

TD Structure 02 (Schéma statique)

Apport de connaissance

Modéliser une colonne ou une poutre c'est la représenter sous la forme d'un *schéma statique*.

Le schéma statique est une représentation simplifiée et codifiée de l'élément étudié en fonction de sa **géométrie**, de ses **appuis** et de ses **charges** (actions).

Ci-après quelques schémas statiques classiques pour les poutres et pour les colonnes (poteaux).

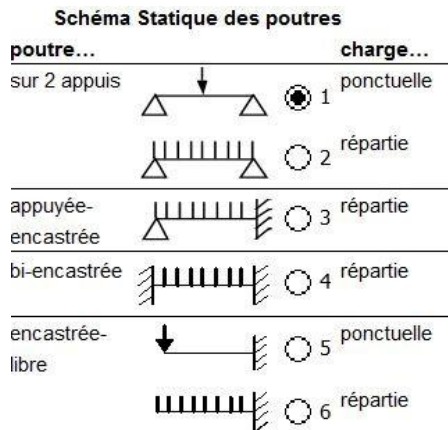


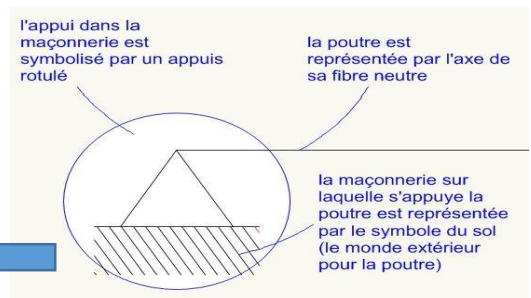
Schéma statique de la colonne

1	2	3	4
$L = 4,00 \text{ m}$	$2L = 8,00 \text{ m}$	$0,7L = 2,80 \text{ m}$	$0,5L = 2,00 \text{ m}$
bi-rotulée	encastree-	encastree-	bi-encastree

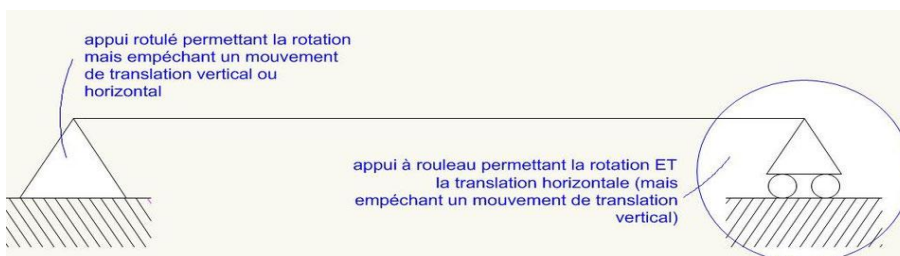
- Voyons maintenant comment modéliser les éléments de structure dans la pratique.

Exemple : Poutres en bois de la figure ci-après

Dans la plupart des cas, les appuis des poutres en bois sont rotulés. Même quand ils sont "dans" la maçonnerie (comme dans la figure ci-dessous). Le retrait du mortier de resserrage permettra un léger mouvement de rotation. Vu les faibles déformations que nous tolérons dans les bâtiments, ce mouvement sera suffisant pour que nous symbolisions cet appui par un appui rotulé (comme dans le schéma ci-après)



