٦,٧,٨,٩ : utilisés à Bagdad.

عرفت الحضارة العربية الإسلامية منذ العصر الوسيط ازدهارا كبيرا في كافة الميادين، وقد كان للدين الإسلامي دور كبير من خلال مبادئه التي تحث على العمل وتحصيل المعرفة والتدبر في الكون والحياة والبحث في القوانين الطبيعية، كما أن الإسلام جعل من العلم فريضة على المسلم ورفع قدر العلماء وخاطب العقل ووجهه نحو التفكر والإبداع. وعلى إثر الفتوحات الإسلامية وتوسع المبادلات التجارية، احتك المسلمون بثقافات أخرى كالفارسية والإغريقية والهندية، فتولدت عندهم رغبة في التعرف على عاداتهم وتاريخهم وحضارتهم، ما دفعهم إلى الترجمة عن اللغات الأعجمية كالفارسية، والسريانية، واليونانية، مما أثرى الحركة العلمية عند المسلمين.

بعد أن هجر العرب أنظمة الترقيم القديمة بدأوا يعُدّون باستخدام الأحرف الهجائية ومنها نشأ حساب الجُمّل، حيث وبعد انتشار دين الإسلام ونزول القرآن الكريم وتوسع رقعة الخلافة المسلمة وقيام دولتها الكبرى دعت الحاجة إلى الحساب واستخدام الأرقام للعد، اقتبس عندها

المسلمون من فتوحاتهم حساب الجُمّل الذي نجده كان مستعملًا في بلاد الهند قديمًا. وقد استمر حساب الجُمّل زمناً طويلاً، يستعمله العرب في علومهم، وتجارتهم، وجداولهم الفلكية، وحساب أوزانهم، وكذلك في التأريخ للمعارك، والوفيات والأبنية وغيرها.

وحساب الجمل هي طريقة لحساب الأرقام والتواريخ باستخدام الحروف الأبجدية، إذ يعطى كل حرف رقما معينا يدل عليه كما يوضحه الجدول التالي :

ن	م	ل	ك	ي	ط	ح	ز	و	ه	د	ج	ب	ا
50	40	30	20	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

غ	ظ	ض	ذ	خ	ث	ت	ش	ر	ق	ص	ف	ع	س
1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100	90	80	70	60

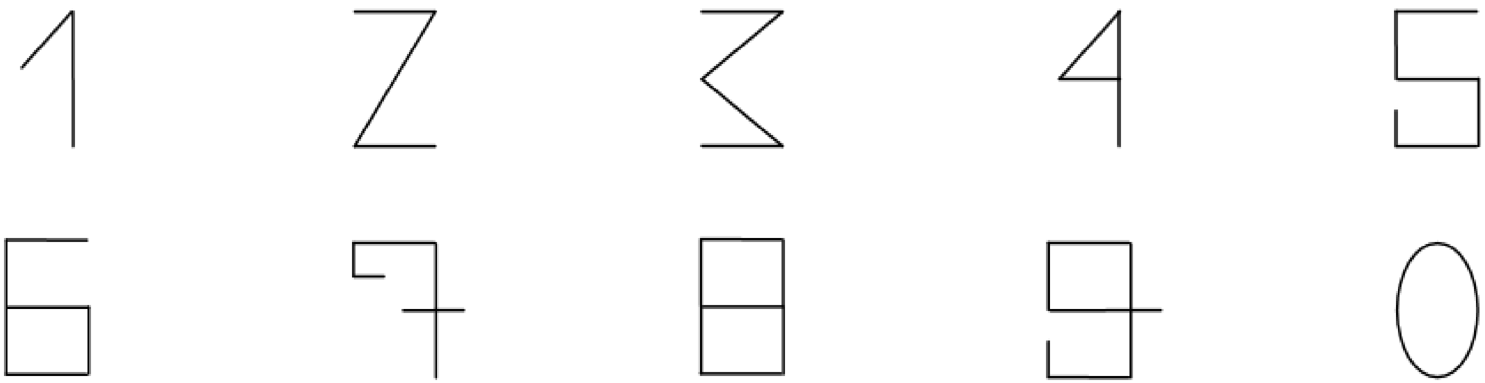
ومن أمثلة استخدام حساب الجمل قول أحدهم يؤرخ تاريخ وفاة السلطان الظاهر برقوق : "وفاة برقوق في المشمش" ، فتاريخ وفاة برقوق هو "في المشمش" ، وعندما نحسب القيمة العددية نجد :

ف + ي + ا + ل + م + ش + م + ش = 80 + 10 + 1 + 30 + 40 + 300 + 40 + 300 = 801

ومنه فإن وفاة السلطان الظاهر برقوق كانت سنة 801 هجرية.

أما الأرقام التي استخدمها المسلمون العرب فقد صممها الخوارزمي على أساس عدد الزوايا (الحادة أو القائمة) التي يتضمنها كل رقم. فالرقم واحد يتضمن زاوية واحدة، ورقم اثنان يتضمن زاويتين ، والرقم ثلاثة يتضمن ثلاث زوايا ... إلخ.

وشكلها هو كالتالي :



NUMERATION INDIENNE
DANS LA TRADITION MATHEMATIQUE ARABE

ORIENT MUSULMAN	OCCIDENT MUSULMAN (ANDALUS – MAGHREB)
١	1
٢	2
٣	3
٤	4
٥	5
٦	6
٧	7
٨	8
٩	9
٠	0


ПОЧТА СССР
1983
4к
1200
ЛЕТ
Мухаммед
аль-Хорезми

Tome I : Théorie des équations

1. Rappels sur le système de numération positionnelle décimale, définition des objets fondamentaux de la théorie, les six équations canoniques.
2. Procédures pour résoudre chacune des six équations, avec leurs justifications géométriques.
3. Comment algébriser un problème et se ramener à une des six équations canoniques grâce aux opérations de restauration et de comparaison.
4. Comment étendre les opérations arithmétiques aux objets de l'algèbre.
5. Exercices.

Tome II : Mesures géométriques

Tome III : Applications

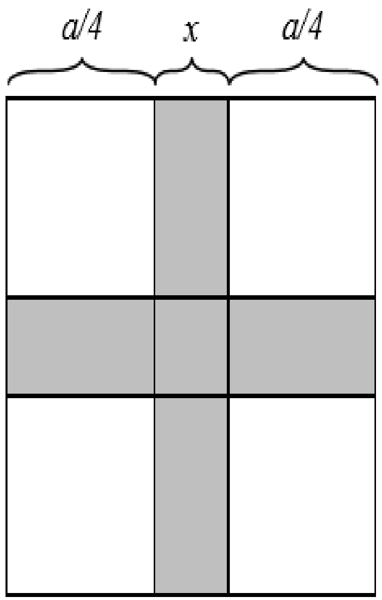
الخوارزمي (780 م – 850 م) : هو محمد بن موسى الخوارزمي والمولود عام 780 م بخوارزم وهو مؤسس علم الجبر. كلفه الخليفة المأمون بالاهتمام بعلم الرياضيات من خلال وضع نظرية لحل المعادلات الصعبة، وهو ما جعل الخوارزمي يؤلف كتاب الجبر والمقابلة والذي ضم الحديث عن الحسابات الفلكية والمعمارية والمواريث والبلدان والحسابات والعديد من الأمور الهامة، والذي تُرجم فيما بعد إلى اللغة اللاتينية.

ويُعد كتاب الجبر والمقابلة دراسة منهجية لحل معادلة من الدرجة الأول والثانية، والجبر هو الإكمال لحد التام والمقابلة هي المقابلة بين المجاهيل والمعاليم بالإسقاط، وهو ما نعرفه اليوم بـ : نقل الحدود من طرف إلى طرف واختزال الحدود المتشابهة من الطرفين.

كما تُنسب للخوارزمي طريقة هندسية لحل معادلة من الدرجة الثانية نوضحها بالمثال التالي :

لحل المعادلة $x^2 + ax = b$ نرسم مربع طول ضلعه $x + \frac{a}{2}$ ونقسمه كما في الرسم أسفله.

مساحة الجزء الرمادي تساوي $x^2 + 4\left(x \times \frac{a}{4}\right) = x^2 + ax = b$



ومساحة الجزء الأبيض تساوي $\frac{a^2}{4} = 4\left(\frac{a}{4} \times \frac{a}{4}\right)$

ومنه مساحة المربع تساوي، من جهة الضلع × الضلع، أي : $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2$ ، ومن جهة أخرى تساوي مجموع مساحتي الجزء الرمادي والجزء الأبيض، أي : $b + \frac{a^2}{4}$. إذن : $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = b + \frac{a^2}{4}$ ،

وبجذر الطرفين يمكن استخراج قيمة x .

من مؤلفات الخوارزمي الشهيرة التي اعتمدت عليها العلماء في عصرنا الحديث بالإضافة إلى كتاب المختصر لحساب الجبر المقابلة الذي وضع به أهم أسس الجبر فله أيضًا:

- كتاب الزيج في علم المثلثات.
- كتاب استخراج العصر اليهودي.
- كتاب السند هند في علم الفلك.
- كتاب صورة الأرض في الجغرافيا.

ثابت بن قرة (836 م – 901 م) : عالم عربي اشتهر بالفلك والرياضيَّات والهندسة والموسيقى، وُلِد في حرَّان بتركيا، وتُوفِّي في بغداد.

يُعدُّ ثابت أحد أعلام الرياضيَّات المعدودين في عصره، وقد تعدَّدت إنجازاته في هذا العلم في العصر الذي عاش فيه، وامتدَّت آثاره العلميَّة في الرياضيَّات إلى العصور التالية له، حتى استحقَّ أن يُطلق عليه لقب "إقليدس العرب"، ومن أهمِّ إنجازاته في الرياضيات دراساته القيِّمة عن الأعداد، حيث قسَّم الأعداد إلى أعداد زوجيَّة وأعداد فرديَّة، كما قسَّمها أيضا إلى أعداد تامة وأعداد ناقصة وأعداد زائدة، وأوجد طريقة سهلة لاستخراج الأعداد المتحابَّة، ويعد أول شرقي بعد الصينيين بحث في المربعات السحرية وخصائصها.

وبرع ثابت في علم الهندسة حتى قيل عنه إنَّه أعظم هندسي عربي على الإطلاق، فقد أسهم بنصيب وافر في تقدم الهندسة، وهو الذي مهَّد لإيجاد علم التكامل والتفاضل، كما استطاع أن يحل المعادلات الجبرية بطرق هندسية، وتمكَّن من تطوير نظرية فيثاغورث، وكانت له بحوث عظيمة وابتكارات رائدة في مجال الهندسة التحليلية.

عمر الخيام (1048 - 1131) : هو غياث الدين أبو الفتوح عمر بن إبراهيم الخيام نيسابورى المعروف بعمر الخيام (الخيّام هو لقب والده، حيث كان يعمل في صنع الخيام).

عالم وفيلسوف وشاعر فارسي مسلم، ويذهب البعض إلى أنه من أصول عربية، وُلِدَ في مدينة نيسابور، خراسان، إيران حوالي1048 م ، وتوفي فيها حوالي 1131 م ، تخصَّص في الرياضيات، والفلك واللغة والفقه والتاريخ. وهو أوّل من اخترع طريقة حساب المثلثات ومعادلات جبرية من الدرجة الثالثة بواسطة قطع المخروط وهو صاحب الرباعيات المشهورة.

ترجع شهرته إلى عمله في الرياضيات حيث حلَّ معادلات الدرجة الثانية بطرق هندسية وجبرية. كما نظم المعادلات التكعيبية وحاول حلها كلها، ووصل إلى حلول هندسية جزئية لمعظمها. وقد بحث في نظرية ذات الحدين عندما يكون الأس صحيحاً موجباً، ووضع طرقاً لإيجاد الكثافة النوعية. كما برع في الفلك أيضاً، وقد طلب منه السلطان ملكشاه سنة 467 هـ/1074م مساعدته في تعديل التقويم الفارسي القديم. ويقول المؤرخ جورج سارطون إن تقويم الخيام كان أدق من التقويم الجريجوري.

وكمثال عن حل المعادلات التكعيبية حل المعادلة $x^3 + ax = b$ ، إذْ يكتبها على الشكل $x^3 + p^2x = p^2q$ ومنه حلها هو نقاط تقاطع الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 = qx$ مع القطع المكافئ ذو المعادلة $x^2 = py$.

أبو الحسن علي القلصادي (1422 م – 1487 م) : أبو الحسن علي بن محمد بن علي القرشي البسطي الشهير بالقلصادي وُلِد في بسطة بالأندلس وتوفي في باجة بتونس. رياضياتي مسلم أندلسي اشتهر بعلم الحساب، كما كان عالما بالفروض والنحو وفقيها على المذهب المالكي. برز القلصادي في علم الرياضيات وأبدع في نظرية العدد، وله فيها ابتكارات. كما شرح عمل ابن البناء في الحساب وأضاف إليه عدة إضافات هامة خاصة في نظرية الكسور، وقد يكون القلصادي هو أول من رسم الكسور.

وضعناه فوق العلامة الاولى وتحتها نصف الضلع

وضربناه في نصف الضلع ورددنا الى صل على نصف

المال ثم ضربناه في نصف المال ونقصنا الى صل من

نصف العدد

فوق واحد وصار

نصف العدد هكذا

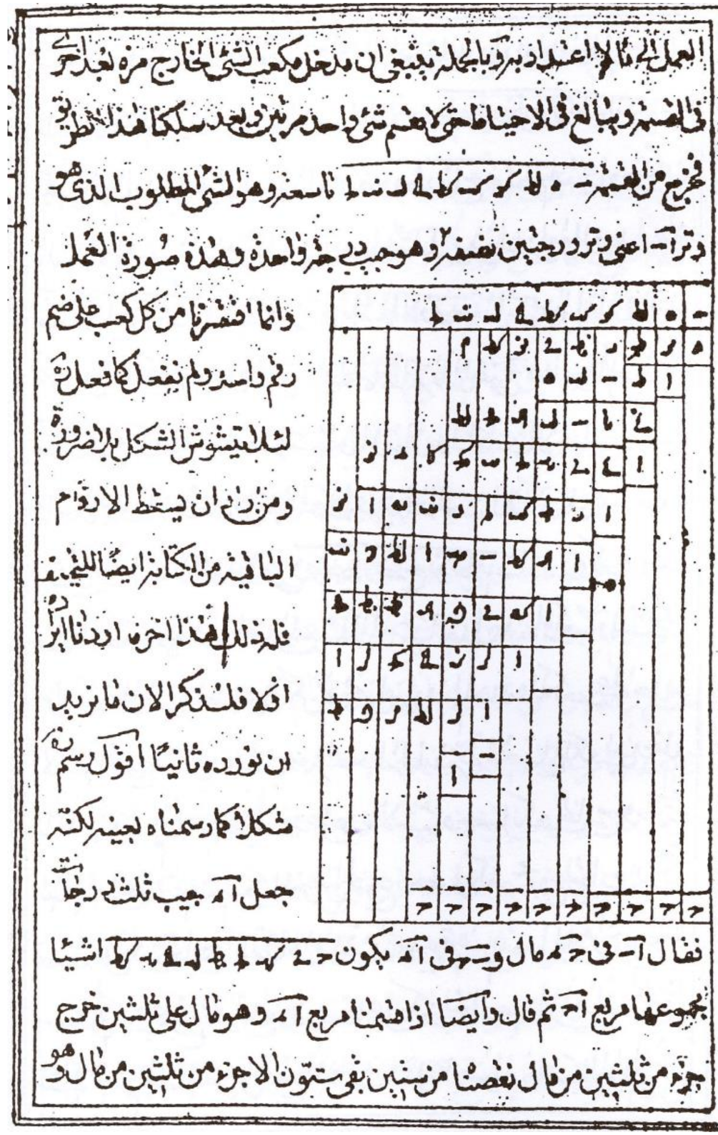
ولولا انه نعرف

العدد سى لكان

الى صل فوق

العلامات منه

كعب العدد المعروض



العمل الى تمام اعتبار دبر وبالجملة ينبغي ان ندخل مكعب الشيء الخارج مرة بعد اخرى

في الضم ويبالغ في الاحتياط حتى لا يعظم شيء واحد مرتين وبعد سلكنا هذا الطريق

فخرج من العمل [illegible] تاسعة وهو الشيء المطلوب الذي هو

وترا اعني وتر درجتين نصف [illegible] وهو جيب جزء واحد وهذه صورة العمل

وانما اقتصرنا من كل كعب على ضم

رقم واحد ولم نفعل كما فعل

لئلا يتشوش الشكل بالضرورة

ومن اراد ان يسقط الارقام

الباقية من الكتابة ايضا [illegible]

فلذلك هذا اخره اوردنا [illegible]

اولا فلنذكر الان ما نريد

ان نورده ثانيا اقول وسم

شكلا كما رسمناه بعينه لكنه

جعل آ ه جيب ثلث درجات

فقال آ [illegible] في [illegible] مال و [illegible] في آ ه يكون [illegible] اشياء

مجموعهما مربع آ ه ثم قال وايضا اذا اضفنا مربع آ ه وهو مال على ثلثين خرج

جزء من ثلثين من مال نقصنا من ستين بقي ستون الا جزء من ثلثين من مال و هو

على ثلاثة يدور الجبر   المال والأعداد ثم الجذر
فالمال كل عدد مربّع   وجذره واحدُ تلك الأضلع
والعدد المطلق ما لم يُنسب   للمال أو للجذر فافهم تُصِب
والشيء والجذر بمعنى واحد   كالقول في لفظ أبٍ ووالد
فبعضها يَعْدِل بعضا عددا   مركبا مع غيره أو مُفردا
فتلك ست نصفها مركبة   ونصفها بسيطة مرتبة
أولها في الاصطلاح الجاري   أن تَعْدِل الأموال للأجذار
وإنْ تكن عَادلتَ الأعدادا   فهي تليها فافهم المُرادا
وإن تُعادِل بالجذور عددا   فتلك تتلوها على ما حُدِّدا
واعلم هداك ربنا أن العدد   في أول المركّبات ينفرِد
ووحّدوا أيضا جذور الخامسة   وأفْردوا أموالهم في السادسة

في الأبيات الأربع الأولى يعرف المصطلحات المستعملة في الجبر وهي: المال (مربع المجهول x^2) والعدد (c) والجذر (المجهول x)، وفي الأبيات الموالية يذكر الأصناف الستة للمعادلات من الدرجة الأولى والثانية، منها ثلاثة بسيطة وهي المعادلات التي تحتوي على حدين فقط، وهي :

$$1)\ \ ax^2 = bx \qquad 2)\ \ ax^2 = c \qquad 3)\ \ bx = c$$

وثلاثة مركبة وهي المعادلات التي تحتوي على ثلاث حدود، وهي :

$$4)\ \ ax^2 + bx = c \qquad 5)\ \ ax^2 + c = bx \qquad 6)\ \ ax^2 = bx + c$$

ولابن الياسمين أيضا كتاب "تلقيح الأفكار في العمل برسوم الغبار"، وهو كتاب في الحساب له أهمية علمية وتاريخية كبيرة.

