Université de Jijel

Faculté de sciences exactes et informatique

Département d'informatique

Option : Master 1 réseaux et sécurité

TD1 : Les probabilités

Année universitaire : 2025-2026

Enseignante : Bourebia Soumia

28 février 2025

Exercice 1

Une classe de 30 élèves est composée de 18 filles et 12 garçons. On sait que :
— 10 filles pratiquent un sport.
— 5 garçons pratiquent un sport.

1. On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité que cet élève pratique un sport ?
2. Sachant que l'élève choisi est une fille, quelle est la probabilité qu'elle pratique un sport ?
3. Sachant que l'élève choisi pratique un sport, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Solution :

1. Nombre total d'élèves pratiquant un sport : $10 + 5 = 15$.
$$P(\text{Sport}) = \frac{15}{30} = 0,5.$$
2. $$P(\text{Sport} \mid \text{Fille}) = \frac{10}{18} \approx 0,555.$$
3. $$P(\text{Garçon} \mid \text{Sport}) = \frac{5}{15} \approx 0,333.$$

Exercice 2

On lance deux dés équilibrés à six faces. On considère les événements suivants :
— **A** : "La somme des deux dés est égale à 7."
— **B** : "Le premier dé montre un 4."

1. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
2. Les événements **A** et **B** sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.

Solution :

1. $$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \text{(il y a 6 combinaisons possibles pour obtenir une somme de 7).}$$
$$P(B) = \frac{1}{6}.$$
2. $$P(A \cap B) = \frac{1}{36} \quad \text{(la seule combinaison est (4, 3)).}$$
Comme
$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = P(A \cap B),$$
les événements **A** et **B** sont indépendants.

Exercice 3

Soit X une variable aleatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle J= [2, 6]
- Donner la fonction de densité de probabilité et calculer $P(2 \leq X \leq 4)$
- Calculer $P(X \leq 5)$
- Calculer l'espérence de X.

Solution : Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $J = [2, 6]$.

1. **Fonction de densité de probabilité :** Pour une loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$, la fonction de densité est :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

   Ici, $a = 2$ et $b = 6$, donc :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } x \in [2, 6] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2. **Calcul de $P(2 \leq X \leq 4)$:** Pour une loi uniforme, la probabilité est donnée par la longueur de l'intervalle divisée par la longueur totale de J :

$$P(2 \leq X \leq 4) = \frac{4-2}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3. **Calcul de $P(X \leq 5)$:** De même :

$$P(X \leq 5) = \frac{5-2}{6-2} = \frac{3}{4}$$

4. **Espérance de X :** Pour une loi uniforme, l'espérance est :

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$

Exercice 4

On sélectionne un nombre (Z) de manière aléatoire dans l'intervalle J= $[-3, 9]$.
- Sachant que Z est inferieur à 0, qu'elle est la probabilité qu'il soit superieur à -2 ?

Solution : On sélectionne un nombre Z de manière aléatoire dans l'intervalle $J = [-3, 9]$.

1. **Probabilité conditionnelle :** On cherche $P(Z > -2 \mid Z < 0)$.
   — **Étape 1 :** Calculer $P(Z < 0)$. La longueur de l'intervalle où $Z < 0$ est $0 - (-3) = 3$. La longueur totale de J est $9 - (-3) = 12$. Donc :

$$P(Z < 0) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

— **Étape 2 :** Calculer $P(Z > -2 \text{ et } Z < 0)$. La longueur de l'intervalle où $Z \in (-2, 0)$ est $0 - (-2) = 2$. Donc :

$$P(Z > -2 \text{ et } Z < 0) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

— **Étape 3 :** Appliquer la formule des probabilités conditionnelles :

$$P(Z > -2 \mid Z < 0) = \frac{P(Z > -2 \text{ et } Z < 0)}{P(Z < 0)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$