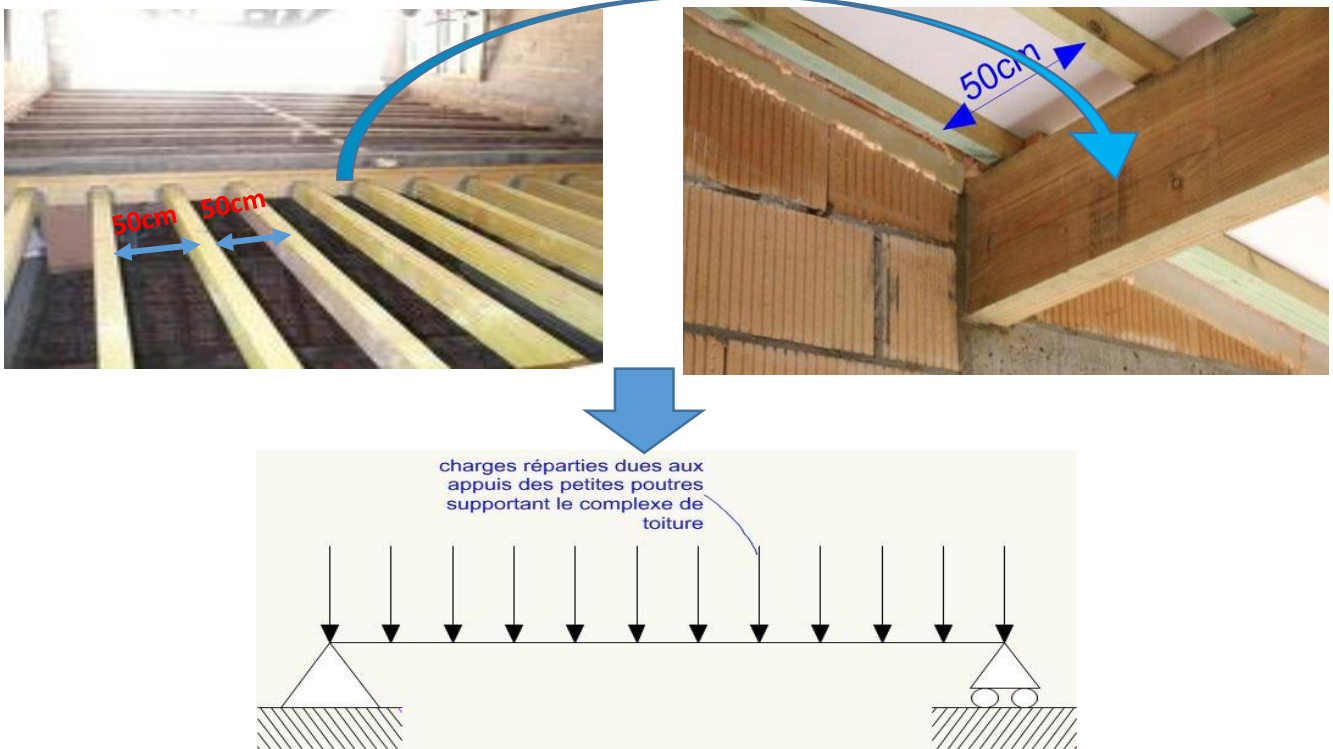
La poutre en bois photographiée plus haut est posée de la même manière dans la maçonnerie à son autre extrémité. Nous allons donc la représenter sur ces deux appuis mais en précisant qu'il y a possibilité d'un glissement horizontal dans la maçonnerie d'un des deux appuis (lors de la flexion de la poutre et dès lors de son "raccourcissement"). Pour cela nous représenteront l'autre appui sous la forme d'un appui à rouleau.



