Université de Jijel, Faculté des Sciences exacte et Informatique, Département de Physique

Travaux dirigés, physique statistique	td1: Introduction aux méthodes statistiques
Troisième année physique fondamentale	Année universitaire 2024/2025, M. S. ZIDI

1 Références cours & exercices:

- *Physique statistique, cours, exercice et problèmes corrigés*, H. T. DIEP, (**530/141**).
- *Physique statistique, Introduction*, Ch. Ngo et H. Ngo, (**530/578**).
- *Thermodynamique et mécanique statistique*, W. Greiner, L. Nelse et H. Stöcker (**.../...**)

Exercice 1: Loi binomiale. (1) Montrer que $\bar{n} = NP_A$. (2) Calculer la variance.

Exercice 2: Loi de Laplace-Gauss (ou loi normale). La densité de probabilité de la loi normale est donnée par :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}.$$

où x, $\mu \in \mathbb{R}$ et $\sigma \in \mathbb{R}^{+*}$.

Montrer que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dx = 1, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} xg(x)dx = \mu, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 g(x)dx = \sigma^2.$$

Exercice 3: Théorème de la limite centrale. Montrer que la loi binomiale devient la loi gaussienne lorsque $N \gg n \gg 1$.

Exercice 4: Loi de Poisson.

(1) Calculer $\bar{n}$. (2) Montrer que la loi binomiale devient la loi de Poisson quand $P_A \ll P_B$ et $N \gg n \gg 1$.

Exercice 5: Volume d'une sphère à N dimensions. Monter que le volume d'une sphère, de rayon R, à N dimensions est donné par:

$$V_N(R) = \frac{\sqrt{\pi^N}}{\Gamma(\frac{N}{2}+1)}\, R^N.$$

Exercice 6: Application de la loi binomiale. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre de face entre 3 et 6 quand on lance 10 fois une pièce bien équilibrée.

Exercice 7: Distribution de Maxwell-Boltzmann. La distribution de Maxwell-Boltzmann est donnée par:

$$f(\vec{v}) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^3}\, e^{-\frac{mv^2}{2k_bT}}$$

où m est la masse de la particule considérée, k_b la constante de Boltzmann, T la température et $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

(1) Montrer que f est normalisée.

(2) Calculer les valeurs moyenne: $< v_x >$, $< v_y >$, $< v_z >$, $< v_x^2 >$, $< v_y^2 >$, $< v_z^2 >$, $< E_c >$ et $< v_x v_y >$ (E_c est l'énergie cinétique).

Exercice 8: Combien de manière différentes peut-on disposer n objets discernables dans N boites différentes, sachant qu'on peut mettre qu'un seul objet par boite?

Exercice 9: Combien de manière différentes peut-on dispose n objets discernables dans N boites différentes sachant que la boite 1 contient n_1 objets, la boite 2 contient n_2, ..., et la boite r contient n_r?

Exercice 10: Combien de manières différentes de tirer m objets parmi N objets discernables si:

l'ordre de tirages est important?

l'ordre de tirages n'a pas d'importance?