Département de Physique, deuxième année LMD

Module : SED 2024-2025

TD $n°5$ (EDO du 2^{nd} ordre)

Exercice 1 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$3y'' = y - 2y' + 3x; \quad y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}; \quad y'' + y = xe^{-3x}$$

$$y'' + 4y' + 4y = 0 \ \ avec \ \ y(0) = 1 \ y'(0) = 3$$

$$y'' - 2y - y' = xe^{-3x}; \quad y'' - y' - 2y = 2e^{2x}; \quad 2y'' + y' - 2y = 2x^2 - 3x + 1;$$

$$y'' - y' - 2y = \sin(2x), \ x \in \mathbb{R};$$

$$xy'' - (x+1)y' + y = 0, \ \ y_1(x) = e^x;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 3yx^2 + 2 \ \ avec \ \ u(0, \mathbf{y}) = \sin y$$

Exercice 2 : Le mouvement d'un corp qui se déplace (en fonction du temps t) horizontalement assujetti à une force générée par un ressort et **une force externe** d'intensité $f(t) = A\cos(\Omega t), \ \Omega \neq 0$, est décrit par l'équa. diff.

$$\mathbf{m}\ddot{x}(t) + \mathbf{k}x(t) = \mathbf{A}\cos(\mathbf{\Omega t})$$

où m est la masse de l'objet, $k > 0$ la constante élastique du ressort.
Si $\Omega \neq \frac{k}{m}$, cette équation admet $x_p(t) = \mathbf{B}\cos(\Omega.t) + \mathbf{C}\sin(\Omega.t)$ comme solution particulière. Trouver la solution générale.

Exercice 3 : Considérons l'équation différentielle

$$x^2y'' + 3xy' + y = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Sachant que l'éqution (2) admet une solution y_1 définie par $y_1(x) = x^\alpha \qquad (\alpha \in \mathbb{Z})$,

- trouver α.
- Sachant que la fonction définie par $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x}}$ est une solution pour (2), quelle est la solution générale ?