Chapitre 6 : La transmission du savoir mathématique vers l’Europe.

Les derniers siècles du Moyen-Âge sont une période de transition pour l'Europe. Elle ne participe pas au progrès de la science, mais elle réussit à s'approprier une partie significative des connaissances grecques et arabes. À cette époque et en ces lieux, deux groupes de personnes ont une activité liée aux mathématiques :

- les membres de l'université médiévale
- et les maîtres de calcul au service de la communauté marchande.

Du ***VIe au Xe siècle***, l'Europe est dans une ***phase de turbulences***. Les tribus germaniques ont envahi la partie occidentale de l'Empire Romain dès le ***Ve*** siècle. A quelques exceptions près (Clovis, Charles Martel, Charlemagne), les rois ont un pouvoir très limité. Les guerres et les invasions se succèdent. Les armées de l'Empire arabe conquièrent la péninsule ibérique au ***VIIe*** siècle et la Sicile au ***IXe*** siècle ; ils disposent aussi d'un pied-à-terre en Provence. Les Vikings entament de leur côté une série d'incursions à la toute fin du ***VIIIe*** siècle ; ils s'installent en Grande-Bretagne au ***IXe*** siècle et ne renoncent à leurs pillages sur l'actuel territoire français qu'en échange de la Normandie au début du ***Xe*** siècle.

Le ***haut Moyen-Âge (période qui va du VIIe au Xe siècle)*** est donc en Europe une période de ***désordre politique et de récession économique***. Alors que les sciences fleurissent dans l'Empire arabe, l'Europe ne dispose plus que de quelques ***bribes de la science grecque*** : quelques manuscrits grecs dans les possessions de l'Empire byzantin en Italie du sud et quelques copies de l'œuvre de Boèce (vers 480–524) préservées précieusement dans les monastères. En ce qui concerne les mathématiques, le trésor est très mince et se ***limite aux parties les plus élémentaires des Éléments d'Euclide et à l'Introduction à l'arithmétique de Nicomaque***.

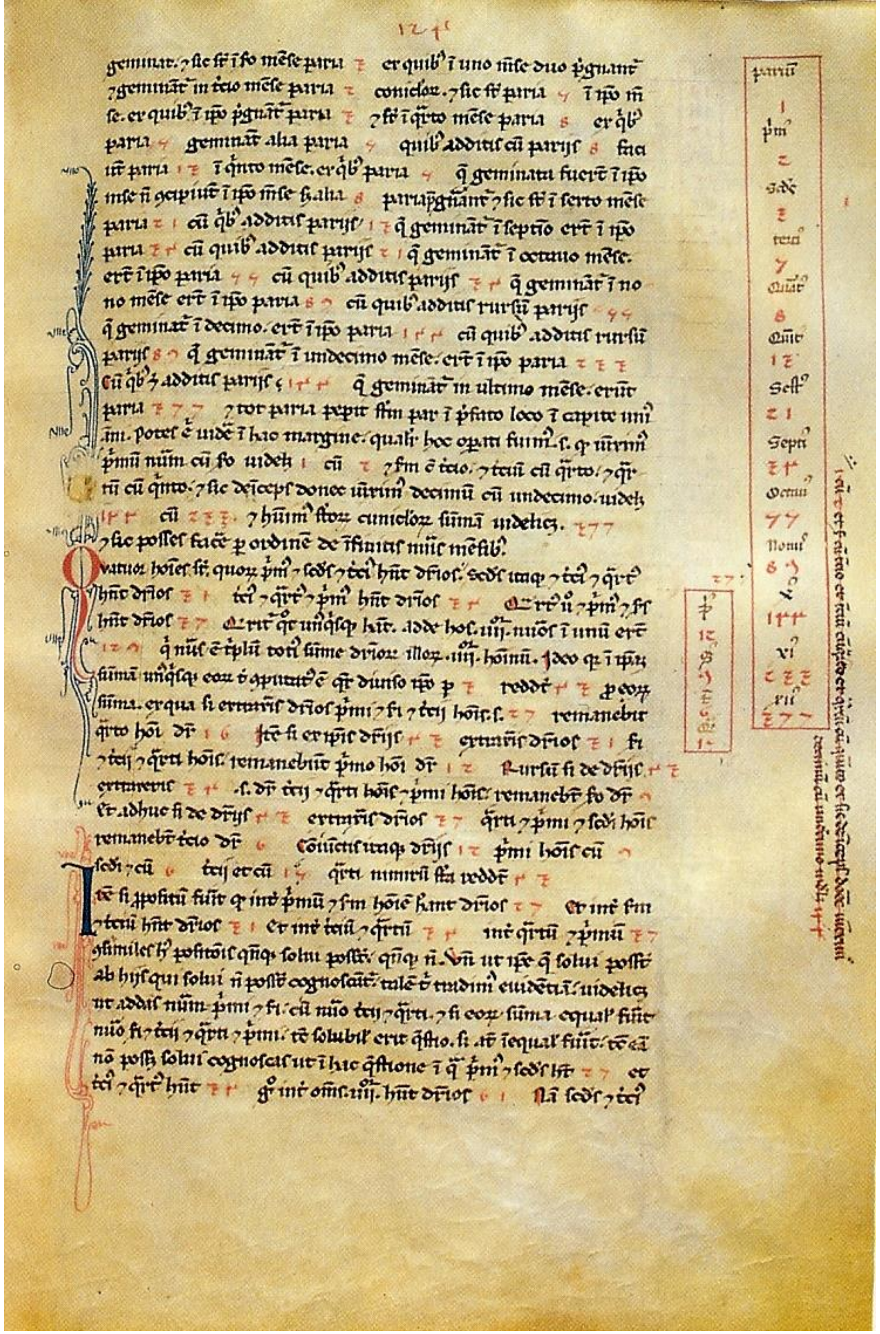
VIII.2. Le transfert de la science arabe à l’Europe.

Dès la fin du Xe siècle, ***quelques contacts isolés*** ont lieu entre la civilisation européenne chrétienne et l’Empire arabe aux abords des régions frontalières. Un des plus anciens documents connus démontrant l’existence de ces contacts est un ***manuscrit écrit en latin en 976 dans le nord de l’Espagne et utilisant la numération positionnelle décimale et les chiffres arabes***. Un autre exemple bien connu est celui de l’évêque et futur pape ***Gerbert d’Aurillac*** (vers 940–1003). Il voyage en Catalogne, y noue des contacts et rapporte un astrolabe de son voyage ; plus tard, il demande à ses correspondants espagnols de lui faire parvenir un ouvrage intitulé De « *multiplicatione et divisione* » (« Sur la multiplication et la division »). Autre figure célèbre, le voyageur, savant et marchand ***Constantin l’Africain***, né à Tunis, se convertit au christianisme et gagne l’Italie à la fin du XIe siècle. Il amène avec lui de nombreux manuscrits contenant des traités médicaux grecs et arabes, qu’il traduit en latin. Les textes ramenés par Constantin seront largement diffusés et serviront de base à la médecine européenne pendant plusieurs siècles.

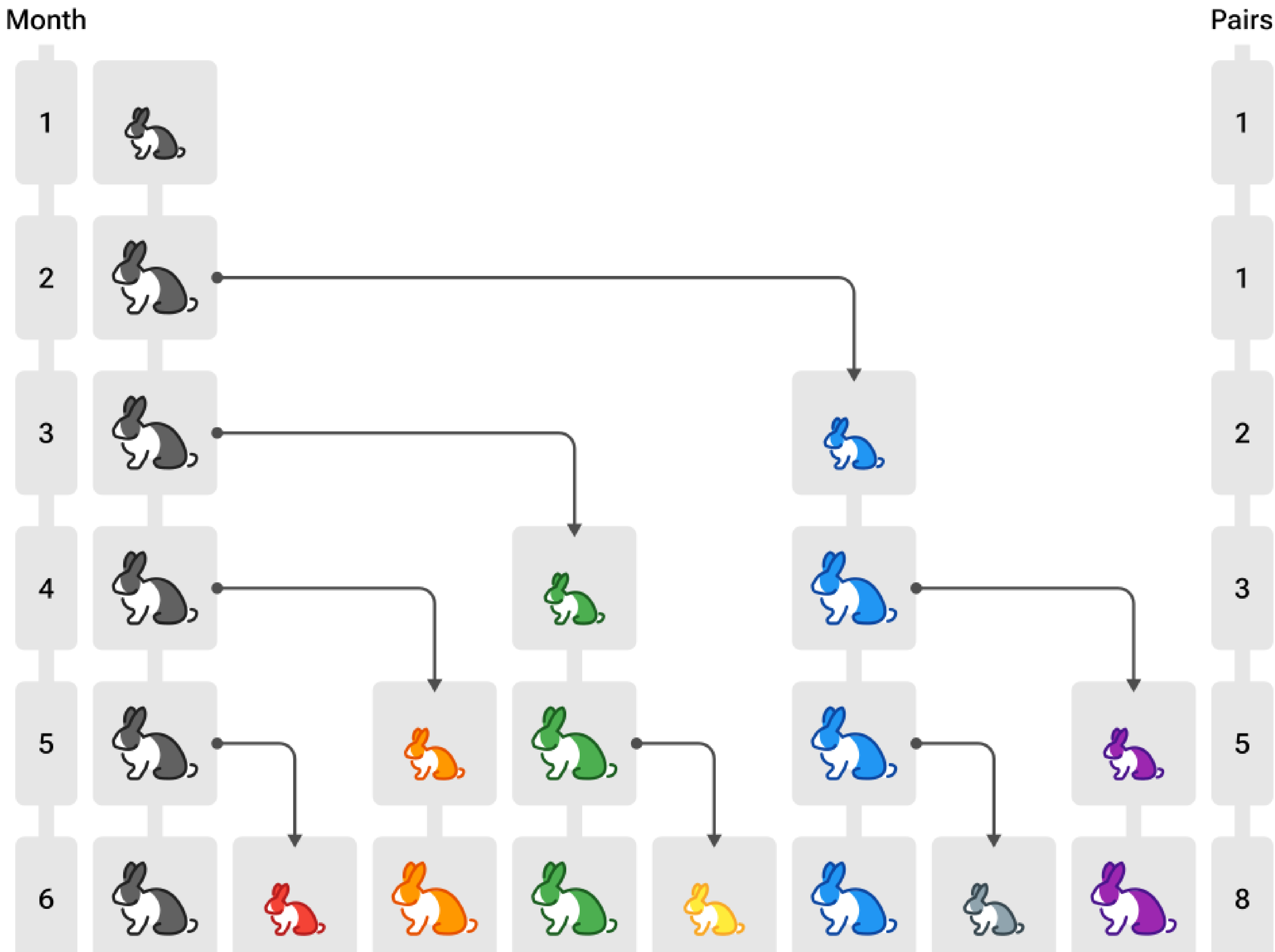
Nicole Oresme (1323–1382) à Paris

Statue de Fibonacci a Pise

Leonardo Pisano (Léonard de Pise), dit ***Fibonacci (1175-1250)***, est une figure emblématique pour cet aspect de l'histoire. Il est le fils d'un diplomate, qui représentait à Bejaia (Algérie) les marchands de Pise. Fibonacci suit son père dans ses voyages et apprend ainsi les mathématiques utilisées en Afrique du nord. Vers ***1200***, il retourne à Pise et rédige des livres exposant ses connaissances mathématiques. Son « *Liber abaci* », « *Livre du calcul* » (c'est dans le *Liber abaci* que l'on trouve le problème des lapins qui, se reproduisant tous les mois, voient leur nombre augmenter selon la suite (u_n) définie par récurrence par $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$. Fibonacci ne parle toutefois pas de suite (le concept général est plus tardif) et ne fait que calculer les premiers termes de (u_n). L'expression « suite de Fibonacci » est due à un mathématicien du XIXe siècle, ***Édouard Lucas*** (1842–1891), qui en a étudié les propriétés.) Le *Liber abaci* de Fibonacci, achevé en 1202, connaît une large diffusion. Il s'agit d'un ouvrage d'arithmétique élémentaire expliquant l'utilisation du système de numération positionnel décimal pour le calcul des quatre opérations de base et les



Une page du *Liber abaci* de Fibonacci à la bibliothèque nationale de Florence. Sur la droite se trouve la suite de Fibonacci, chaque terme ayant sa position en latin et chiffres romains suivi de sa valeur en chiffres arabes.



Month
Pairs
1
2
3
4
5
6
1
1
2
3
5
8

يرى الباحثون في تاريخ الحضارات وفي تاريخ العلوم – حتى من الأوروبيين أنفسهم – أنه كان للعرب دور بارز في تكوين الفكر الأوروبي، وأنه أكثر بروزا في العلم بمختلف فروعه. وقد تم انتقال علمنا إليهم من خلال الاحتكاك الحضاري في ثلاث مناطق : الشرق العربي إبان الحروب الصليبية، وصقلية في أثناء حكم العرب لها حيث كان التفوق للحضارة العربية، والأندلس الإسلامية خصوصا مدينة قرطبة.

إن الحضارة الأوربية مرتبطة مع الحضارة اليونانية عن طريق الحضارات الكبيرة في الشرق، وللحضارة الإسلامية أهمية كبيرة في تطوير الثقافة الأوربية عن طريق ترجمة الأعمال الإسلامية والعلمية في أوربا في نهاية القرون الوسطى، ففي الوقت الذي كانت فيه القارة الأوربية في قرونٍ مظلمة في الجانب الثقافي والحضاري كانت الحضارة الإسلامية أكبر الحضارات. وقد كان للقساوسة المسيحيين أثر كبير في مجتمعاتهم وكانت لهم آراء مشوهة عن الدين الإسلامي والحضارة الشرقية وساد هذا الاعتقاد لقرون طويلة، ولكن بدأت هذه الصورة عن الثقافة والحضارة الشرقية تتغير تدريجياً، هذا الأمر أدى إلى أولى بوادر الاهتمام بالعلم والرأي الإسلامي. وقد حدث هذا الانفتاح الثقافي عن طريق الحروب والتجارة والسياحة، وشكلت الموانئ أهم هذه الوسائل في انتقال الحضارة الإسلامية، مثل الموانئ الأوربية ومنها البندقية وبيزا وباليرمو، والموانئ الشرقية مثل طرابلس والإسكندرية وصور وصيدا. وكذلك خلال الحروب الصليبية (1083 – 1263) وقد أدت العمليات العسكرية للأوربيين على الحدود الشرقية الغربية إلى سيطرة بعض هذه الدول على المناطق الإسلامية والتعرف على حضاراتها.

كان الأوربيون يهتمون بمراكز البحوث العلمية والمكتبات الغنية التي تتمركز في البلدان الإسلامية، ولكن واجهتهم مشكلة تتمثل بعدم معرفتهم باللغة العربية لذلك كانوا يأخذون الكتب اليونانية وفي الأقل الكتب المترجمة للغة العربية عن طريق الحروب الصليبية إلى أوربا، وهكذا وصلت أعمال اليونانيين إلى الأراضي الأوربية وبدأت حركة الترجمة من اللغة العربية إلى اللغات الأوربية في أثناء القرنين الحادي والثاني عشر.

اهتم العلماء الأوربيون بترجمة العلوم الطبيعية والتجريبية مثل الطب والفيزياء والكيمياء والفلك والرياضيات وبذلك كانت أول الأعمال المترجمة من اللغة العربية على وجه الخصوص في هذه المجالات. وفي الرياضيات كان أول ما ترجم كتاب "مبادئ إقليدس" وكتاب "الجبر والمقابلة" لمؤلفه الخوارزمي، هذا الأخير الذي ظل المرجع الرئيسي في الرياضيات بجامعات أوروبا حتى القرن السادس عشر.

لقد طور العالم الرياضي **فييت** F. Viète (1603-1540) علم الجبر الذي أسسه الخوارزمي، وخلصه من صفة غير الرمزية له .

حيث استعمل **فييت** الحروف الهجائية كرموز للكميات الحسابية، وأدخل بعض العلامات كرموز للعمليات التي تجري على تلك الحروف .

سمح هذا الأمر بتقدم ملحوظ للرياضيات وهو الشيء الذي سيمكنها لاحقا من التطور والنمو.

غير أن **فييت** واجهته صعوبات لم يستطع التغلب عليها، خاصة تلك ترجع الى "اقتران العمليات الجبرية في ذهنه بالأشكال الهندسية".

لقد كانت العقبة التي تعترض الجبر كعلم تجريدي محض هو ارتباطه بالأشكال الهندسية وحدسها، فكان لابد من تخليصه منها بعد أن خلصه **فييت** من الكلام العادي وما يقوم مقامه من أعداد حسابية.

Chapitre 7 : La renaissance en Europe

Au XVIe siècle en Europe de l'ouest, les mathématiques sont abordées selon ***plusieurs angles*** :

- les recherches issues de la ***tradition algébrique médiévale*** sont poursuivies,
- un ***regain d'intérêt pour la géométrie grecque*** accompagne le mouvement humaniste de la Renaissance,
- enfin des personnes marient ***géométrie et arithmétique*** pour forger des outils mathématiques qui permettent de perfectionner l'astronomie et d'améliorer les techniques nécessaires à la conquête des océans.

En Europe de l'ouest, dans les derniers siècles du Moyen-Âge, deux groupes de personnes ont une activité liée aux mathématiques.