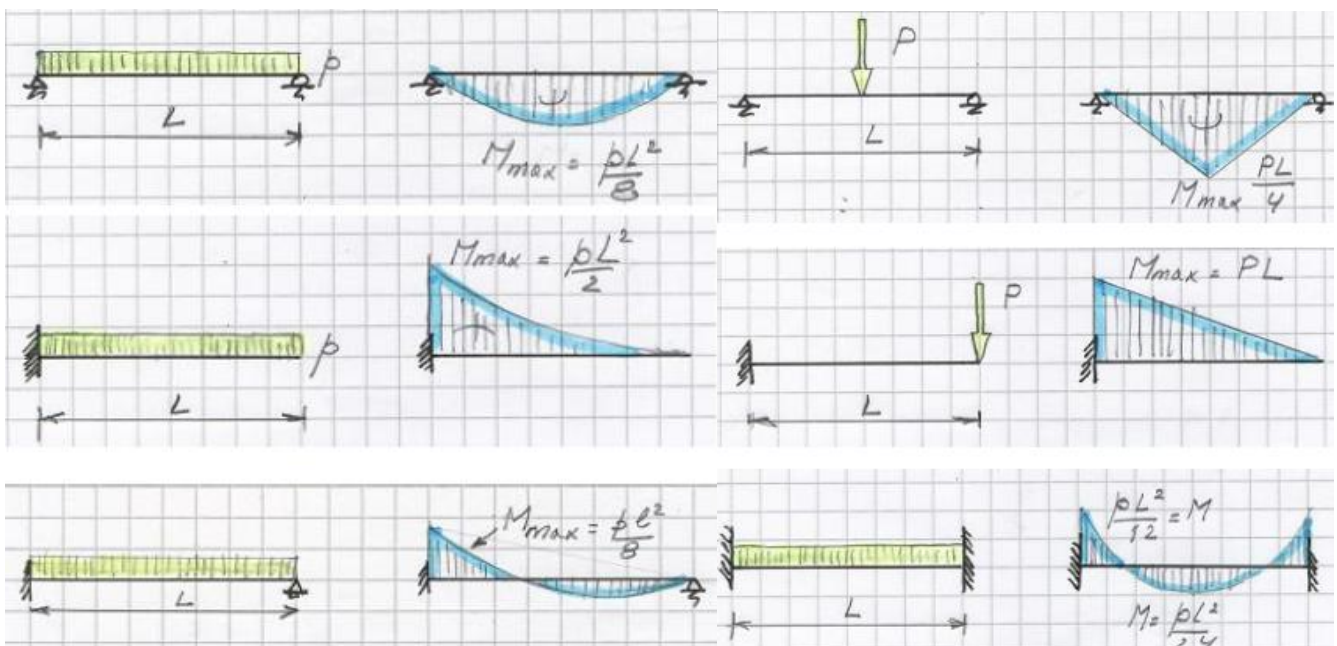
Nous allons maintenant rajouter les actions qui sollicitent la poutre.

La poutre de notre exemple supporte d'autres petites poutres espacées d'environ 50cm. Ces dernières soutiennent le complexe de la toiture: on peut imaginer une isolation et des lattes et contre lattes supportant des tuiles ou un autre matériau d'étanchéité.

Chaque réaction d'appui des petites poutres sur notre poutre constituera une action pour celle-ci. On dira que notre poutre est chargée uniformément (même si c'est de manière discrète par une série de charges ponctuelles).

