TRAVAUX PRATIQUES –Méthodes Numériques– MATLAB
2ème Année (S4)

TP03 (Une séance)
Méthode du point fixe

Algorithme du point fixe

Entrées: - terme initial x_0,
- fonction *g(x)* (déduite de *f(x)*),
- condition d'arrêt ($Iteration_{max}$ ou ε).

$x \leftarrow x_0$;
Initialisation de la condition d'arrêt ;
Tant_que *condition d'arrêt n'est pas vérifiée* **faire**
  $X_{k+1} \leftarrow g(x_k)$;
  mise à jour *de la condition d'arrêt ;*
fin tant_que
Retourner : *x*
FIN

➢ On considère la fonction ***f(x)=2.sin(x)-x***. Cette fonction admet une racine unique sur l'intervalle ***I*=[a,b]**=[1.5 , 2] .

1- Calculer numériquement *f(1.5)* et *f(2)*.
2- Tracer le graphe de *f(x)* en fonction de *x* pour $1.5 \leq x \leq 2$ ⟹ Noter la racine de *f(x)*.
3- Tracer sur le même graphe les fonctions $\boldsymbol{y_1(x)=x}$ et ***g(x)=2.sin(x)*** pour $1.5 \leq x \leq 2$.
4- Tracer le graphe de *g'(x)* (dérivée de *g*) en fonction de *x* pour $1.5 \leq x \leq 2$ et déduire de ce graphe $k = \max(|g'(x)|)_{1.5 \leq x \leq 2}$.
5- Conclure, d'après les deux graphes, sur la stabilité et la contractance de *g(x)* dans ***I***.
6- Ecrire un programme script qui calcule la racine approchée de *f(x)* avec $x_0 = 0{,}5$:
   a- Effectuer 10 itérations.
   b- Introduire un test d'arrêt pour calculer la solution avec une précision $\varepsilon=10^{-6}$.

.

Préparation théorique :

- Ecrire une fonction Matlab « *f* », qui reçoit comme argument l'abscisse *x* et qui retourne la valeur *f(x).*
- Ecrire une fonction Matlab « *g* », qui reçoit comme argument l'abscisse *x* et qui retourne la valeur *g(x)*.
- Ecrire une fonction Matlab « *dg* », qui reçoit comme argument l'abscisse *x* et qui retourne la valeur *g'(x).*
- Calculer $k = \max(|g'(x)|)_{1.5 \leq x \leq 2}$ et vérifier si $g(I) \subset I$.
- Ecrire un programme script Matlab pour la méthode du Point Fixe.

NB : Les préparations théoriques sont obligatoires et doivent être remises au début de chaque séance de TP.

TRAVAUX PRATIQUES –Méthodes Numériques– MATLAB
2ème Année (S4)

TP04 (Une séance)

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON LINEAIRES $f(x) = 0$

Méthode de Newton

Algorithme de Newton

Entrées: - terme initial x_0,
- fonction $f(x)$ et $f'(x)$,
- condition d'arrêt ($Iteration_{max}$ ou ε).

$x \leftarrow x_0$;

Initialisation de la condition d'arrêt ;

Tant_que *condition d'arrêt n'est pas vérifiée* **faire**

$x_{k+1} \longleftarrow x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$;

mise à jour *de la condition d'arrêt ;*

fin tant_que

Retourner : x

FIN

- Soit la fonction $\boldsymbol{f(x) = \frac{x}{2} - \sin(x) + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ dont on veut calculer les racines par la méthode de Newton.

1- Ecrire un programme Matlab qui permet de tracer les graphes des fonctions f et f' en fonction de x pour $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

2- Peut-on prendre $x_0 = \pi$? justifier votre réponse.

3- Ecrire un programme Matlab qui permet de calculer la racine située entre $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ avec une précision $\varepsilon=10^{-10}$.

On note l'erreur absolue entre deux itérations successives $e_k=|x_{k+1} - x_k|$, k=1,2…

Préparation théorique :

- utiliser la commande Matlab **inline** pour définir les fonctions *f(x)* et *f'(x)*

- Ecrire un programme script matlab pour la méthode de Newton

NB : Les préparations théoriques sont obligatoires et doivent être remises au début de chaque séance de TP.