D'un côté, les universitaires, dont la formation mathématique se limite essentiellement aux premiers livres des Éléments d'Euclide et à l'arithmétique de Nicomaque, étudient surtout les questions de cinématique, de logique, d'astronomie et de trigonométrie à travers les ouvrages d'Aristote et de Ptolémée et en relation avec la théologie.
D'un l'autre côté, les maîtres de calcul vivent en enseignant l'usage des nombres et leur manipulation avec le système de numération positionnel décimal aux marchands impliqués dans le commerce international ; ils consignent leur savoir dans des traités d'arithmétique marchande.

Ce système bipolaire laisse progressivement place à partir du milieu du XVe siècle (un peu plus tôt en Italie) à une ***situation beaucoup plus riche et ouverte***. En fait, c'est tout le contexte ***social***, ***économique***, ***culturel*** et ***scientifique*** qui change en Europe vers cette date.

- Un des éléments les plus importants de ce changement est le début de la ***conquête des océans***, à la suite des expéditions de Christophe Colomb, Vasco de Gama et Magellan.

- Autre point notable, le ***commerce international***, contrôlé par les marchands italiens à la fin du Moyen-Âge, se développe dans toute l'Europe, créant ainsi un afflux de richesses qui favorise l'épanouissement des arts, des sciences et des techniques.

- L'***invention de l'imprimerie vers 1440*** rend quant à elle la diffusion des connaissances moins problématique.

- La Renaissance enfin est aussi l'époque de l'Humanisme et de la Réforme protestante, mouvements qui n'ont toutefois qu'une faible influence sur le développement des mathématiques.

En ce qui concerne les mathématiques, les efforts se portent dans plusieurs directions. ***On ne peut toutefois pas parler à cette époque d'une communauté de mathématiciens cherchant ensemble à faire avancer plusieurs sujets de leur discipline.*** Au contraire, plusieurs groupes de personnes coexistent ; chaque groupe explore sa voie et possède son propre style de faire des mathématiques, avec des points de vue différents concernant le choix des problèmes jugés importants, les méthodes autorisées pour leur résolution, la manière dont les résultats doivent être rédigés et présentés, et l'intérêt de publier les inventions. À la fin du XVIe siècle, on peut ainsi distinguer au moins cinq catégories de personnes ayant à pratiquer régulièrement les mathématiques : les ***algébristes***, les ***géomètres humanistes***, les ***mathématiciens appliqués***, les ***astronomes*** et les ***artistes***.

Une des raisons d'un tel éclatement réside dans le fait que le système d'enseignement supérieur de l'époque n'est pas en position de jouer le rôle d'une autorité normative. Au XVIe siècle en effet, les universités enseignent les mathématiques au même niveau élémentaire qu'au bas Moyen-Âge. (Ce n'est qu'au ***XVIIe siècle que les premières chaires de mathématiques dans les universités seront créées*** ; elles le seront en Angleterre, en 1619 à Oxford et en 1664 à Cambridge.) Si un débutant souhaite apprendre des mathématiques à un niveau plus avancé, il doit faire appel à un tuteur privé ou à un collègue plus expérimenté, lequel lui apprend une façon particulière d'appréhender les mathématiques.

Les algébristes.

Les algébristes sont les successeurs des auteurs des ***arithmétiques marchandes***. Ils s'intéressent surtout à améliorer les méthodes permettant de résoudre les problèmes arithmétiques.
Leurs prédécesseurs avaient cherché les méthodes et les dispositions les plus efficaces pour conduire les opérations arithmétiques sur les nombres écrits en base dix et sur les fractions. Les algébristes du XVIe siècle

- améliorent progressivement le système de notation algébrique,
- découvrent la procédure de résolution des équations du troisième degré,
- et inventent les nombres complexes.

Les géomètres humanistes.

À la Renaissance, un mouvement de pensée appelé « humanisme » met à l'honneur l'étude des cultures antiques (grecque et romaine). Ce mouvement touche l'art (Léonard de Vinci, Michel-Ange, Raphaël,...), la littérature (Machiavel, Bramante, Ronsard,...), l'architecture (Brunelleschi), les sciences, etc. Le pape, le roi de France et les princes italiens encouragent financièrement ce mouvement en passant des commandes aux artistes et en subventionnant de petits cercles littéraires ou scientifiques qui prennent le nom d'***Académi***e, du nom de l'école fondée à Athènes par Platon. Un trait amusant de ce mouvement est que les humanistes adoptent des noms à consonance grecque ou latine : l'Allemand Johann Müller (1436–1476), originaire de Königsberg, se fait ainsi appeler Regiomontanus, tandis que son compatriote Wilhelm Holzmann (1532–1576) choisit de changer son nom en Xylander. Pour les mathématiques, une conséquence de cette mode est ***la remise au goût du jour de l'étude de la géométrie grecque classique***. Ainsi Federigo Commandino (1509–1575) prépare d'excellentes traductions en latin des œuvres d'Euclide, Archimède, Apollonius, Héron, Ptolémée et Pappus, entre autres.

Les mathématiciens appliqués.

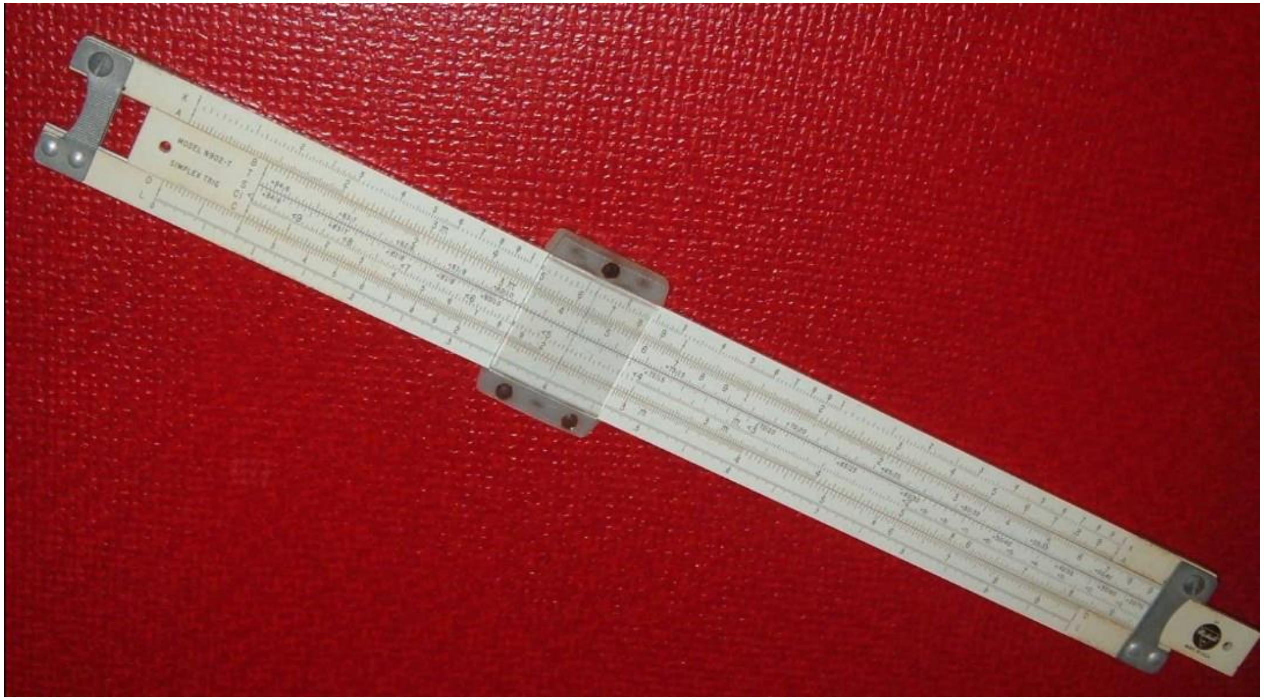
Les mathématiciens de cette catégorie sont surtout des Britanniques et des habitants des Pays-Bas. Les problèmes à l'origine de leurs travaux sont de nature pratique : développement de techniques de navigation efficaces, mise au point de cartes précises, conception de ports ou de fortifications. Par exemple, à partir du moment où les Européens commencent la conquête des océans, il leur faut savoir dresser et utiliser des cartes couvrant entièrement les océans. À cette échelle, on ne peut plus négliger le caractère sphérique de la Terre, et il faut trouver un moyen de passer du globe terrestre à la surface plane d'une carte. La projection de Mercator (1512–1594) est mise au point afin que la trajectoire des bateaux gardant un cap constant (par rapport à la direction donnée par le compas du navire) soit représentée par une droite sur la carte. Pendant encore trois siècles, les problèmes liés à la navigation sur les océans stimuleront le développement des techniques.

Les mathématiciens appliqués mélangent librement le vieux matériel grec avec celui contenu dans les textes arabes et les traités algébriques. Ayant des visées pratiques, ils n'hésitent pas à violer les canons de la philosophie grecque pour réaliser leurs buts. Ainsi ***ils mélangent arithmétique et géométrie*** pour calculer des tables utilisables par les navigateurs et les ingénieurs : la géométrie fournit des théorèmes exacts, que l'on transcrit ensuite avec l'outil arithmétique.

Le Néerlandais Simon Stevin (1548–1620) et l'Écossais John Napier (1550–1617) popularisent ainsi l'usage des nombres fractionnaires décimaux, c'est-à-dire l'écriture des nombres non entiers en utilisant des chiffres décimaux après la virgule.

Une invention importante des mathématiciens appliqués est celle des ***logarithmes*** par ***John Napier*** ou Néper ***(1550-1617)*** et, de façon indépendante, par le Suisse ***Jost Bürgi (1552–1632)***. Il s'agit de la première fonction transcendante mise au point par les mathématiciens depuis les lignes trigonométriques, bien connues des savants arabes. Elle remplace le calcul des multiplications, des divisions et des extractions de racine par celui d'additions, de soustractions et de division par deux, ce qui permet d'accélérer les calculs sur des nombres qui ont de nombreux chiffres. C'est dans ce cadre d'ailleurs que Napier utilise son système d'écriture pour les nombres fractionnaires, car il lui permet de dresser la première table de logarithmes avec cinq décimales exactes. L'Anglais Henry Briggs (1561–1630) complète ce travail en publiant en 1624 une table donnant la valeur avec quatorze décimales exactes des logarithmes des entiers entre 1 et 20000.

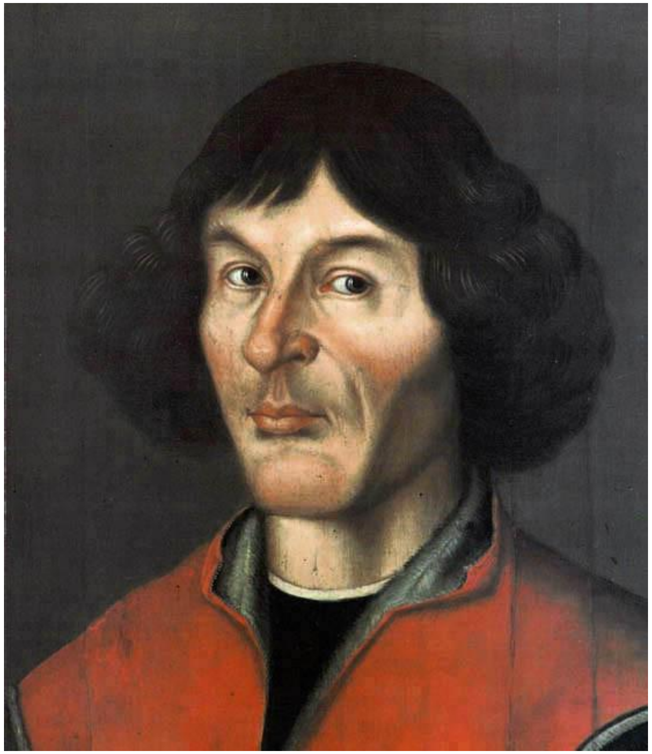
Les mathématiciens appliqués partagent donc avec les algébristes une vision pratique des mathématiques, tournée vers la résolution des problèmes. Ils acceptent qu'un calcul tienne lieu de preuve. Le but n'est pas d'atteindre une grande rigueur théorique, mais de disposer d'une technique fiable. Une approche opératoire des mathématiques est ainsi mise en avant, approche qui va jusqu'à la recherche d'outils pratiques et de dispositifs mécaniques, comme le compas proportionnel de Galilée ou la règle à calculer de Gunter et Wingate.



Les astronomes.

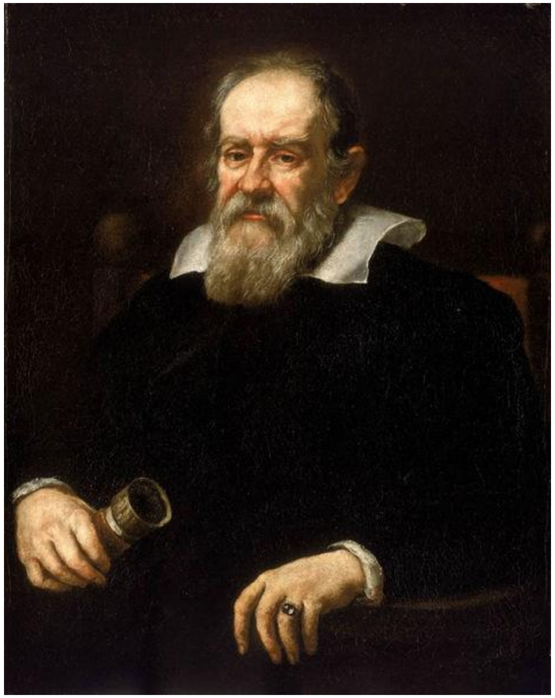
Nicolas Copernic (1473–1543, né en Prusse royale – Royaume de Pologne).

Il comprend vers 1514 que le modèle héliocentrique (c'est-à-dire basé sur l'hypothèse que les planètes tournent autour du soleil) est plus satisfaisant que le modèle géocentrique (dans lequel on suppose que les planètes et le soleil tournent autour de la Terre). Il souhaite dès cet instant publier un aperçu complet de ses idées, mais le projet ne voit le jour qu'en 1541 avec la publication du livre De revolutionibus orbium coelestium. Afin d'éviter à ce livre d'être condamné par l'Église catholique, la théorie héliocentrique n'est présentée que comme une hypothèse mathématique.



Galileo Galilei (1564–1642, né à Pise).

Il observa les satellites de Jupiter, les anneaux de Saturne et les phases de Venus à l'aide de sa lunette astronomique. Il se persuada ainsi de la justesse de la théorie de Copernic. En 1616, Galilée affirma que la théorie de Copernic n'était pas seulement un artifice mathématique, mais était la réalité physique. Ce point de vue causa à Galilée des ennuis avec l'Église : dans un premier temps, l'Inquisition déclara la doctrine copernicienne comme contraire aux enseignements de l'Écriture Sainte ; puis, après que Galilée a récidivé en publiant en 1632 son Dialogue concernant les deux principaux systèmes du monde, elle condamna Galilée à la prison à vie pour hérésie.



L'algèbre à la Renaissance.

1. Le symbolisme.

Les traités d'arithmétique marchande des professeurs de calcul du Moyen-Âge comportaient souvent un chapitre d'algèbre dédié à l'exposition de la solution des équations du deuxième degré et à l'exploration du problème pour les équations de degré supérieur.

L'algèbre du XIVe et de la plus grande partie du XVe siècle est rhétorique, comme chez Fibonacci. Aucun symbolisme n'est utilisé. Ainsi Maître Benedetto de Florence écrit « le carré plus 21 unités valent 10 choses » et non pas $x^2 + 21 = 10x$.

Des systèmes d'abréviations commencent toutefois à se mettre en place vers la deuxième moitié du XVe siècle. Ainsi un manuscrit toscan de cette époque propose de désigner la chose (c'est-à-dire l'inconnue x) par la lettre C, abréviation du mot toscan « cosa », le carré (notre x^2) par la lettre Z comme « zenso », et le cube (notre x^3) par la lettre Q comme qubo. Ensuite, la combinaison de mots zenso di qubo, abrégée en ZQ, sert à désigner $(x^3)^2$. L'abréviation ZZZ sert à désigner $((x^2)^2)^2=x^8$; alors que CZZ est $x(x^2)^2 = x^5$.

Ce système, pas encore très commode, est progressivement amélioré afin de permettre l'écriture et la manipulation efficace d'expressions plus compliquées et plus longues. Un exemple remarquable est le cas du Triparty, un manuscrit écrit en 1484 par un dénommé ***Nicolas Chuquet (1445–1488)***. On trouve deux améliorations notables dans le Triparty. D'une part, Chuquet utilise un système de parenthésage, qui permet par exemple de distinguer facilement les expressions complexes. D'autre part, Chuquet introduit une ***notation exponentielle*** pour les puissances de l'inconnue ; c'est ainsi qu'il écrit 3^0p12^2 pour notre $3 + 12x^2$. Le grand atout de cette notation exponentielle est qu'elle facilite les calculs : pour effectuer une multiplication, il suffit d'ajouter les exposants. Les idées de Chuquet ne s'imposent toutefois pas tout de suite, peut-être en partie parce que son manuscrit n'est pas imprimé, et donc *a fortiori* pas diffusé à grande échelle. Il faudra attendre la publication en ***1572 de l'Algebra de Rafael Bombelli*** pour que des idées analogues se répandent.

De nombreuses notations algébriques sont imaginées à la Renaissance. Par exemple, l'Allemand ***Michael Stifel*** (1487–1567) emploie les symboles +, - et √ pour désigner les opérations d'addition, de soustraction et d'extraction de racine et popularise ces notations dans son ouvrage « Arithmetica integra » publié in ***1544***.

Autre exemple : ***le signe*** = apparaît pour la première fois en ***1557*** dans un ouvrage de ***Robert Recorde (1510–1558)***. Recorde justifie son choix en disant que « rien d'autre [que les deux lignes du signe =] ne peuvent être davantage égales ». Le symbole = ne fut toutefois pas immédiatement adopté de façon universelle, puisque l'abréviation ae (raccourci du mot latin aequal) et le symbole : : resteront employés jusqu'à la fin du XVIIe siècle.

Résolution de l'équation de degré 3.