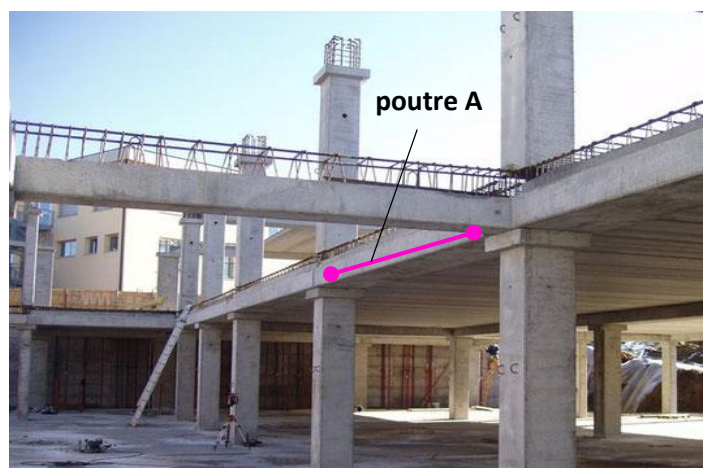
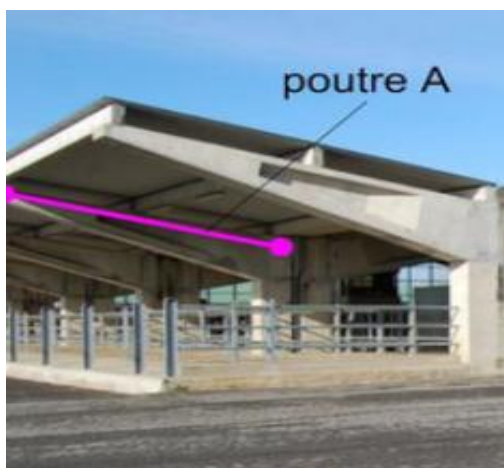
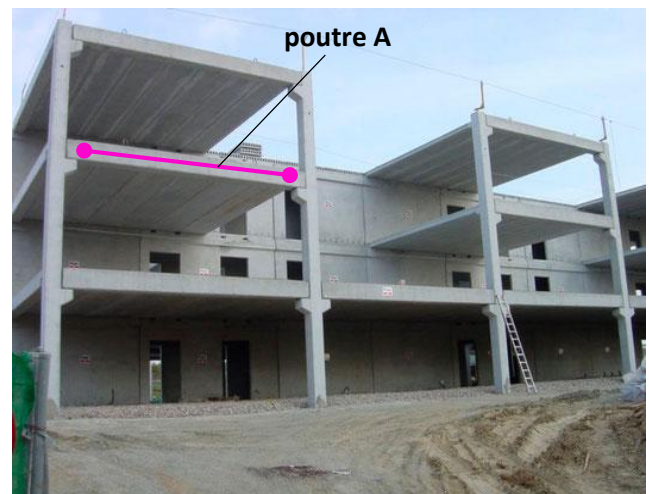
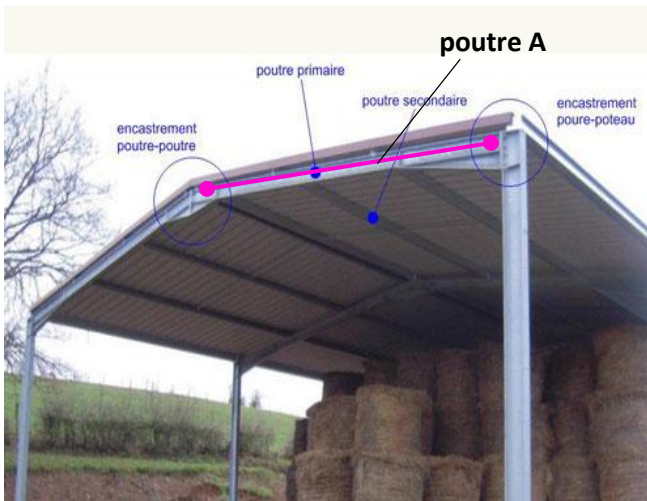
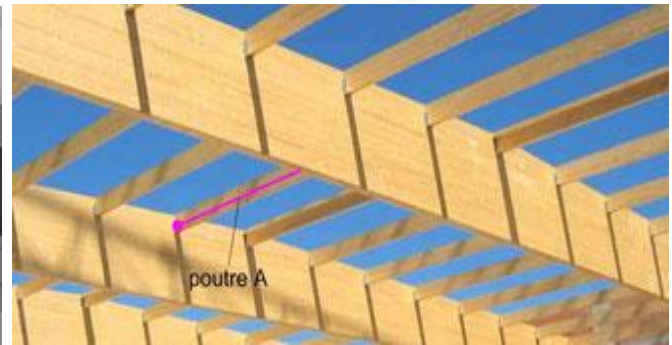
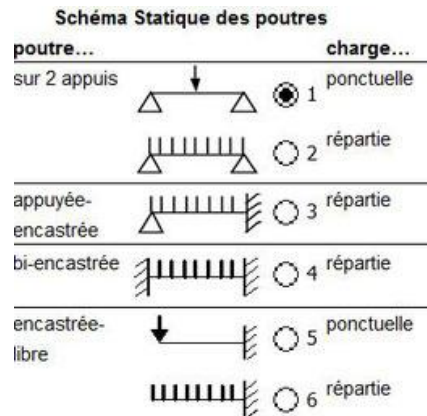


