

Série N 1

Exercice 01

On considère l'écoulement défini en variables de Lagrange par

$$x = a + \alpha t, \quad y = b + \beta t^2, \quad z = c + \gamma t^3 + \alpha t$$

1. Donner la vitesse de cet écoulement en variables d'Euler.
2. Déterminer l'accélération particulaire de l'écoulement.

Exercice 02

Soit l'écoulement défini dans la description Eulérienne par le champ de vitesse suivant

$$u = 3t, \quad v = xz, \quad w = ty^2$$

1. Déterminer l'accélération particulaire de l'écoulement.
2. Déterminer à la position $M(1, 2, 0)$ et à l'instant $t=3s$ l'accélération locale et l'accélération convective.

Exercice 03

La distribution de vitesse pour un écoulement plan non stationnaire est donnée par

$$u = u_0 + a(t - t_0), \quad v = v_0$$

1. L'écoulement est-il incompressible?
2. Etablir, à un instant t , l'équation des lignes de courant.
3. Comparer ces lignes de courant à la trajectoire d'une particule fluide dans ce champ de vitesses.

Exercice 04

Un écoulement incompressible et stationnaire du fluide se produit dans une tuyère comprise en longueur entre $x=0$ et $x=L$ et limitée par deux surfaces d'équation $y(x) = \mp \frac{L^2}{L+x}$. L'écoulement est invariant suivant l'axe z (tuyère de largeur D très grande, dans l'axe perpendiculaire à la figure).

Le fluide loin de la tuyère est animée d'une vitesse $\vec{V} = U\vec{i}$. On cherche le champ des vitesses dans la tuyère de la forme $\vec{V} = u(x)\vec{i} + v(x, y)\vec{j}$ dans la tuyère.

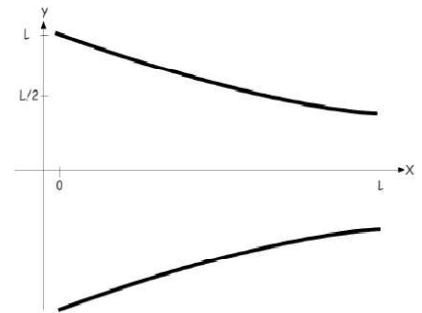


Fig. 1

1. Définir le débit volumique en un x donné.
2. Exprimer la conservation du débit volumique. En déduire $u(x)$.
3. Exprimer la condition d'incompressibilité. Sachant que $v(x, 0) = 0$, en déduire $v(x, y)$.
4. Déterminer l'équation des lignes de courant. Vérifier la vorticité de l'écoulement.
5. Déterminer le champ des accélérations.

Série N 2

Exercice 01

Soit l'écoulement plan et stationnaire d'un fluide incompressible, défini par le champ de vitesse

$$u = A(x^2 - y^2), \quad v = 4xy$$

1. Déterminer la valeur de la constante A .
2. Trouver la fonction de courant de l'écoulement ψ .
3. Démontrer que l'écoulement est irrotationnel et déterminer le potentiel de vitesse φ .

Exercice 02

Un écoulement bidimensionnel est constitué en ajoutant à une source à l'origine du système, un écoulement à potentiel de vitesse défini par

$$\varphi(r, \theta) = r^2 \cos(2\theta)$$

1. Déterminer le champ de vitesse correspondant.
2. Localiser les points d'arrêt dans la partie supérieure de l'écoulement ($0 < \theta < \pi$).

Exercice 03

Soit l'écoulement bidimensionnel irrotationnel et permanent d'un fluide incompressible autour d'un cylindre qui représente la superposition d'un écoulement uniforme et un dipôle, d'intensité μ , défini par le potentiel

$$\varphi_2(r, \theta) = -\frac{\mu \cos \theta}{2\pi r}$$

1. Déterminer le potentiel de vitesse de l'écoulement résultant.
2. Déterminer l'expression du champ de vitesse.
3. Déterminer les points de stagnation.
4. Caractériser la distribution de pression sur la surface du cylindre.
5. Déterminer la force exercée par le fluide sur le cylindre de longueur b .

Exercice 04

Une tornade est un écoulement de fluide présentant une symétrie de révolution autour d'un axe (Oz). Le champ des vitesses associé est de la forme suivante

$$\begin{cases} r < a : & u_r = 0, \quad u_\theta = \Omega r, \quad w = 0 \\ r > a : & u_r = 0, \quad u_\theta = \frac{\Omega a^2}{r}, \quad w = 0 \end{cases}$$

1. Est-ce que l'écoulement est incompressible?
2. Calculer le rotationnel de l'écoulement en tout point de la tornade.
3. Calculer l'accélération d'une particule fluide dans ce champ de tornade.
4. Calculer la circulation du vecteur de vitesse le long d'une ligne de courant.

Exercice 05

L'écoulement bidimensionnel incompressible d'un fluide non visqueux à proximité d'un coin d'angle $\pi/2$ est décrit par la fonction de courant

$$\psi(r, \theta) = 2r^2 \sin(2\theta)$$

1. Déterminer le champ de vitesse.
2. Déterminer le potentiel de vitesse φ et l'équation générale des lignes équipotentielles.
3. Si la pression au point ($r = 1, \theta = 0$) est $3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, qu'elle est la pression au point ($r = 1/2, \theta = \pi/2$)? On donne $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$.