Les maîtres de calcul italiens de la fin du Moyen-Âge se sont intéressés aux équations de degré supérieur à deux. Leurs efforts trouvent un aboutissement à la Renaissance, quand ***Scipione dal Ferro (1465–1526)***, un professeur à l'université de Bologne, invente dans les années 1500 un ***algorithme permettant de résoudre les équations du troisième degré***. Del Ferro n'ébruite pas sa découverte, mais sur son lit de mort, il révèle la solution du « problème du cube et de la chose » (c'est-à-dire la solution des équations de la forme $x^3 + px = q$) à son disciple ***Antonio Maria Fior***. Fort de cette connaissance, ce dernier décide en ***1535*** d'affronter en concours ***Niccolo Fontana (1499–1557) dit Tartaglia*** (le bègue), un mathématicien ayant une certaine réputation. Chacun des candidats dispose de quelques jours pour répondre à trente questions choisies par son adversaire. Tous les problèmes que Fior pose à son challenger se ramènent à la résolution d'une équation du type x3 + px = q ; dans l'autre sens, Tartaglia pose des questions variées à Fior. À force de recherches, Tartaglia trouve la procédure de résolution générale des équations du troisième degré avant le dénouement du concours et résout alors tous les problèmes que Fior lui a posés. De son côté Fior, mathématicien plutôt médiocre, ne vient pas à bout des problèmes qui lui ont été soumis. Tartaglia remporte le concours et les honneurs (mais décline prudemment le banquet que Fior veut lui offrir...)

Le bruit se met alors à courir que l'équation du troisième degré est résolue. ***Gerolamo Cardano (1501–1576)***, professeur renommé de mathématiques et de médecine établi à Milan, souhaite inclure la méthode dans le livre de calcul arithmétique qu'il est en train d'écrire. Il écrit dans ce but à Tartaglia, mais ce dernier refuse, préférant écrire lui-même le premier ouvrage exposant ce résultat. Après tractations, Tartaglia accepte de se rendre à Milan à l'invitation de Cardan et lui dévoile la procédure pour résoudre trois formes particulières de l'équation du troisième degré, à savoir $x^3 + px = q$, $x^3 = px + q$ et $x^3 + q = px$. En retour, Cardan promet sur la Bible de ne pas publier la méthode sans l'autorisation de Tartaglia. Cardan tente alors de mieux comprendre les indications que Tartaglia lui a données. Il entreprend une étude systématique de l'équation du troisième degré et cherche notamment à montrer que les procédures de Tartaglia conduisent au bon résultat. Au cours de ce travail, il tombe sur le fait curieux suivant : dans le cas de l'équation $x^3 = 15x + 4$, la méthode de Tartaglia conduit à la solution

$$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$$

alors que x = 4 est clairement solution. Cardan écrit à Tartaglia pour avoir son avis sur la question, mais Tartaglia ne sait pas ou ne veut pas répondre et cherche à égarer Cardan sur de fausses pistes. Impatienté et ayant eu vent de l'histoire entre dal Ferro et Fior, Cardan se rend alors à Bologne. En examinant un carnet de notes de dal Ferro, Cardan constate que Tartaglia n'a pas été le premier à découvrir la procédure de résolution des équations du troisième degré. Il s'estime alors délivré de sa promesse à Tartaglia. Considérant que son travail de clarification mérite d'être publié, il décide de rédiger un grand traité d'algèbre, l' « Ars magna sive de regulis algebraicis » (« La grande science », ou pour mieux dire, « des lois algébriques »), dans lequel il incorpore la résolution des équations du quatrième degré que venait de découvrir son élève ***Lodovico Ferrari (1522–1565)***.

Cardan ne néglige pas d'expliquer les circonstances historiques de la découverte et cite le nom de tous les protagonistes. L'ouvrage est publié en ***1545***. S'estimant floué, Tartaglia proteste et parvient à salir la réputation de Cardan. Ferrari prend alors la défense de son maître et propose que Tartaglia et lui s'affrontent publiquement lors d'un concours mathématique. L'espoir d'obtenir un poste à l'université de Brescia en cas de succès conduit Tartaglia à accepter ce défi. Les choses prenant toutefois mauvaise tournure, Tartaglia abandonne le concours, perdant alors une partie de sa réputation et l'emploi convoité.

Expliquons le principe de résolution des équations de la forme

$$x^3 = px + q \tag{1}$$

Admettons que nous connaissions deux nombres a et b tels que

$$3ab = p \text{ et } a^3 + b^3 = q \tag{2}$$

Alors

$$(a + b)^3 = 3ab(a + b) + (a^3 + b^3) = p(a + b) + q,$$

ce qui montre que le nombre $x = a + b$ est solution de (1). Il suffit donc de résoudre (2) pour avoir une solution de (1). Mais il est facile de trouver les deux nombres $u = a^3$ et $v = b^3$, puisqu'on connaît leur somme et leur produit :

$$u + v = a^3 + b^3 = q \text{ et } uv = (ab)^3 = (p/3)^3 \tag{3}$$

Si la quantité $(q/2)^2-(p/3)^3$ est positive, alors la solution de (3) est donnée (à l'échange de u et v près) par

$$u = \frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} \quad \text{et} \quad v = \frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}.$$

Pour obtenir une solution de (2), il suffit alors d'extraire des racines cubiques de u et de v,

$$a = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \quad \text{et} \quad b = \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}},$$

Dans le cas de l'équation $x^3 = 15x + 4$, la méthode de Cardan conduit à l'expression

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

alors que x = 4 est clairement solution. C'est cette observation qui avait tracassé Cardan.

Invention des nombres complexes.

L'Ars magna de Cardan a une grande influence, mais il est très difficile à lire. Il est d'ailleurs écrit en latin, ce qui montre qu'il s'adresse à un public savant. Au milieu des années 1550, un ingénieur romain du nom de ***Rafael Bombelli (1526-1572)*** se décide à écrire un traité afin d'exposer la solution de l'équation du troisième degré de façon compréhensible pour un large public. Cet ouvrage, intitulé « Algebra », et auquel Bombelli travaillera jusqu'à sa mort, connaîtra une large diffusion. Il est aujourd'hui considéré comme étant le sommet de l'algèbre italienne à la Renaissance.

Vers l’acceptation des nombres négatifs.

- ***La première apparition connue*** des nombres négatifs est dans *Les Neuf Chapitres sur l'art mathématique* (*Jiǔzhāng Suànshù*), dont les versions qui nous sont parvenues datent du début de la dynastie Han (***IIe siècle av. J.-C.***), sans qu'on puisse dater les versions originales, sans doute plus anciennes. *Les Neuf Chapitres* utilise des bâtons de numération rouges pour les nombres positifs et des noirs pour les négatifs. Cela permettait aux Chinois de résoudre un système d'équations linéaires à coefficients négatifs.

Chapitre 8 : La révolution industrielle et ses conséquences.

La **révolution industrielle** est une période qui court **des années 1770** (la **machine à vapeur de Watt** date de 1769) **aux années 1910,** au moment de l'apparition de l'automobile, de l'aviation.
Il s'agit d'une période fondamentale marquée par d'incontestables transformations techniques, économiques, sociales et culturelles.
L'expression de « révolution » s'impose d'elle-même, en raison des conséquences importantes qu'elle a entraînées.

- René Descartes, Blaise Pascal,

- la naissance de la théorie des probabilités,

- les nombres négatifs, les nombres imaginaires,

- la géométrie projective, la géométrie analytique,

- les méthodes infinitésimales, le calcul différentiel et intégral (Newton et Leibnitz).

- Les équations différentielles ordinaires, les équations aux dérivées partielles, le calcul variationnel

Le Calcul infinitésimal et l'analyse au XVIIIe siècle

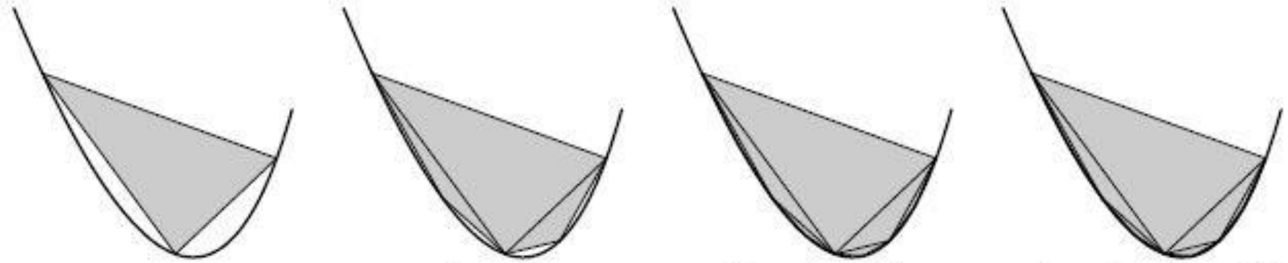
Au début du XVIIe siècle, l'attention se porte sur des problèmes de géométrie qui n'avaient pas été étudiés de façon systématique par les géomètres grecs de l'Antiquité. Parmi ces problèmes se trouvent la détermination des tangentes à une courbe, les problèmes de rectification (détermination de la longueur des courbes), de quadrature (détermination de l'aire des surfaces) et de cubature (détermination du volume des solides), la recherche des centres de gravité des lignes, des surfaces et des solides, et l'étude des questions de cinématique (c'est-à-dire l'étude du mouvement).

Au début du XVIIe siècle, les mathématiciens européens se mettent à examiner de nouvelles figures géométriques, obtenues par des constructions variées. Par exemple, la géométrie analytique inventée dans les années 1630 par Descartes et Fermat permet de définir de nombreuses nouvelles

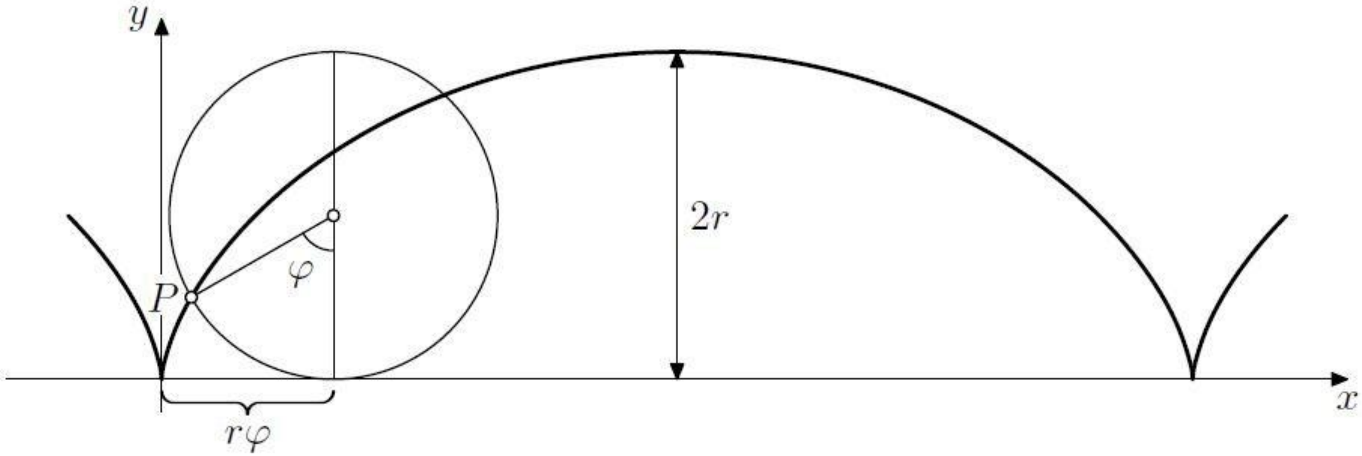
Au XVIIe siècle en Europe, il n'y a pas de système établi d'enseignement supérieur ou de recherche, et les savants ne sont pas rémunérés pour leurs contributions aux progrès de la science. Ceux d'entre eux qui ne disposent pas d'une fortune personnelle doivent donc faire coexister leur activité scientifique avec une activité professionnelle. Cette contrainte fait qu'il n'y a qu'une poignée de mathématiciens actifs dans toute l'Europe, de sorte que le milieu scientifique est très fragile. Ainsi la disparition en 1647 des deux plus importants disciples de Galilée, Bonaventura Cavalieri (1598–1647) et Evangelista Torricelli (1608–1647), laisse l'Italie sans mathématicien. La France occupe le haut de l'affiche dans les années 1640–1650 avec des personnes comme Descartes, Fermat, Blaise Pascal (1623–1662) ou Gilles Personne de Roberval (1602–1675) ; mais la relève n'est pas assurée, ce qui fait que l'activité mathématique décline brutalement en France à la fin des années 1650. À cette même date, un professeur à l'université de Leyden (Pays-Bas), ***Frans van Schooten (1615–1660)***, rassemble autour de lui une petite équipe de jeunes mathématiciens qui perfectionnent les méthodes de Descartes ; mais la plupart des élèves de van Schooten, happés par d'autres occupations, ne poursuivent pas longtemps leurs recherches. Seul ***Christiaan Huygens (1629–1695)***, le plus brillant des élèves de van Schooten, fera une carrière scientifique, aidé en cela par sa nomination comme pensionnaire de l'Académie Royale des Sciences à Paris lors de la création de cette dernière en 1666. (Nous reviendrons sur les Académies des sciences, quand nous parlerons du XVIIIe siècle).

Nouvelles figures géométrique.

Les mathématiciens du XVIIe siècle inventent un grand nombre de nouvelles figures géométriques, qui suggèrent de nouveaux problèmes et qui fournissent des exemples sur lesquels l'efficacité des méthodes conçues pour traiter les questions de quadrature, de rectification, de tangentes, etc. est testée.



aire en grisé = T $\quad (1+\frac{1}{4})T \quad (1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16})T \quad (1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64})T$

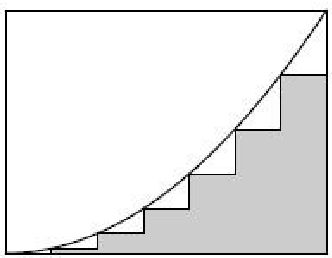
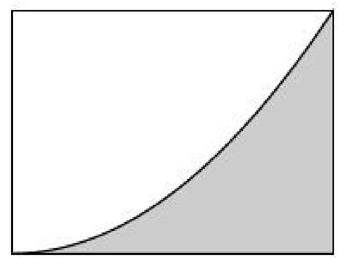
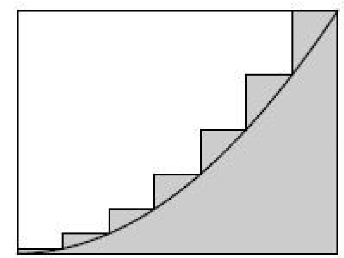


La principale source de nouveaux exemples de courbes provient toutefois de la géométrie analytique. Grâce à la méthode que lui et Descartes ont inventé, Fermat peut par exemple définir des « paraboles supérieures » et des « hyperboles supérieures ». Ce sont les courbes dont nous écririons aujourd'hui l'équation sous la forme $(y/b) = (x/a)^{p/q}$, où a et b sont deux unités de longueur et où l'exposant p/q est un nombre rationnel. Les mathématiciens de la première moitié du XVIIe siècle, faute d'être habitués à utiliser les exposants fractionnaires ou négatifs, présentent toutefois de manière séparée les différents cas possibles pour cette équation.

Bonaventura Francesco Cavalieri (1598-1647)
Un élève de Galilée

L'objectif de Cavalieri est de pouvoir comparer deux figures planes en comparant leurs éléments indivisibles. Un résultat de base de la théorie de Cavalieri s'énonce, avec des notations modernes, comme les prémisses du ***théorème de Fubini***. Soient deux figures planes F1 et F2, considérées comme formées de leurs éléments indivisibles. Si les longueurs l_1 et l_2 des segments formant ces éléments indivisibles sont toujours deux à deux égales, alors les aires A_1 et A_2 de ces figures sont égales, et même : $l_1/ l_2= A_1/ A_2$.

La détermination des aires sous les « paraboles supérieures » était un problème d'actualité dans les années 1630. En 1636, Roberval et Fermat parviennent au même résultat que Cavalieri. Ils considèrent un entier positif k et deux longueurs AB = a et BC = b, et s'intéressent à la courbe d'équation $y/b = (x/a)^k$. (Sur la figure ci-dessous, le point C a pour coordonnées (a,b)) Roberval et Fermat cherchent à déterminer l'aire située sous la courbe grâce à la méthode que l'on appelle aujourd'hui la méthode des rectangles.

aire  $<$ aire  $<$ aire  .

Roberval et Fermat doivent évaluer la somme $1^k + 2^k + 3^k + ... + n^k$. Roberval rappelle alors la valeur de la somme des premiers nombres, puis calcule celle des premiers carrés, des premiers cubes, etc.

$1 + 2 + 3 + ... + n = n(n+1)/2$
$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = n(n+1)(2n+1)/2$
$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = n^2(n+1)^2/2^2$

Roberval affirme qu'il sait montrer l'encadrement :

$$1^k + 2^k + 3^k + ... + (n-1)^k < n^{k+1}/(k+1) < 1^k + 2^k + 3^k + ... + (n-1)^k + n^k$$

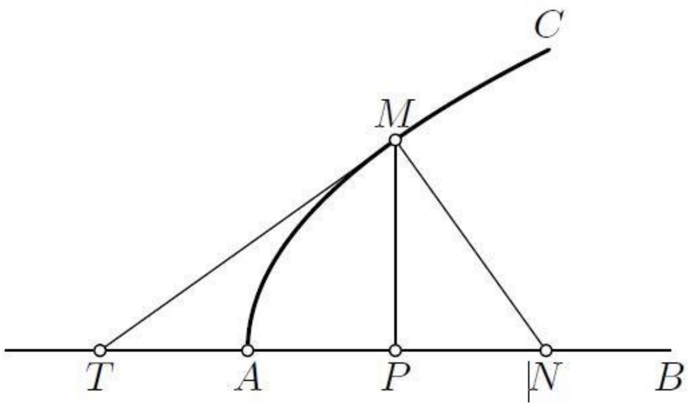
Ce qui termine sa preuve.

De nouvelles méthodes pour les tangentes.