- Quelques diagrammes de moments fléchissants de poutres courantes**

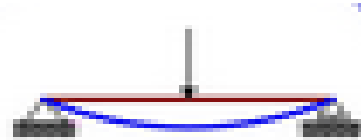


Exercice 01

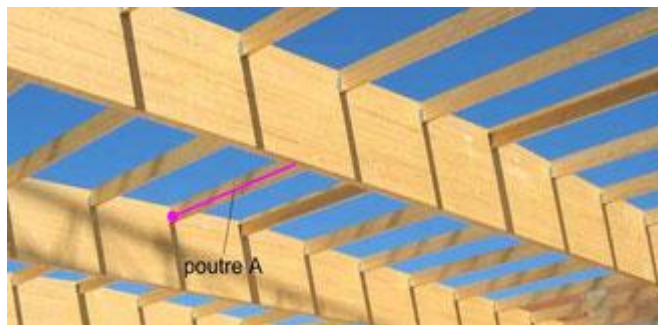
Choisir le bon schéma statique (y compris les actions ou charges) des poutres "A" dans les schémas statiques standards repris ci-contre (de 1 à 6)



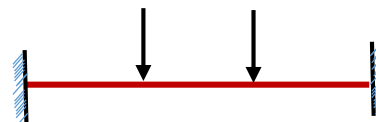
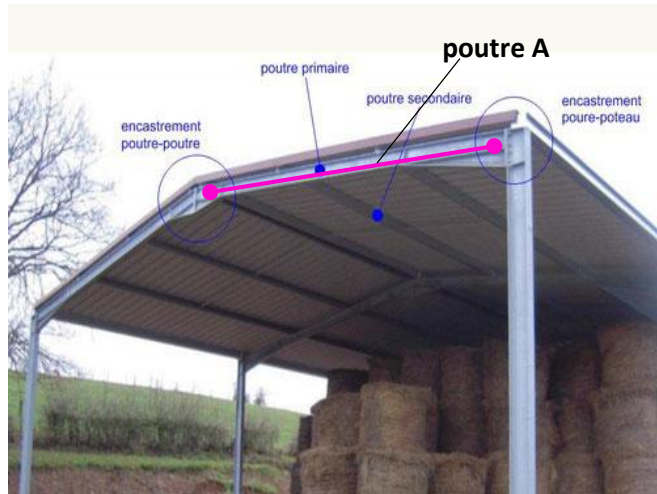
Corrigé de l'exercice 01



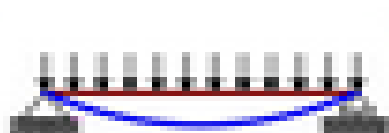
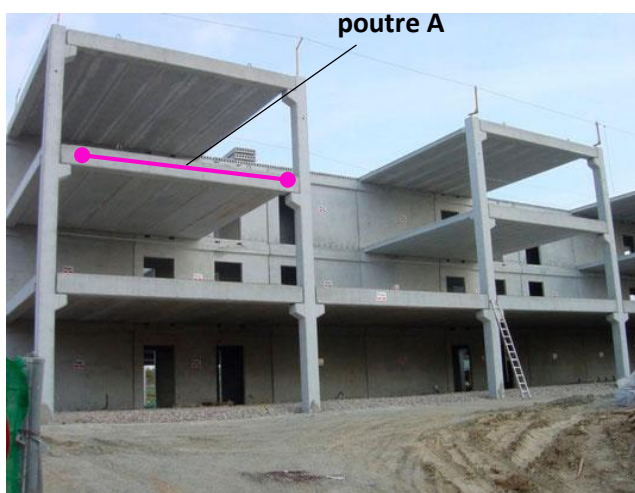
Poutre en bois sur 2 appuis rotulés reprend une charge ponctuelle transmise par la panne intermédiaire. (Schéma statique n°1)



