

---

**Série des travaux dirigés n°4**  
– Séries entières–

---

**Exercice 1** Déterminer le rayon et le domaine de convergence des séries entières réelles suivantes:

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) x^n$       b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{n+\arctan(n)} x^n$       c)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln(n!)} x^n$       d)  $\sum_{n=0}^{+\infty} n! x^{n^2}$ .

**Exercice 2** Déterminer le rayon des séries entières suivantes:

a)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$       b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^n} x^n$       c)  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-2)^n \frac{z^{3n+1}}{n+2}$       d)  $\sum_{n=0}^{+\infty} a^n z^{2n+1}$       où  $a \in \mathbb{C}$ .

**Exercice 3** Trouver le rayon de convergence et calculer la somme des séries entières suivantes:

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} z^n$       b)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1} z^n$       c)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3}{n!} z^n$       d)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+a^n}{n} z^n$ .