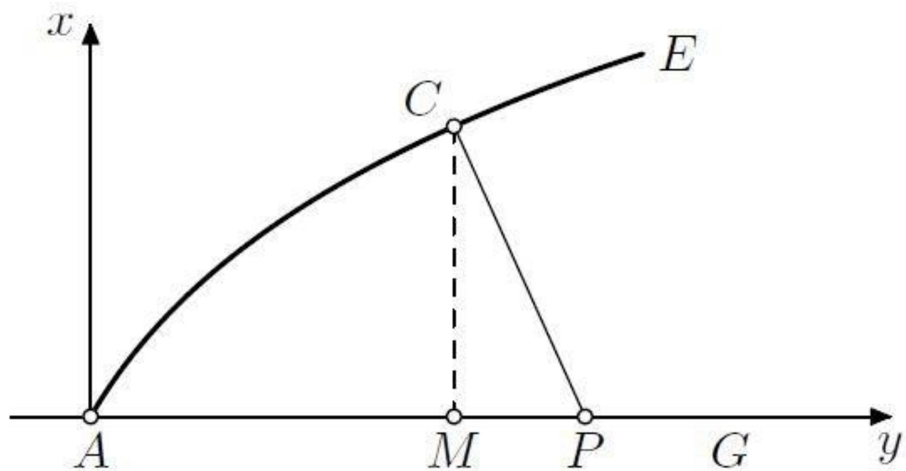
Après avoir examiné dans le paragraphe précédent les problèmes de quadrature, qui sont le prototype des questions qu'aujourd'hui on traite à l'aide du calcul intégral, nous examinons à présent les questions de détermination de tangentes à une courbe, qui sont de nos jours du ressort du calcul différentiel.

Nous devons introduire le vocabulaire utilisé à cette époque. Sur la figure ci-dessous, on a représenté la ***courbe*** AMC et un ***diamètre*** AB. Le segment PM s'appelle ***ordonnée***. La ***tangente*** et la ***normale*** à la courbe issues du point M sont les segments MT et MN, respectivement. La ***sous-tangente*** est le segment PT et la ***sous-normale*** est le segment PN. Les mots comme « ordonnée », « tangente », « sous-normale », etc. désignent aussi parfois la longueur des segments en question.

AB : diamètre
PM ordonnées
MT : tangentes
MN : normale
TP : sous-tangente
PN : sous-normale



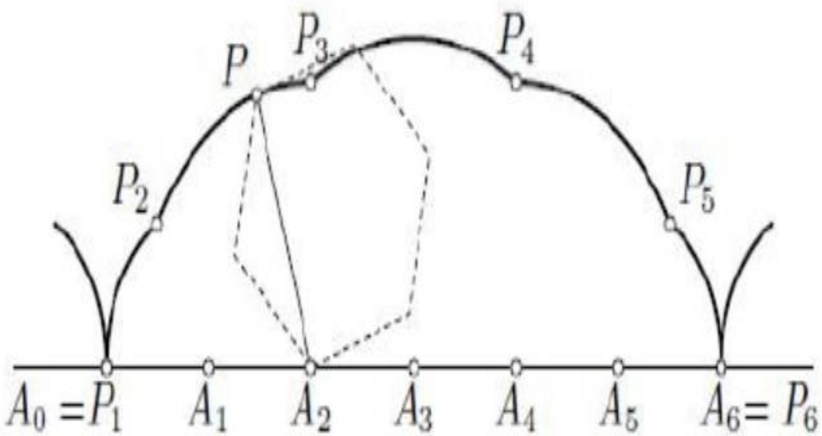
Descartes considère une courbe CE et une droite AG. Il repère un point C du plan en appelant x et y les longueurs CM et MA respectivement. Descartes suppose que la courbe CE est définie « par quelque équation qui explique le rapport qui est entre x et y ».

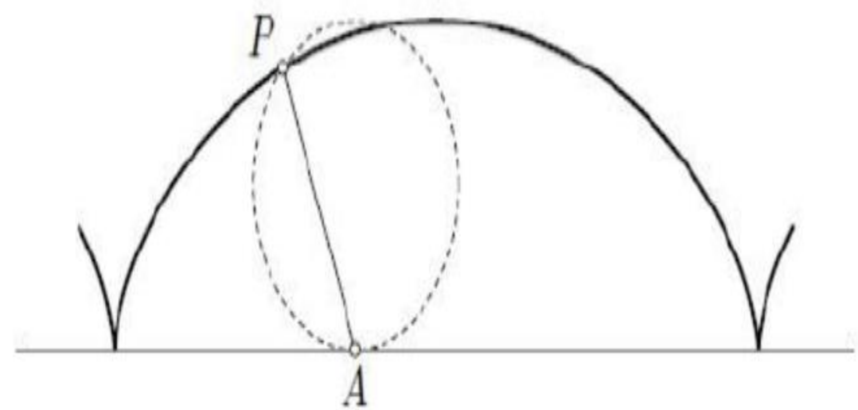


Descartes se donne à présent un point C sur la courbe et se fixe comme objectif de trouver la normale en C à la courbe CE. Plus précisément, Descartes cherche à déterminer l'intersection de cette normale avec la droite AG. Pour cela, il choisit un point P sur la droite AG et il pose PC = s et PA = v. L'équation du cercle de centre P et de rayon s = PC est alors

$$x^2+(v-y)^2=s^2 \qquad (**)$$

Considérant alors qu'un cercle peut être regardé comme un polygone fait de « *cent mil millions* » de côtés, Descartes passe intuitivement à la limite et conclut que la normale en un point P de la cycloïde pointe vers le point A de contact entre la ligne de base et le cercle dont le mouvement





engendre la cycloïde.

La création du calcul infinitésimal.

Vers 1670, ***Newton*** et ***Leibniz*** inventent indépendamment l'un de l'autre un calcul infinitésimal, qui est l'ancêtre direct de l'analyse mathématique moderne.

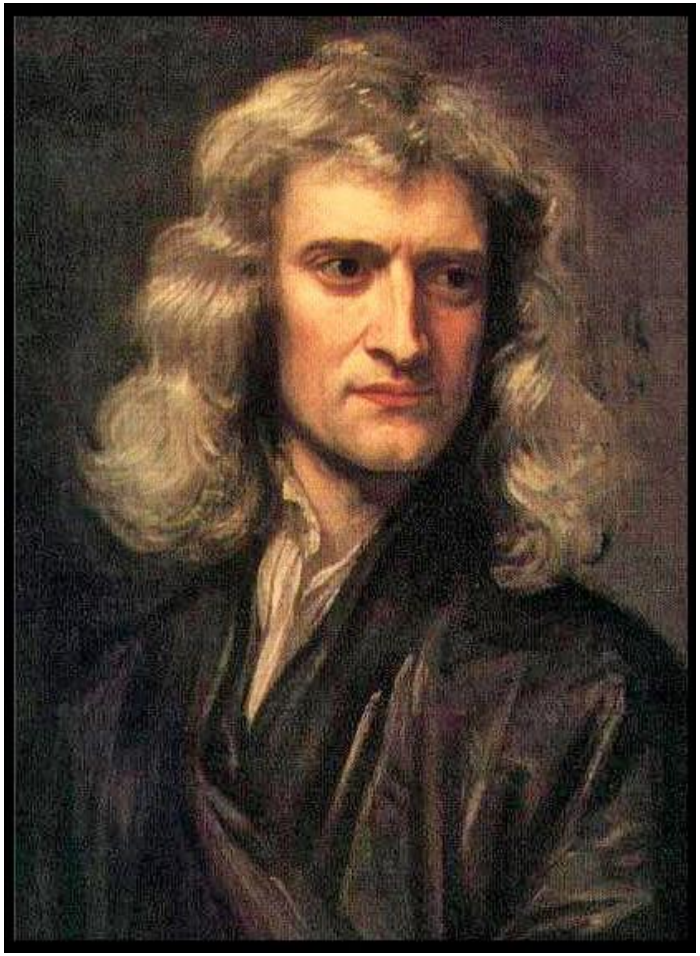
Entre les années 1620 et 1660, plusieurs méthodes sont mises au point pour résoudre les problèmes liés à l'étude des figures curvilignes : détermination des tangentes à une courbe, problèmes de rectification ou de quadrature, recherche des centres de gravités, etc. Les travaux de Descartes, dont le philosophe français était pourtant si fier, sont dépassés à peine trente ans après avoir été rédigés.

on considère que Newton et Leibniz sont ***les createurs du calcul infinitesimal***

Newton (1642-1727).

Passons rapidement sur l'enfance de Newton - pas très heureuse, mais pas pauvre non plus. En 1661, Newton entre à l'université de Cambridge pour faire ses études. Vers 1664, Newton prend connaissance des mathématiques de son temps : il lit Euclide, les *Clavis mathematicae* de Oughtred, *La Géométrie* de Descartes (dans la deuxième édition de van Schooten, laquelle présente les progrès effectués par Hudde et van Heuraet), les œuvres complètes de Viète (également éditées par van Schooten), les *Arithmetica Infinitorum* de Wallis. En 1665 et 1666, l'université ferme ses portes pour cause d'épidémie. Newton retourne dans son Lincolnshire natal et travaille seul à ses recherches. Il fait ses principales découvertes en mathématiques (calcul des fluxions et des séries) et en optique (théorie des couleurs). De retour à Cambridge, Newton présente ses résultats à Barrow, alors titulaire de la chaire de mathématiques de l'université de Cambridge. Ce dernier, impressionné, recommande alors Newton auprès de ses collègues et l'introduit dans la communauté scientifique. C'est ainsi qu'en 1669, Newton succède à Barrow comme professeur de mathématiques à Cambridge.

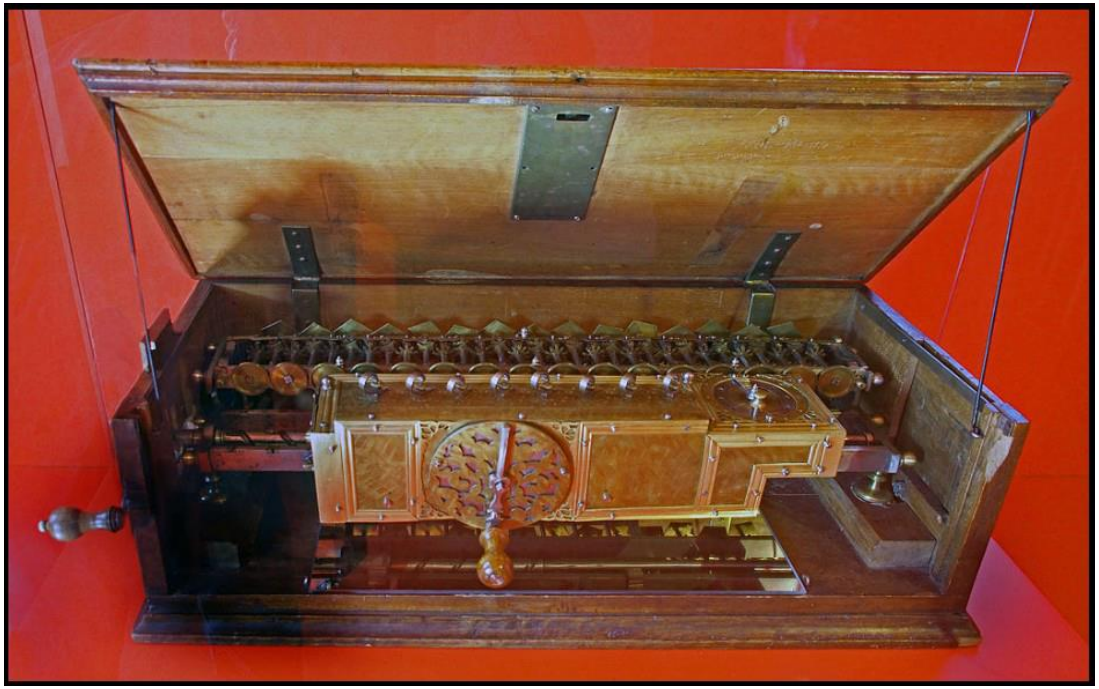
En 1672, Newton est nommé membre de la Royal Society pour son invention du télescope à réflexion. Cette même année, il rédige sa théorie sur la lumière et les couleurs et la communique à la Royal Society. Entre 1673 et 1683, les cours que Newton professe à l'université de Cambridge sont consacrés à l'arithmétique et à l'algèbre ; à partir de 1684, ses cours traitent de mécanique. Avec les encouragements de Halley, un astronome réputé, Newton se lance dans la rédaction des *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principes mathématiques de la philosophie naturelle), monographie dans laquelle il expose sa ***théorie de la gravitation universelle***. L'ouvrage, publié en 1687, est le sommet de la pensée newtonienne.



Leibniz (1646-1716).

Après une enfance plutôt studieuse, Leibniz entame dès l'âge de quatorze ans en 1661 des études de philosophie et de droit à l'université de Leipzig. Leibniz se rend à Iéna pendant le semestre d'été 1663 pour étudier les mathématiques, car l'enseignement qu'on en donne à Leipzig est médiocre. Leibniz est séduit par la rigueur logique que permet l'approche déductive en mathématiques. Leibniz commence également à réfléchir à son grand projet en philosophie : ***le développement d'un alphabet de la pensée humaine, qui permettrait de représenter les concepts fondamentaux par des symboles et les pensées complexes par des combinaisons de ces symboles.*** Dans son habilitation de philosophie *Dissertatio de arte combinatoria* soutenue en 1666, Leibniz cherche ainsi à montrer qu'on peut réduire tous les raisonnements et découvertes à des éléments de base tels que nombres, lettres, sons et couleurs. Leibniz devient par ailleurs docteur en droit de l'université d'Altdorf en 1667.

En 1676, Leibniz finit de mettre au point les notations et les regles de son calcul differentiel.



Calculatrice mecanique de Leibniz.
Premiere machine
de l'histoire a faire des multiplications

	Newton (vers 1666)	Leibniz (vers 1675)
Le concept de variable	Pour Newton, les variables changent dans le temps, elles sont considérées comme « fluentes », littéralement « quantités qui s'écoulent ».	Leibniz considère les variables comme des quantités qui varient sur une série de valeurs infiniment proches. Une grandeur est donc vue comme l'assemblage d'une infinité d'éléments infiniment petits.
Les fluxions et les différentielles	Dans l'approche cinématique de Newton, le concept fondamental est celui de vitesse d'accroissement de la variable, ou fluxion.	La différentielle d'une variable s'obtient en formant la suite des différences successives des valeurs qu'elle prend.
Le concept d'intégrale	La méthode de Newton pour trouver l'aire h sous une courbe décrite par le point de coordonnées (x,y) est de résoudre l'équation fluxionnelle $\dot{h}= \dot{x}y$. Il s'agit donc de trouver la fluente h à partir de sa fluxion $\dot{x}y$. Il n'y a pas d'opération d'intégration en tant que telle.	Pour Leibniz, l'intégration est une opération de sommation. Elle est définie indépendamment de la notion de différentielle. Les relations $\int dy = y$ et $d \int z = z$ sont démontrées ; elles sont des conséquences du fait général que former les différences successives et former les sommes partielles d'une suite sont deux opérations réciproques l'une de l'autre. L'aire sous une courbe, mesurée jusqu'au point de coordonnées (x,y), s'exprime par l'intégrale $\int y\, dx$.

Le développement de l'analyse au XVIIIe siècle

Le calcul infinitésimal va peu à peu se transformer de la manière suivante :

- Le calcul infinitésimal de 1700 porte sur des « ***variables*** », qui sont des objets intuitifs sans définition précise (Newton et Leibniz ont d'ailleurs des approches différentes de cette notion). Ces variables représentent des grandeurs géométriques : coordonnées d'un point sur une courbe, longueur d'arc, aire sous une courbe, etc. L'analyse moderne étudie quant à elle des ***fonctions*** d'une ou plusieurs variables réelles, objets qui n'ont pas de rapport direct avec la géométrie.

- La ***dérivée d'une fonction*** est le pendant moderne de la fluxion d'une grandeur ou de la différentielle d'une variable. Le changement de cadre s'accompagne toutefois d'une simplification : la dérivée d'une fonction est une fonction, alors que la différentielle d'une variable ordinaire est une variable infiniment petite et que la fluxion d'une grandeur est une vitesse d'accroissement.

- Enfin, l'analyse moderne propose une ***définition précise pour la dérivée*** d'une fonction. Cette définition est basée sur la notion de limite et permet d'atteindre la même précision dans les raisonnements que celle offerte par la géométrie d'Euclide. Par contraste, le calcul de Newton repose sur l'idée intuitive de « vitesse d'accroissement » tandis que celui de Leibniz utilise explicitement le concept non défini de « variable infiniment petite ».

Le rôle moteur de la physique et de la mécanique. Les mathématiques comme nouvel outil puissant.

Les travaux effectués au XVIIe siècle en Italie par les disciples de ***Galilée***, en France par ***Huygens***, en Angleterre par ***Newton***, font progresser les sciences physiques, et particulièrement la ***mécanique*** et l'***optique***. Des savants comme Newton ou les ***Bernoulli*** comprennent que le calcul infinitésimal permet de formuler précisément les lois de la ***mécanique***. Les deux disciplines, calcul infinitésimal et mécanique, sont développées conjointement tout au long du XVIIIe siècle, sans être séparées par une frontière. Les noms de Daniel Bernoulli, d'***Euler***, ***Laplace*** ou ***Lagrange*** sont d'ailleurs associés à l'histoire de la physique presque autant qu'à celle des mathématiques.

De façon plus générale, les mathématiciens du XVIIIe siècle sont des ***virtuoses du calcul***, capables de jongler avec des expressions contenant une infinité de termes ou de facteurs en extrapolant à ces expressions les règles de calcul connues pour les polynômes. Par exemple, observant que la fonction sinus a pour zéros les points 0, , 2, 3, etc., et que sin z z quand z est petit, Euler n'hésite pas à écrire la fonction sin(z) comme le produit de ces facteurs linéaires racines, comme si sin(z) était un polynôme :

$$\sin(z)=z\left(1-\frac{z}{\pi}\right)\left(1+\frac{z}{\pi}\right)\left(1-\frac{z}{2\pi}\right)\left(1+\frac{z}{2\pi}\right)\ldots=z\left(1-\frac{z^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{z^2}{4\pi^2}\right)\ldots$$

L’émergence de la notion de fonction.