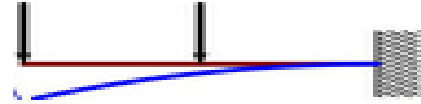
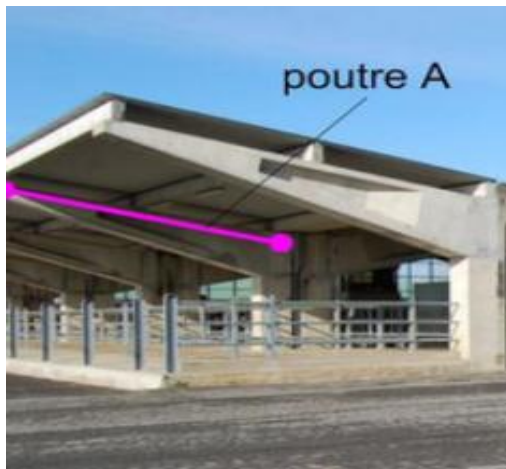
Poutre en bois fixée à la poutre principale par des sabots métalliques, reposant sur 2 appuis rotulés pour reprendre une charge répartie (Schéma statique n°2).



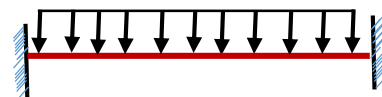
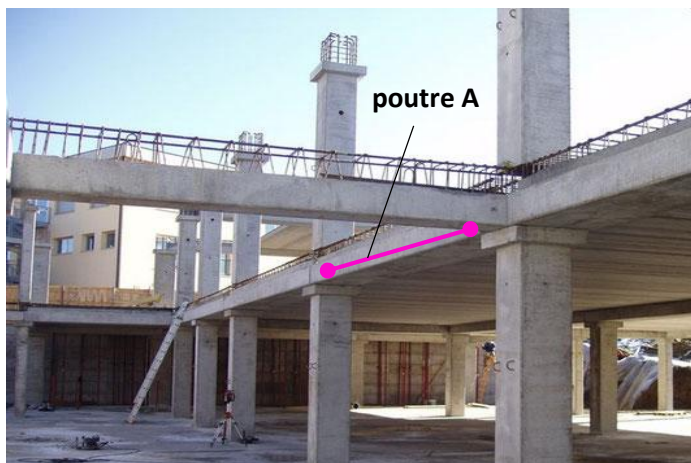
Poutre en charpente métallique bi-encastree sollicitée par 2 charges ponctuelles transmises par les 2 pannes (poutres secondaires).



Poutre en béton armé sur 2 appuis rotulés, reprend une charge répartie transmise par le plancher. (Schéma statique n°2)



Poutre encastrée-libre reprend 2 charge ponctuelles transmises par des poutres secondaires.



Poutre en béton armé encastrée-encastrée reprend une charge répartie du plancher.

Exercice 02

Déterminer le numéro du schéma statique correspondant 1, 2, 3 ou 4 et longueur de flambement correspondante (voir le tableau ci-contre) des cas de poteau **P** des figures suivants :

1	2	3	4
$L_f = L$	$L_f = 2L$	$L_f = 0.7L$	$L_f = 0.5L$
bi-rotulée	encastrée-	encastrement-	bi-encastrement



