Département de Physique, deuxième année LMD

Module : SED 2024-2025

TD $n°3$

"Les scientifiques s'efforcent de décrire le **monde** qui nous entoure par ces équations **mathématiques**. On "aimerait" pouvoir prédire le comportement d'un phénomène et non pas seulement l'observer."

• Résoudre les équa. diff. suivantes :

$y' - e^x.y = 0,$ $y' = e^x.y^2,$ $xy' - y + 1 = 0$

$\dot{y} = 3(y - 20),$ $y' = \frac{1}{x^2+1},$

$\frac{d[A]}{dt} = -K_1[A],$ avec $[A]_0 = 0.$

$y' - xy + x^2 = 0,$ $y' - xy^2 + x = 0,$

• puis, les problèmes de Cauchy (où k est une constante réelle)

$$\begin{cases} y' = k(4-y), \\ y(0) = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} xy' = y - 1, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Combien de solutions avez-vous trouvé pour le deuxième problème ? que concluez vous ?

• $y' + ytgx = \frac{1}{\cos x},$ • $y' = \frac{-1}{40}y + 0.75,$ • $xy' - xy = e^x$

• $y' + y = 2shx,$ • $(x + y^2)dy = ydx$

• $y' + y = 3e^{2x}$ avec $y(0) = 2.$ • $x^2y' + 2xy - x + 1 = 0$ avec $y(1) = 0.$

• $y' + 2xy = 2x.$

• $y' + y = xy^3,$ • $y - \frac{x}{2}y' = \sqrt{y},$ $x \in]0, 1[$ • $xy' - y = xy^2,$ $x \in]0, +\infty[$

• $y' + xy = x^2y^2$

• $y' + 2xy = x^2 + y^2 + 1$ avec $y_P = x.$

Département de Physique, deuxième année LMD

Module : SED 2023-2024

Série $n°4$

Exercice 1. Un circuit électrique comprend un générateur G, une bobine d'inductance L et une résistance R. L'intensité du courant électrique **i** (exprimée en ampères) est fonction du temps **t** (exprimé en secondes), et est solution de l'équation différentielle :

$$L\,\mathbf{i}'(t) + R\,\mathbf{i}(t) = \varepsilon$$

L est exprimée en henrys, R en ohms, et ε en volts.

• Trouver l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps.

Exercice 2 Le carbone 14 est un isotope présent dans tout organisme vivant. Suite au décès, à la mort de l'organisme de l'être vivant, le carbone 14 se désintègre, le nombre d'atomes décro$\hat{i}$t avec une vitesse proportionnelle au nombre d'atomes. On note $\mathbf{N}(\mathbf{t})$ Le nombre d'atomes au temps **t**, exprimé en années, après la mort de l'organisme. Ce mécanisme se traduit par l'équa. diff.

$$N'(t) = -kN(t)$$

où K est une constante positive.

• Sachant qu'il faut 5700 ans pour que la quantité de carbone 14 diminue de moitié dans un organisme mort, calculer K.

• Des ossements anciens récemment exhumés contiennent $\mathbf{\frac{1}{9}}$ la quantité du carbone 14 présente dans des ossements similaires d'aujourd'hui. Déterminer $l'\hat{a}ge$ des ossements exhumés.

Exercice 3 Un réservoir de capacité 5000 l rempli d'une solution sel/eau parfaitement mélangée contenant kg de sel. Un mélange qui contient $0,03kg$ de sel par litre d'eau entre dans le réservoir à un débit de 25 l/min. La solution est maintenue bien mélangée. Si $y(t)$ désigne la quantité (en kg) de sel dissoute dans le réservoir à l'instant t,

$y'(t)$ représente le taux de variation de la quantité de sel,

i.e. la différence entre le taux auquel le sel entre et le taux auquel il en sort.

1. Donner l'équation différentielle (le problème de Cauchy)qui décrit cette situation.
2. Combien de sel on trouve dans le réservoir après une demi-heure ?