L’analyse devient au XVIIIe siècle l’art de manipuler des formules compliquées, faisant intervenir des variables et comportant une infinité de termes. Une terminologie adaptée à ces préoccupations est alors adoptée par les mathématiciens : la notion de ***fonction***.

Leibniz utilise le mot « fonction » pour désigner les quantités géométriques (coordonnées, sous-tangente, etc.) dépendant du choix d’un point sur la courbe : il s’agit là d’une notion assez différente de notre concept moderne. En 1718, Johann Bernoulli définit une fonction comme étant « ***une grandeur variable formée d’une manière quelconque à partir d’une grandeur variable x et de constantes*** », puis en 1734, ***Clairaut*** et ***Euler*** adoptent la ***notation f(x)***. Nous allons maintenant voir comment Euler, à la fin des années 1740, met le concept au centre de l’analyse et le développe de façon systématique.

Euler

Leonhard Euler naît en 1707. Son père est pasteur à Riehen, un village tout près de Bâle. Conformément au voeu de son père, Leonhard Euler part en 1720 étudier la théologie et la philosophie à l'université de Bâle. Il suit parallèlement des cours de mathématiques auprès de Johann Bernoulli. Ce dernier, convaincu du potentiel de son élève, persuade le père d'Euler d'autoriser Leonhard à abandonner la théologie et à se consacrer aux mathématiques.

En 1740, Euler possède une solide réputation, que lui ont apporté ses déjà nombreux articles et ses deux premières places au Grand Prix de l'Académie des Sciences de Paris en 1738 et 1740. Une cataracte le prive de l'usage de son œil droit vers 1740.

- Le premier livre a pour but de présenter les ***bases algébriques des nouvelles méthodes de calcul***, notamment celles qui concernent les ***séries infinies*** ou la manipulation de ***quantités infiniment grandes*** ou ***infiniment petites***.

- Le second livre donne les applications de ces méthodes à la ***géométrie des courbes et des surfaces***.

La notion de fonction dérivée

C'est ***Lagrange (1736–1813)***, Giuseppe Lodovico Lagrangia à sa naissance, qui introduit à la fin du XVIIIe siècle les terminologies « ***fonction primitive*** » et « ***fonction dérivée*** » ainsi que la ***notation*** $f'(x)$. Voici ce qu'il explique dans son ouvrage Théorie des fonctions analytiques publié en 1797.

« Considérons donc une fonction f(x) d'une variable quelconque x. Si à la place de x on y met x + i, i étant une quantité quelconque indéterminée, elle deviendra f(x + i), et par la théorie des séries on pourra la développer en une série de cette forme

$$f(x) + pi + qi^2 + ri^3 + \ldots$$

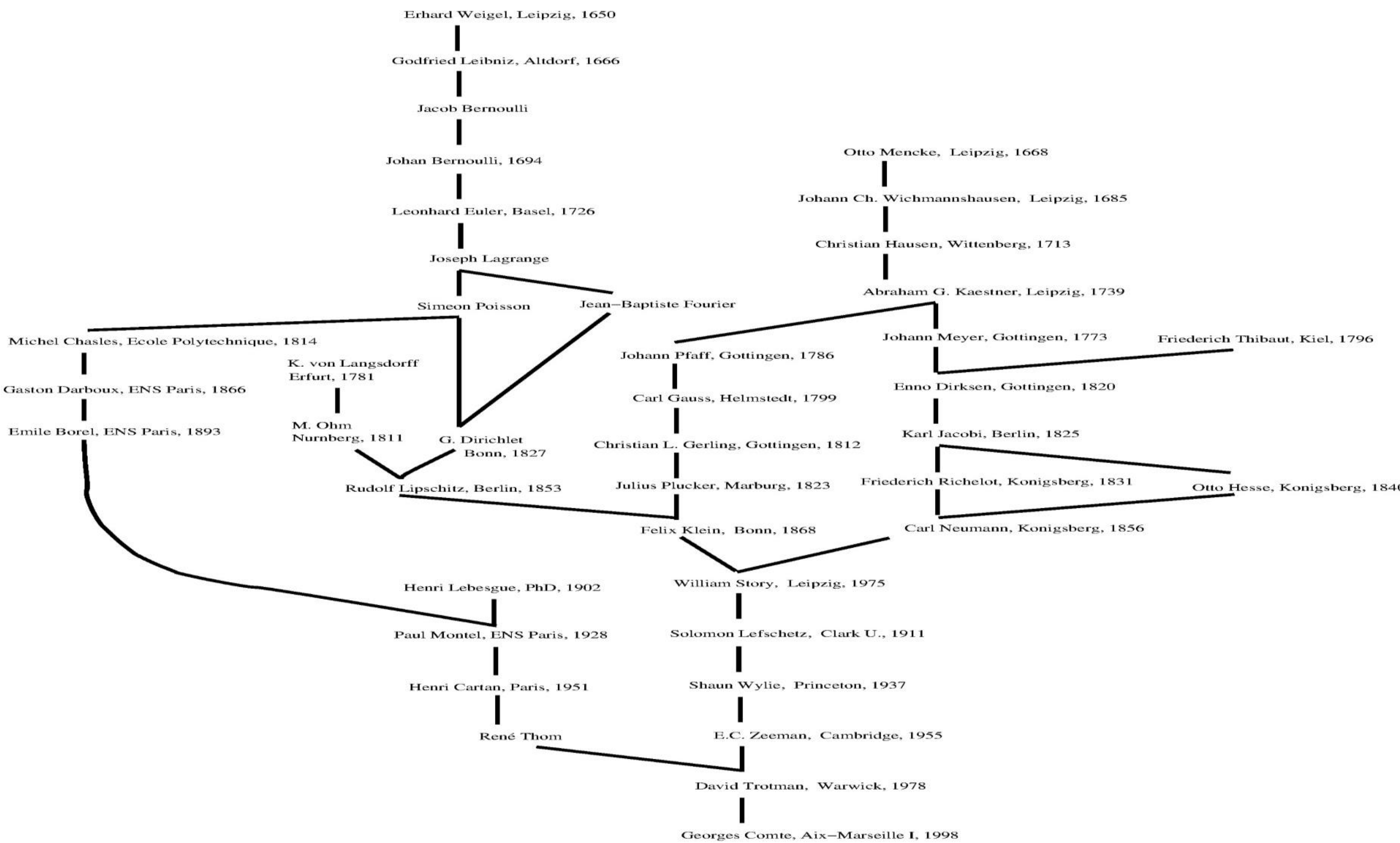
dans laquelle les quantités p, q, r, etc., coefficients des puissances de i, seront de nouvelles fonctions de x, dérivées de la fonction primitive x, et indépendantes de l'indéterminée i. »

L’idée de d’Alembert : le concept de limite.

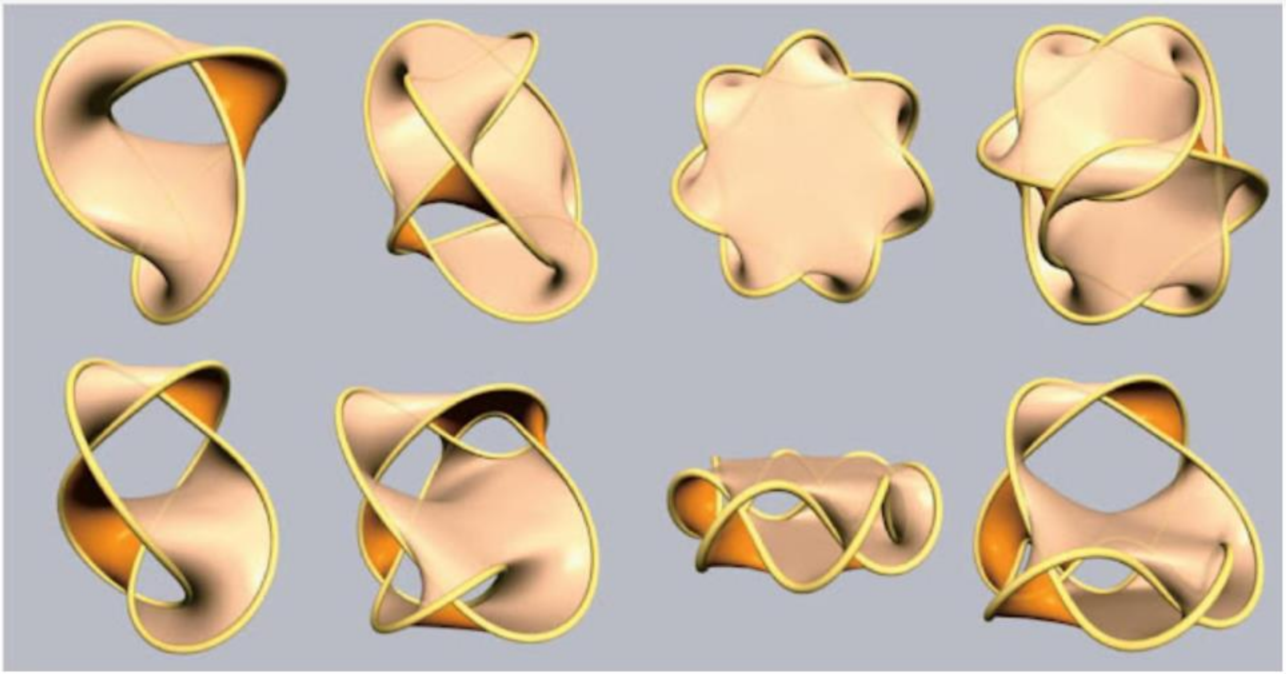
Jean le Rond d’Alembert (1717–1783) commence par faire des études de droit et de médecine, puis apprend les mathématiques, essentiellement en autodidacte. Talentueux dans ce domaine, il présente son premier article mathématique en 1739 à l’Académie Royale des Sciences de Paris, ce qui lui vaut d’en être nommé membre l’année suivante. Entre 1751 et 1775, il collabore avec Denis Diderot (1713–1784) à la rédaction de l’Encyclopédie. Il est notamment l’auteur du « Discours préliminaire » (l’introduction de l’Encyclopédie) et de presque tous les articles mathématiques.

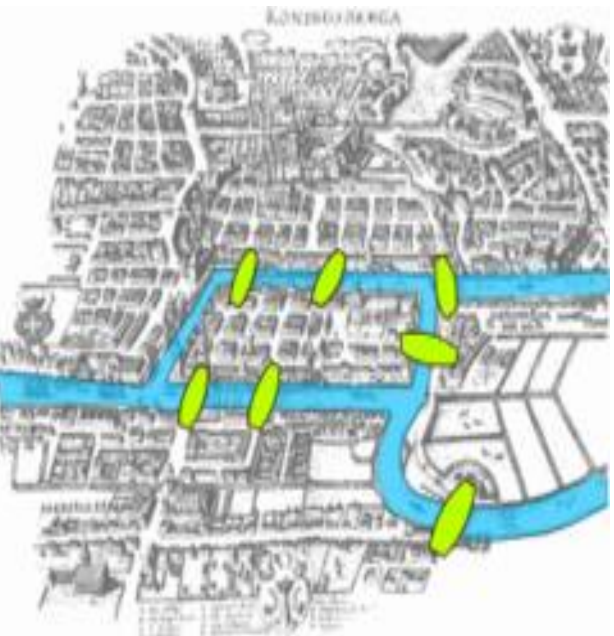
La définition de limite que donne d’Alembert est peu précise : l’utilisation du mot « s’approcher » renvoie à une idée d’évolution dans le temps qui est étrangère aux mathématiques. La définition de d’Alembert, si on la prend à la lettre, est par ailleurs assez restrictive,

$$f'(x) = \lim f(y)-f(x)/y-x$$


Erhard Weigel, Leipzig, 1650
Godfried Leibniz, Altdorf, 1666
Jacob Bernoulli
Johan Bernoulli, 1694
Leonhard Euler, Basel, 1726
Joseph Lagrange
Simeon Poisson
Jean−Baptiste Fourier
Otto Mencke, Leipzig, 1668
Johann Ch. Wichmannshausen, Leipzig, 1685
Christian Hausen, Wittenberg, 1713
Abraham G. Kaestner, Leipzig, 1739
Michel Chasles, Ecole Polytechnique, 1814
K. von Langsdorff
Erfurt, 1781
Johann Pfaff, Gottingen, 1786
Johann Meyer, Gottingen, 1773
Friederich Thibaut, Kiel, 1796
Gaston Darboux, ENS Paris, 1866
Carl Gauss, Helmstedt, 1799
Enno Dirksen, Gottingen, 1820
Emile Borel, ENS Paris, 1893
M. Ohm
Nurnberg, 1811
G. Dirichlet
Bonn, 1827
Karl Jacobi, Berlin, 1825
Christian L. Gerling, Gottingen, 1812
Rudolf Lipschitz, Berlin, 1853
Julius Plucker, Marburg, 1823
Friederich Richelot, Konigsberg, 1831
Otto Hesse, Konigsberg, 1840
Felix Klein, Bonn, 1868
Carl Neumann, Konigsberg, 1856
Henri Lebesgue, PhD, 1902
William Story, Leipzig, 1975
Paul Montel, ENS Paris, 1928
Solomon Lefschetz, Clark U., 1911
Henri Cartan, Paris, 1951
Shaun Wylie, Princeton, 1937
René Thom
E.C. Zeeman, Cambridge, 1955
David Trotman, Warwick, 1978
Georges Comte, Aix−Marseille I, 1998

Chapitre 9 : Histoire de la topologie .





كانت بدايات الطبولوجيا في البحث عن أجوبة لتساؤلات هندسية في أواسط القرن الثامن. وتعتبر المسألة التي طرحها العالم الرياضي ليونهارد أويلر عام 1736 بعنوان جسور كونيغسبرغ السبعة أول ورقة بحث أكاديمي في الطوبولوجيا.

تعد مسألة جسور كونيغسبرغ السبعة إحدى المسائل الرياضية الشهيرة المتعلقة بالطبولوجيا والتي تم حلها على يد ليونهارد أويلر

تم استخدام مصطلح طوبولوجيا للمرة الأولى في ألمانيا عام 1847 من قبل العالم الرياضي الألماني يوهان بينيدكت ليستينغ ما الكلمة الإنجليزية فقد ظهرت للمرة الأولى في عام 1833 في مجلة نيتشر البريطانية. وخلال الفترة الممتدة بين اواخر القرن التاسع عشر وأواسط القرن العشرين تم وضع العديد من الكتب التي أسست للطوبولوجيا لتكون فرعا رياضيا مستقلا. وتستند الطوبولوجيا الحديثة بشكل كبير على نظرية المجموعات. من أشهر علماء الطبولوجيا في بدايات القرن العشرين الرياضي فيليكس هاوسدورف الذي قدّم في عام 1914 مفهوم الفضاءات الطبولوجيا وما سيعرف لاحقاً باسم فضاء هاوسدورف

ما هو علم التوبولوجي ؟

الطوبولوجيا كلمة مترجمة من الكلمة الإنجليزية Topology ، و تنقسم كلمة التوبولوجي إلى مقطعين المقطع الأول (Topo) التي تعود إلى أصليوناني إلى (Topos) و التي تعني"مكان" (Place) ، و المقطع الثاني هو (logy) و التي تعود لأصل يوناني (Logos) و التي تعني "دراسة" (Study) ، فلو قمنا بعملية ربط المعنيين في الكلمة ، لوجدنا أن التوبولوجي هو الهندسة الحديثة في دراسة جميع التراكيب والمكونات للفضاءات المختلفة .

إذن يعرف علم الطوبولوجيا :

هو أحد فروع علم الرياضيات و الذي يهتم في دراسة تراكيب و مكونات و خصائص جميع الفضاءات المختلفة ، بحيث تبقى هذه الخصائص متشابهه تحت عمليات التشكيل المتصلة (Smooth Deformations) دون أن يقوم بعملية تمزيق أو يترك فتحات في الإنتقال من أحدهما إلى الآخر و بالعكس أيضاً .

و كأن التعريف يخبرنا أن الهندسة التي يتعاملبها التوبولوجي ليست الهندسة التي نعرفها ، بل كأنها هندسة مطاطية ، و لكي يتضح المفهوم بشكل جيد ، لندرس الآتي :

من المعلوم لدينا أن المستوى الإقليدي في الهندسة الإعتيادية التي نعرفها ، أنه بإمكاننا أن نقوم بعملية نقل الأشكال من مكان إلى آخر عن طريق الإزاحة ، و بإمكاننا أيضاً أن نقوم بعملية دوران له و عكسه وقلبه ، و لكن لا نستطيع القيام بعملية ثني له أو القيام بعملية تمدد بشكل متصل .

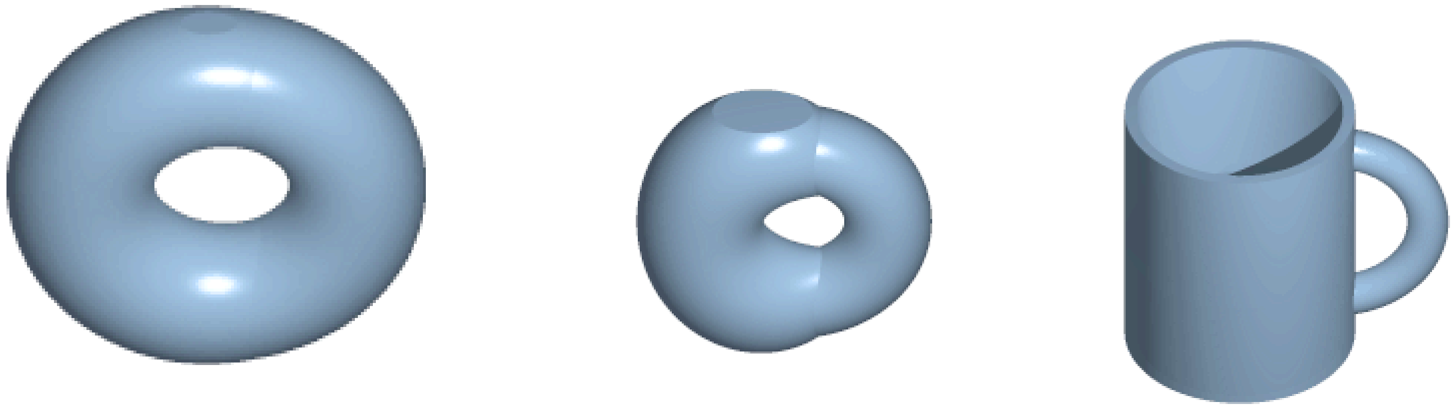
مفهوم الهندسة المطاطية :

بشكل موجز أن الأشكال عبارة عن قطع من المطاط قابلة للثني و التمدد ، و كل شكلين أو أكثر بإمكاننا أن نحصل على أحدهما من الآخر وبالعكس يكونا متشابهين .

فمثلاً :

المثلث و الدائرة و المربع ، كلها أشكال موجودة في المستوى الإقليدي بخصائصها ، و نقول أن أحدهما كافىء الآخر إذا كان لهما نفس المساحة .

في الهندسة المطاطية جميع هذه الأشكال هي نفسها متشابهه ، فالدائرة هي نفسها المثلث ، و السبب يعود إلى أنه يمكن تشكل المثلث من الدائرة بثني محيط الدائرة و جعلها كزوايا للمثلث و بالعكس يمكن إعادة تشكل الدائرة من المثلث بعملية تمديد أضلاع المثلث إلى دائرة ، و هذا أيضاً ينطبق على المستطيل .



لاحظ أنه عندما قمنا بتشكل أحد هذه الأشكال من الآخر لم نقم بعملية قطع Cut لأحدها و لم نقم بعملية تزيق للشكل من جهة أيترك أي نقطة انفصال .و بالتالي في الهدنسة المطاطية (التوبولوجي) يكون الأشكال متشابهه إذا استطعنا الحصول على أحدهما من الآخر بعمليات متصلة و بالعكس . وبالتالي الدائرة لا تشابه الشكل الذي يشبه الرقم بسبب أنه يمكن الحصول عليه من قبل الدائرة و لكن في العكس لا يمكن ، بل سنحتاج إلى فصل منتصف رقم لم نحتاج إلى أي نقطة انفصال من الدائرة إلى الرقم ، و قيس عل ذلك بأمثلة عديدة .

نستطيع القول بأن الأشكال التي تشترك بنفسالعدد من الفتحات (نقاط الإنفصال) يكون كلاهما متشابه في الهدنسة المطاطية ، أيكلاهما يشتركان في نفس التوبولوجي ، و التي لا تحوي على أي فتحة تدعى مترابط بشك لبسيط Simply connectedspace.

التوبولوجي يدخل تقريباً في جميع فروع الرياضيات بلغته الخاصة و المميزة .

فروع علم التوبولوجي

يتفرع التوبولوجي لعدة فروع و هي :

1) التوبولوجي النقطية (point-set Topology) :

و هو الفرع الذي يهتم بالتوبولوجي العامة منناحية خصائص الفضاء من ناحية التراكيب كدراسة Compactness التراص و Connectedness (الترابط) .

2) التوبولوجي الجبرية (Algebraic Topology) :

و هو الفرع الذي يهتم بشكل عام في دراسة درجات الترابط من خلال التراكيب الجبرية ، مثل دراسة علم الهمولوجي (Homology) .

3) التوبولوجي الهندسية (Geometric Topology) :

و هو الفرع الذي يهتم في دراسة Manifolds (بنية رياضية كل نقطة فيها لها جوار يكون هميومورفيك إلى الفضاء الإقليدي) (و يهتم بالأبعاد حسب أبعاد الفضاء الإقليدي).

تأريخ التوبولوجي بشكل موجز

بدأ التفكير في التوبولوجي من خلال مشكلةأولير في المسألة المشهورة " السبعة الجسور في مدينة كونسبريك" (Seven Bridges ofKönigsberg) ، و كانت ورقة أويلر عام

1736 أول نتيجة على الفضاء التوبولوجي .

أول من قدم مصطلح الطوبولوجيا هم الألمان باسم " Topologie " عام 1847 بواسطة جوهان بندكت ، و من ثم أظهر أصحاب التخصص في اللغة الإنجليزية أن كلمة Topologist هو كل شخص متخصص في التوبولوجي .

أما التوبولوجي الحديثة فتعمد بشكل قوي جداً على مفاهيم نظرية المجموعات التي أسست من قبل كانتور في أواخر القرن التاسع عشر.

قام عدة علماء بوضع تعاريف محددة له . فقام العالم أسكولي و غيرهم بوضع أول تعريف للفضاء المتري الذي يعتبر حالة خاصة في التوبولوجي حالياً في سنة 1906 .

و بعدها قام العالم هاوسدورف بوضع تعريف له والذي يعرف حالياً بفضاء هاوسدورف المشهور جداً في سنة 1914. و لكن أتى العالم كزميرز كورتويسكي Kazimierz Kuratowski. سنة 1922 بوضع التعريف المعروف لدينا حالياً .

تعريف الرياضي للتوبولوجي The Definition of Topology :

لتكن أي مجموعة ، و لتكن هي مجموعة التي جميع المجموعات الجزئية من و الي تدعى (power set) .

لنفرض أن ، فإذا كان لدينا :

1) حاصل اتحاد أي عدد من العناصر داخل يكون حاصل اتحادهم داخل .

بالرموز :
لتكن عائلة من المجموعات داخل فإن
2) حاصل تقاطع أي عائلة تضم عدد محدود من العناصر من داخل يكون حاصل تقاطعهم داخل .

بالرموز :
لتكن عائلة من المجموعات داخل فإن :
3) المجموعتان و داخل أي :
فإننا نقول أن عبارة عن توبولوجي على المجموعة .
و الزوج المرتب يدعى الفضاء التوبولوجي (Topological Space) .

تسمى عناصر بمجموعات مفتوحة (Open Sets)، نشير إلى أن متممة المجموعة المفتوحة تكون مجموعة مغلقة في (Closed set) ، و قد تكون في فضاءات توبولوجية خاصة مجموعات تكون كلوبن (Clopen Sets) أي أنها مغلقة و مفتوحة في نفس الوقت ، و في أي فضاء توبولوجي المجموعتين دائماً تكون مجموعات كلوبن .

نشير إلى إشارة بسيطة بأن الشرط الثاني يمكن تبسيطه إلى ان تقاطع أي مجموعتين من عناصر يجب أن يكون حاصل تقاطعهم داخل ، و يكون الشرط الثاني المذكور في الأعلى عبارة عن تعميم عن طريق الإستقراء الرياضي (الترجع) .

الطبولوجيا الجبرية (الزمر الأساسية)

من المعلوم أن الطبولوجيا الجبرية من اكثر الفروع او المفاهيم التي نتج عنها فهم جديد لبعض البنى الرياضية من حيث كم المعلومات فهي تهتم مبدئيا بإيجاد معلومات جبرية (زمر) انطلاقا من فضاءات طبولوجية وكل هذا يكون سعيا نحو معرفة تشابه الفضاءات طبولوجيا .

ومن أهم أسباب ظهور هذا الفرع بالشكل الذي نعرفه الآن هو الدراسات الأولى لريمان حول الذوال المركبة ذات الصور المتعددة حيث وجد أنه بإتباع آلية معينة يمكن دمج فضائين إسقاطيين بحيث تصبح لهذه الدوال صورة وحيدة , ولكن مفهومها بقي مبهما , وقد تفطن أولر إلى بعض المسائل المتعلقة بالمسارات و كيفية وضع نماذج تعطي معلومات عن عدد التقاطعات و كم مرة إستعمل هذا المسار وهي تعتبر البدايات الأولى لنظرية البيان التي ساعدت في تطور الطبولوجيا الجبرية , كذلك بوانكري والذي يعتبر والد الطبولوجيا الجبرية بنسختها الحديثة , حيث تركزت العديد من دراساته على المنوعات ذات الأبعاد الملموسة 1 , 2 , 3 وبرع فيها .

وكانت من أهم الدراسات التي جرت تحت هذا المسمى تصنيف الأشكال ثنائية الأبعاد الموجهة , وقد تم ذلك و ترتبت في مجموعات حسب عدد الثقوب الموجودة فيها و عدد الثقوب يسمى المصنف genus وهي من 0 إلى n , حيث الأشكال ذات 0 ثقب هي الكرات و كل شكل يمكن تشكيله منها من مكعبات و متوازيات الوجوه و غير ذلك , وهاهنا نعني بتشكيله منها وجود تشاكل تقابلي بينها أي أنها متشابهة بإعتبارها فضاءات طبولوجية (من حيث الخواص الطبولوجية تراص - ترابط ..) , والأشكال ذات ثقب واحد تصنف مع التورس أو ما يعرف بالدونات , والباقي يتم بنفس الطريقة , ومن المثير للدهشة أيضا إمكانية تشكيل هذه العائلة بالكرات و المقابض و ذلك بإلصاقها .

وكانت هذه الدراسات تستخدم مفهوم الهومولوجي الذي يعتمد على تبسيط الأشكال و دراسة كل مرحلة تبسيط على حدى , لكن التصنيف على هذا المنوال قد أظهر عيبا عندما أراد بوانكري تصنيف المنوعات ذات البعد 3 , لكن لغة جديدة تمثل في الهوموتوبي أنقضت

هذا المسعى بالنسبة للمنوعات من كل الأبعاد المنتهية حيث ظهر التصنيف حسب الهوموتوبي , لكن بوانكري لم يستطع الوصول إلى البرهان الفعلي لمفارقته التي تضع المنوعات ذات الزمرة التافهة من البعد 3 في صف واحد , وهي من المعضلات الرياضية الكبيرة حيث أن معهد كلاي للرياضيات وضعها في القضايا السبع التي جائزة كل منها مليون دولار , لكن عالما روسيا يدعى غريغوري بيرلمان قام بحلها عام 2003 و استعمل الكثير من المفاهيم الحديثة لذلك و قد قضى بعض العلماء 3 سنوات لوضع برهان يمكن نشره للعامة حيث نشر في 2006 وهو مذكور في المراجع .

تكلمنا على الأشكال بإعتبارها فضاءات طبولوجية وهذا يعني أن هذه الدراسات عممت إلى الفضاءات بشكل عام بغض النظر عن كونها شكلا أم لا , ومن الفروع الكبيرة التي ظهرت أيضا من هذا المساق نظرية الفئات وذلك بعد عجز نظرية المجموعات في إحتواء هذا الكم من المعلومات ومن الكائنات في تجمع واحد, و بالرجوع إلى الهوموتوبي فهي نظرية تهتم بتصنيف الفضاءات الطبولوجية حسب تشابه زمرها الأساسية التي سوف نتطرق لها بالتفصيل , وهي مفهوم تعتمد أساسا على المسارات التى تمسح لنا الفضاء و تعطينا زمرة تكون متشابهة مع زمرة الأعداد الصحيحة , وهي خاصية طبولوجية أي أن غيابها يحتم عدم وجود تشابه طبولوجي بين الفضائين لكن وجودها لا يحتم التشابه , ومن أهم القضايا المطروحة حاليا هي تصنيف الفضاءات الطبولوجية حيث أنه لاتوجد قائمة معينة من الخواص يمكن بعد التحقق منها بالحكم على التشابه بينها .

2.1 الهوميومرفيزم :

تعريف 1.2.1 ليكن كل من $(X;\tau)$ و $(Y;\delta)$ فضاء طوبولوجي, نقول أن X و Y هوميومورفك إذا وجد تطبيقين f و g مستمرين بحيث :

$f:X\to Y$ و $g:Y\to X$ و $f\circ g=Id_X$ و $g\circ f=Id_Y$

أي أن f و g مستمرين و تقابليين .

تعريف 2.2.1 (تعريف مكافئ) : f هو تطبيق هوميومورفيزم من X نحو Y إذا كان :

1-التطبيق f مستمر .

2-التطبيق f تقابلي .

3-التطبيق f^{-1} مستمر .

Chapitre 9: Le 20ème siècle et l’élargissement du champ d’application.

Les mathématiques et leurs applications à travers l’Histoire

- Le nombre et l’arithmétique : application aux échanges (troc et commerce)
- le calcul des surfaces : application à l’agriculture
- Le calcul des volumes : application à la construction de temples et autres édifices à caractères religieux (les pyramides…)

- Le calcul en astronomie : application à la prévision des phénomènes Météorologiques pour l’agriculture, à la confection des calendriers, à l’astrologie. Faire remarquer que dans les applications citées il ne s’agit pas d’application de formules générales mais de « recettes » spécifiques à chaque problème posé et à chaque situation donnée.

- Une application spécifique à la civilisation musulmane : la naissance du « Ilm el faraid » comme application des mathématiques à la répartition des héritages.

- La révolution industrielle et l’apparition de l’expérience en physique, la prise en charge des phénomènes qui se déroulent dans le temps : apparition des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

Exemples simples d’application des mathématiques

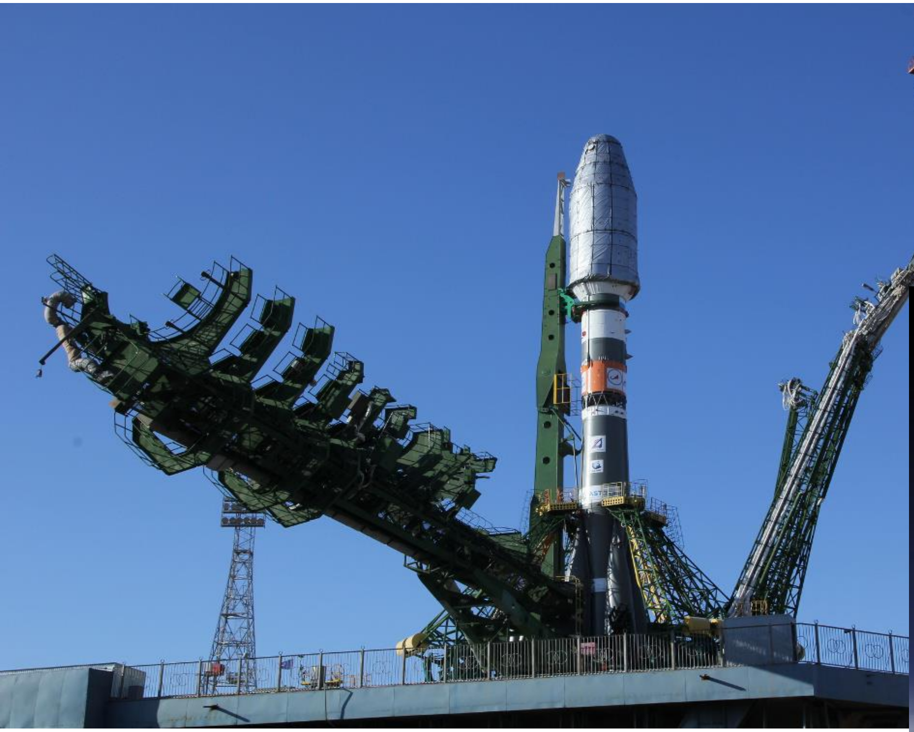
- La notion de fonction et ses applications en physique, en chimie, en finance (le remboursement d’un prêt avec intérêt).
- Une application en Biologie : le modèle prédateur, proie - Le modèle de la lutte pour la survie : deux espèces dans un même milieu - La loi de croissance organique
- La loi de décomposition radioactive

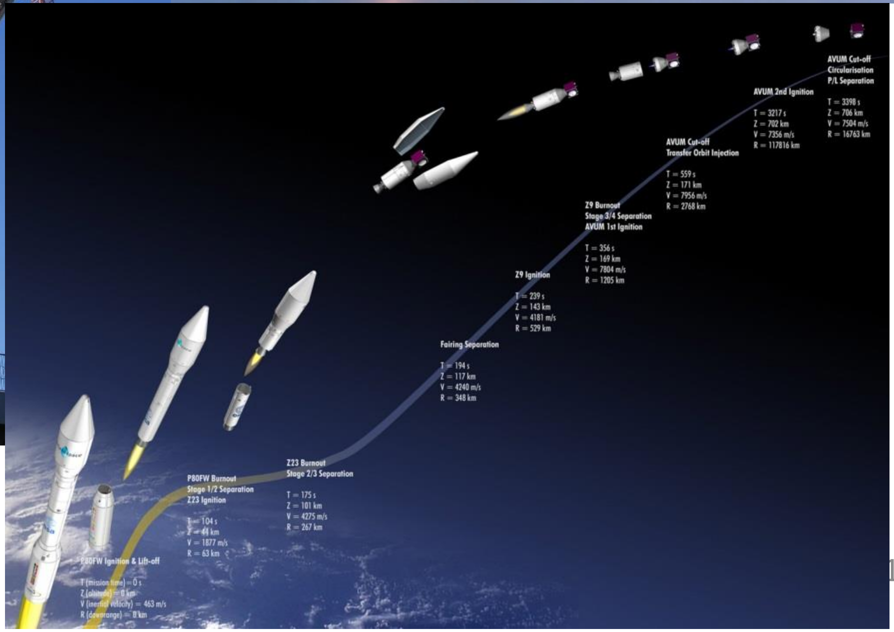
- Applications de la fonction de Dirac (calcul du centre de gravité et du moment d’inertie d’une tige non homogène)
- L’angle de tir d’un obus pour une portée maximale (découverte de Tartaglia et démonstration de Galilée)
- La stabilité d’un point d’équilibre : application de la notion de dérivée. - Une application simple de l’intégrale de Riemann : le calcul de la longueur d’une courbe.

- La formule de Tsiolkovski, le calcul du combustible d’une fusée.
- La formule de la chute en parachute
- Exemple simple de programmation linéaire : la maximisation du profit dans la fabrication de deux produits.
- L’équation des ondes
- L’équation de la chaleur, l’équation de Laplace.

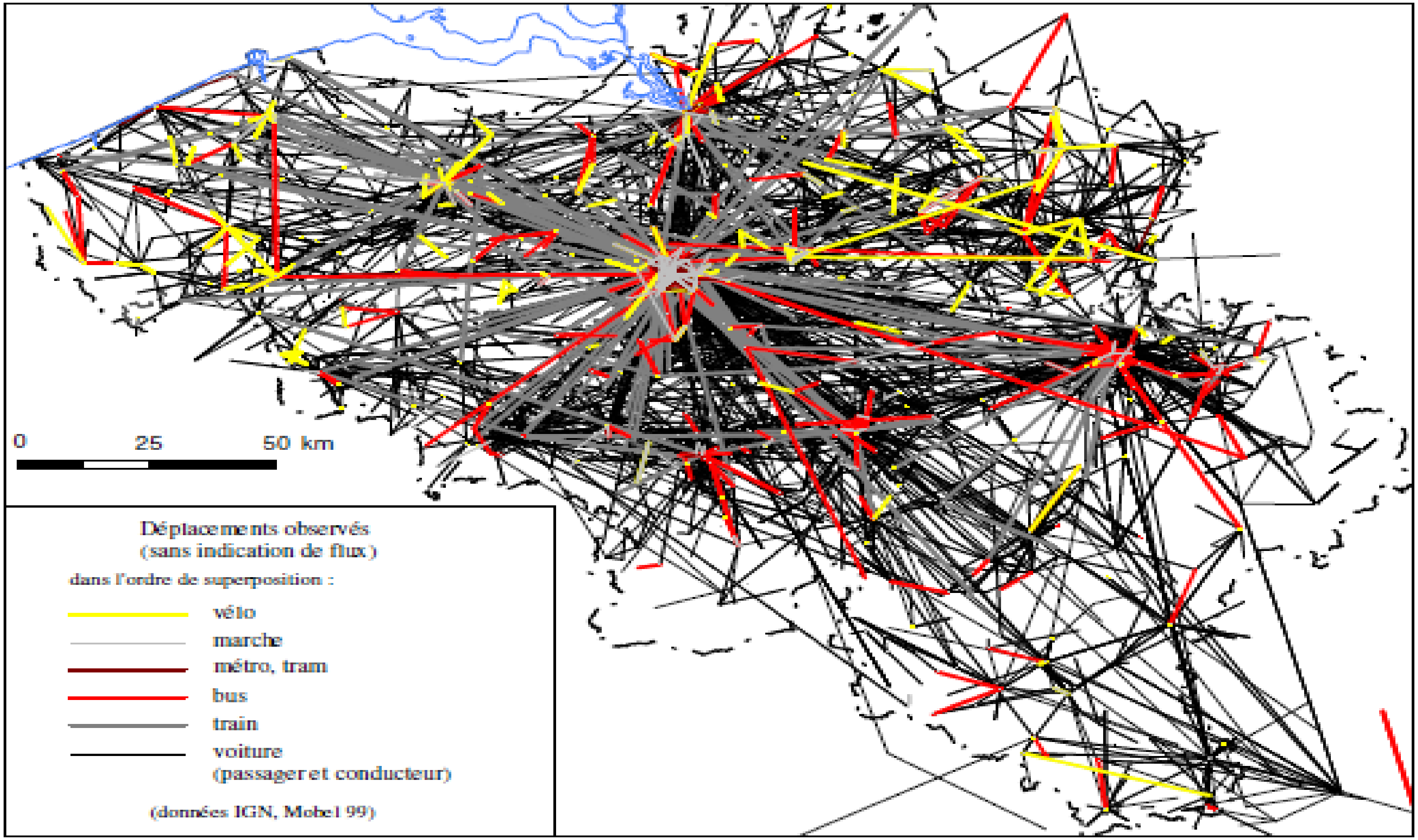
Applications Spatiales:

-Lanceurs





Modélisation Mathématique du Traffic en Milieu Urbain



Carte des déplacements observes durant une enquête

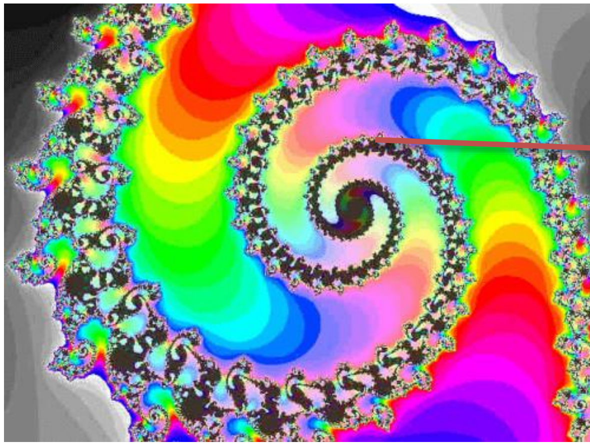
Modélisation Mathématique du Traffic Aérien

- Comment optimiser le Traffic Aérien,
- Simuler le Traffic aérien mondial et régional

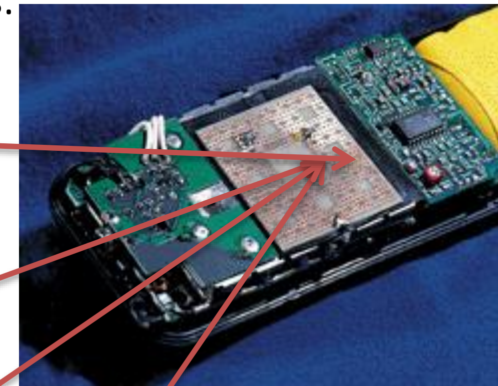
Pollution Spatiale- Modélisation des débris

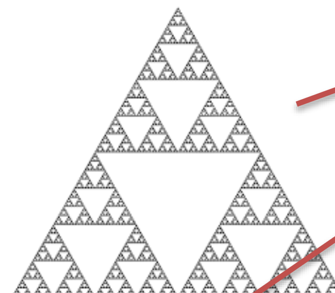
Modélisation ds trajectoires, orbites, simulation

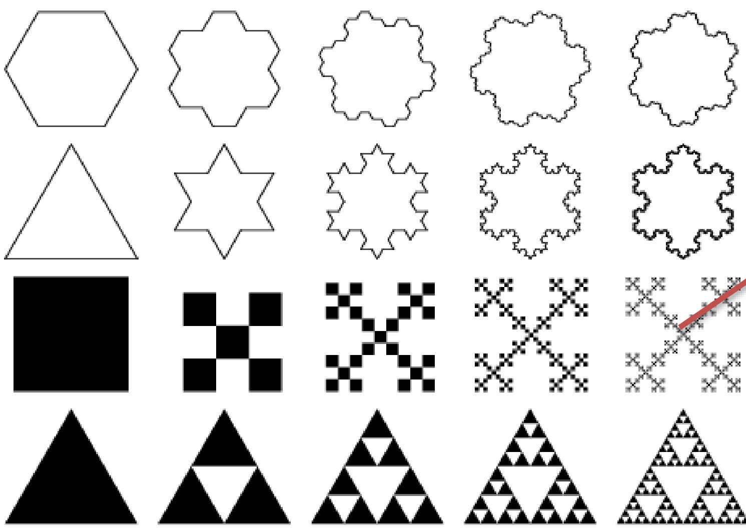
Applications de modèles mathématiques dans la nature: Fractales



Génération de multiple fréquences
Pour divers applications et services:
-Bluetooth,
- GPS
- 3G
- 4G

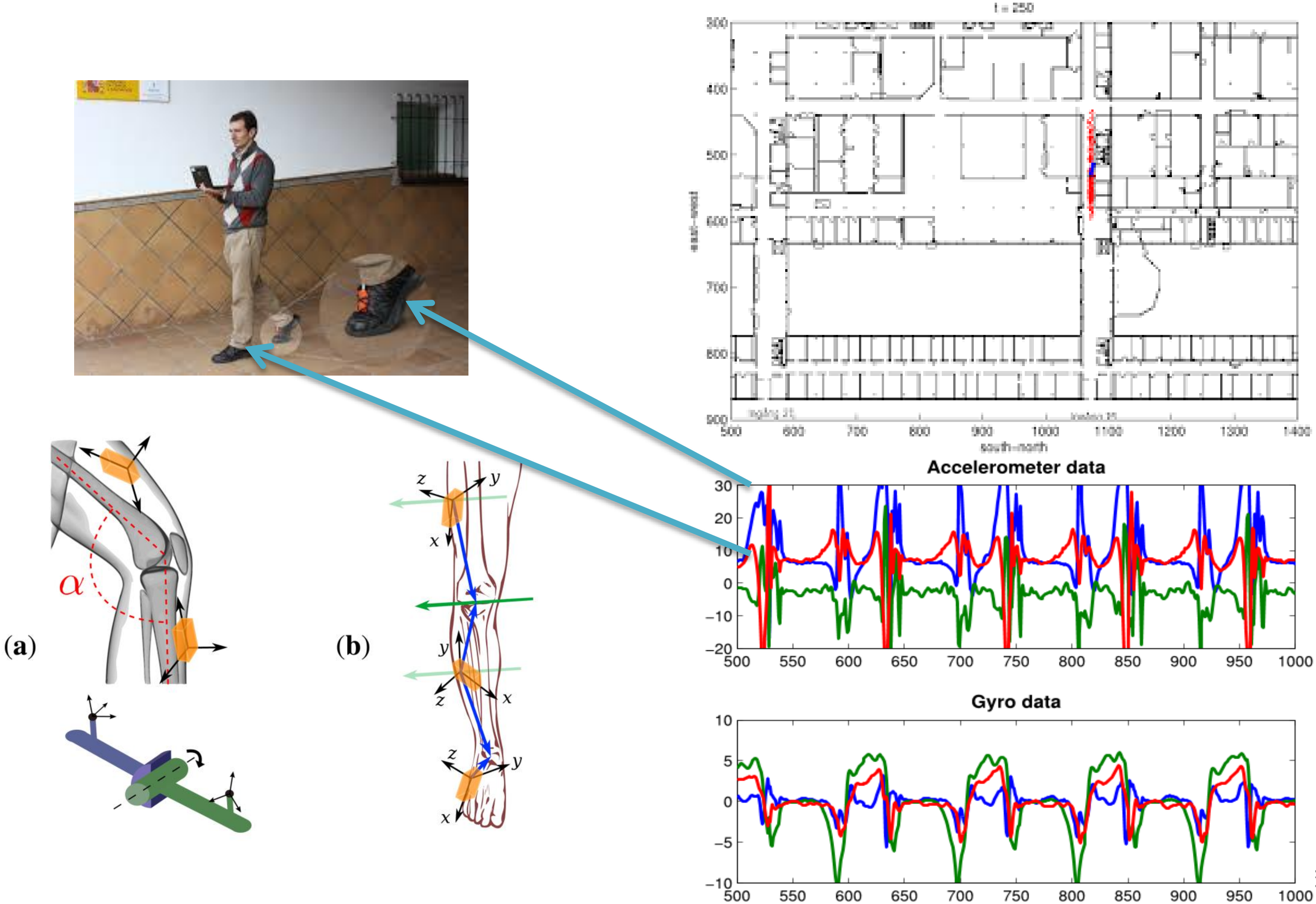






Modèles trouvés et Observés dans la Nature,

Applications Mathématiques:
Dynamique du Mouvement : ré-éducation

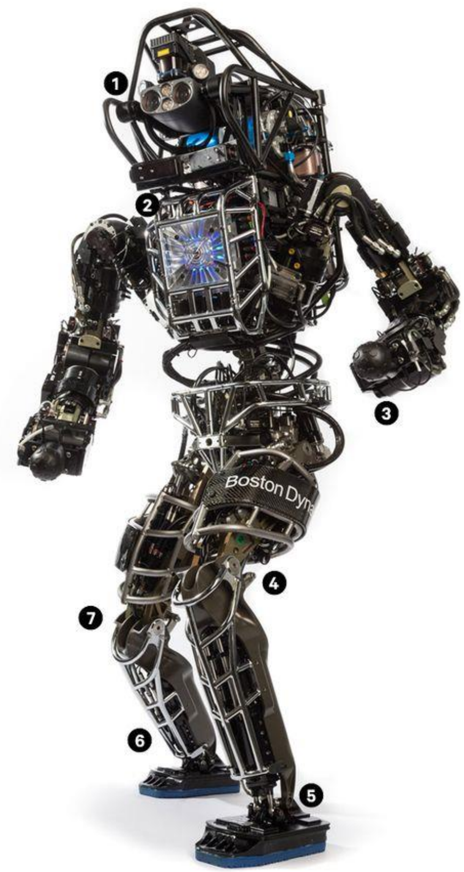


Applications Mathématiques dans la Robotique: systèmes autonomes intelligents

Dans ce qui s'appelle aujourd'hui l'internet des Objets, les robots intelligents ont toute Leur place dans la société et tout spécialement auprès des plus jeunes, et ou l'application des mathématiques trouvent toutes sa splendeur dans la modélisation des mouvements des robots, de leur intelligence et aussi de l'interface Homme-machine,

Applications des Mathématiques au Control des Robots Autonmes: Control Theory

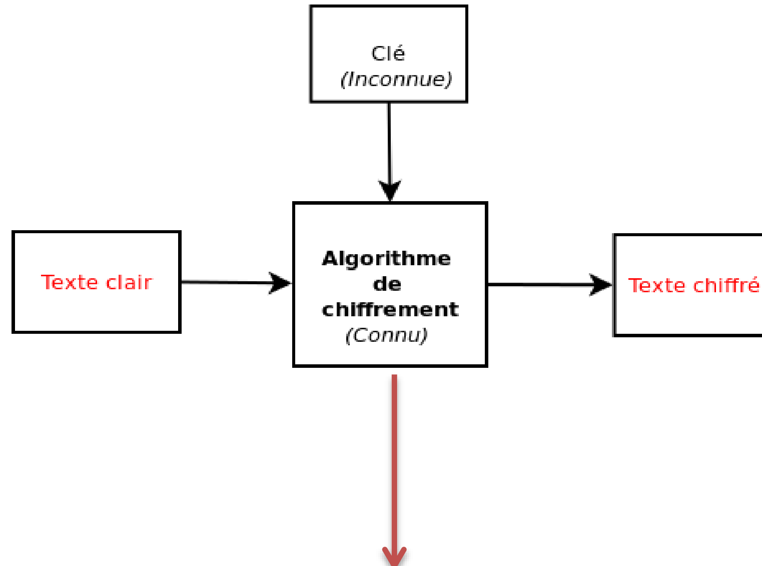
-Modèles dynamiques nonlinaires
- Articulations
- Multi Moteurs
- Control d'attitude



-Génération de Trajectoire de référence
- Simulation des mouvements complexes

Application des Mathématiques:
Systèmes d'informations et Cryptage

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

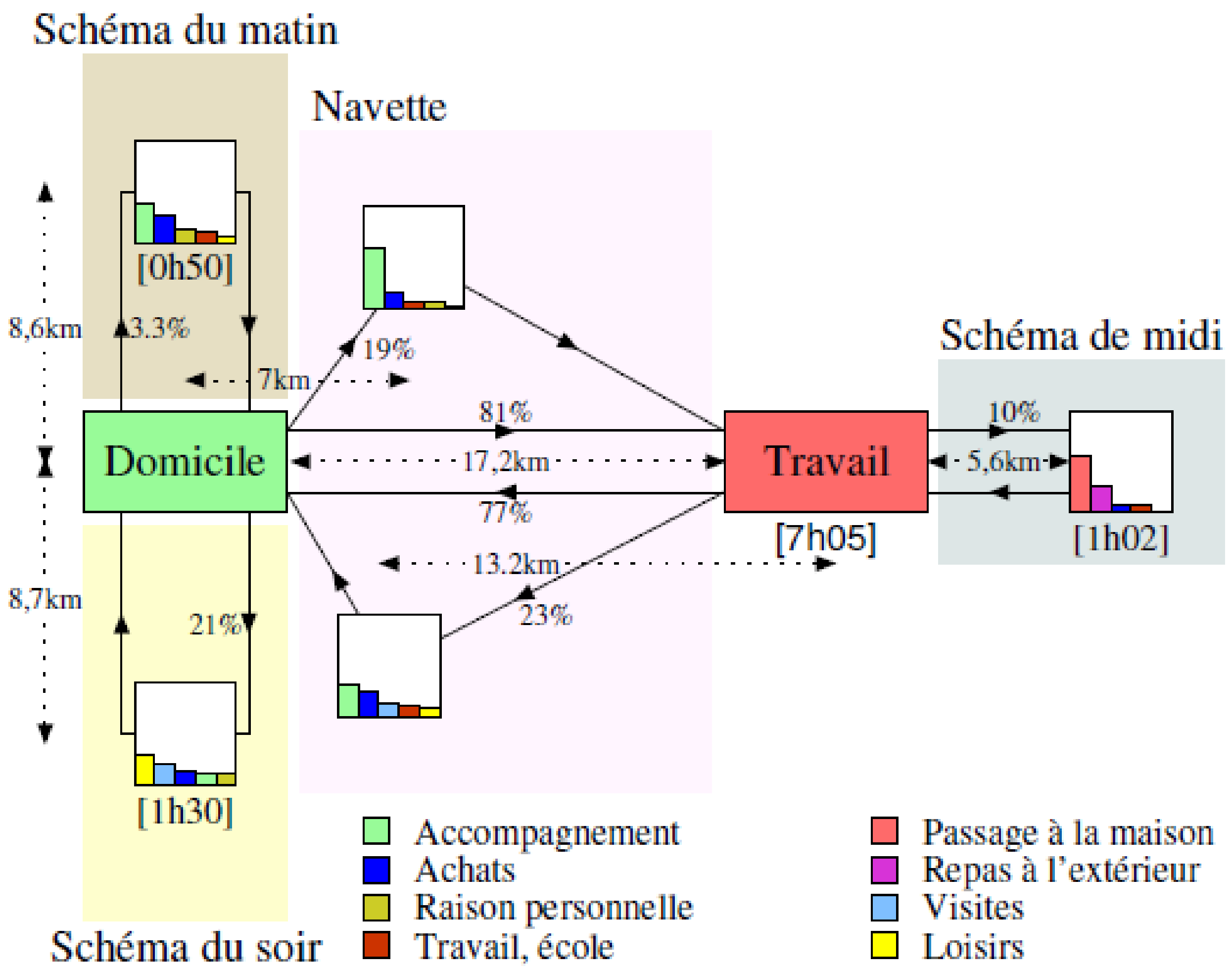


- Chiffrement
- Cryptographie
- Cryptanalyse

Applications récentes des Mathématiques :

- BigData /Data analysis

Chaine des activités et déplacements quotidiens pour les travailleurs
(un tiers des individus qui se déplacent)



Quelques Figures Emblématiques au Département de Mathématique – Algérie

Maurice Audin
1948 à 1957

René de Possel
1941 à 1959

Roger Godement
1963-1964

F I N