Figure '1' poteau en acier de 6m de longueur



Figure '2' poteau en bois de 4m de longueur



Figure '3' poteau en béton Armé de 4m de longueur



Figure '4' barre du treillis d'un pont soumise au flambement de 8m de longueur

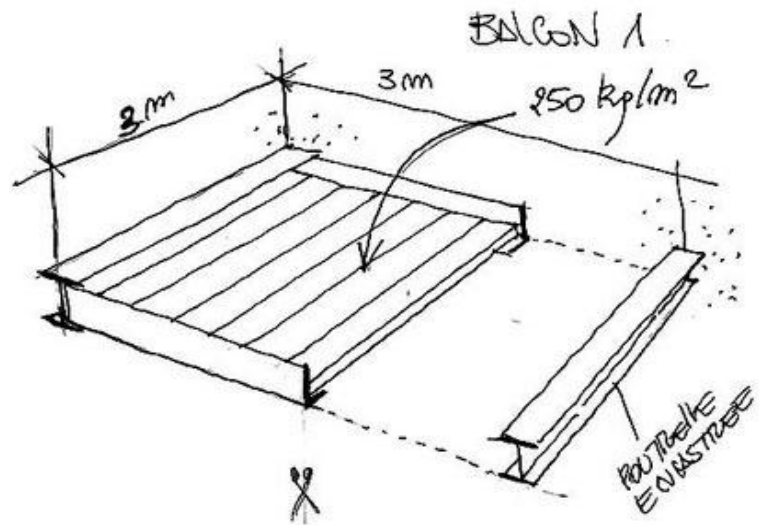
Corrigé de l'exercice 02

Figure	schéma stat	$l \text{ (m)} =$	$l_f \text{ (m)} =$
1	1	6	6
2	2	4	8
3	2 ou 3	4	8 ou 2,8
4	4	8	4

Exercice 03

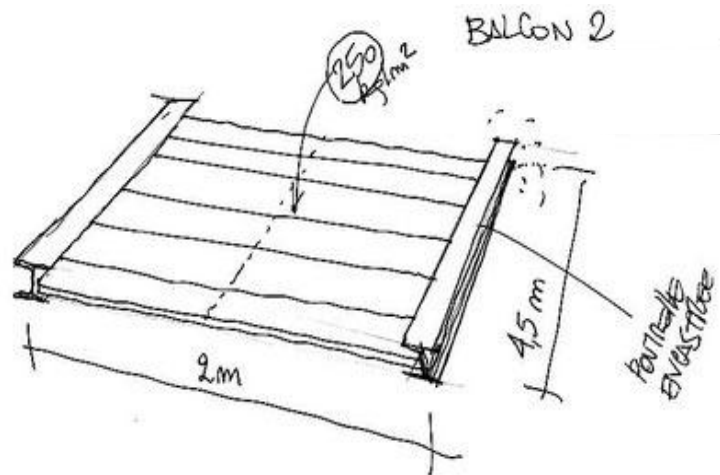
BALCON 01 (figure ci-contre) :

- 1) Dessiner le schéma statique (y compris les actions) :
 - d'une des deux poutrelles encastrées en H
 - de la poutrelle en L supportée à l'extrémité des deux H.
- 2) Quelle est la charge linéaire (en kN) supportée par chaque poutrelle encastrée?



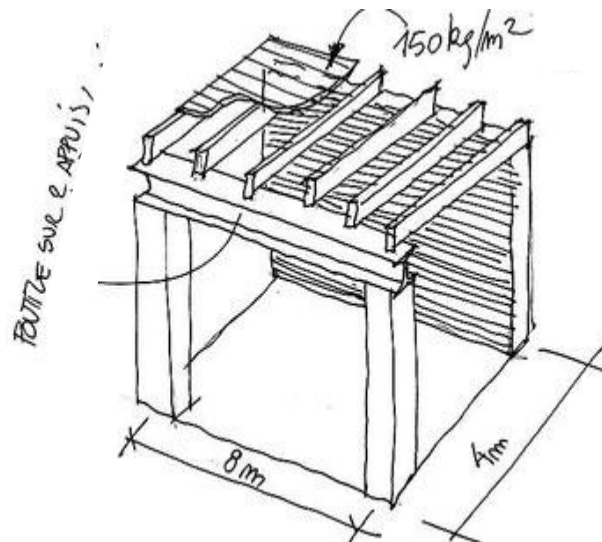
BALCON 02 (figure ci-contre) :

- 1) Dessiner le schéma statique (y compris les actions):
 - d'une des deux poutrelles encastrées en H
 - d'une des poutrelles en bois supportées par les deux H
- 2) Quelle est la charge linéaire (en kN/m) supportée par chaque poutrelle encastrée?



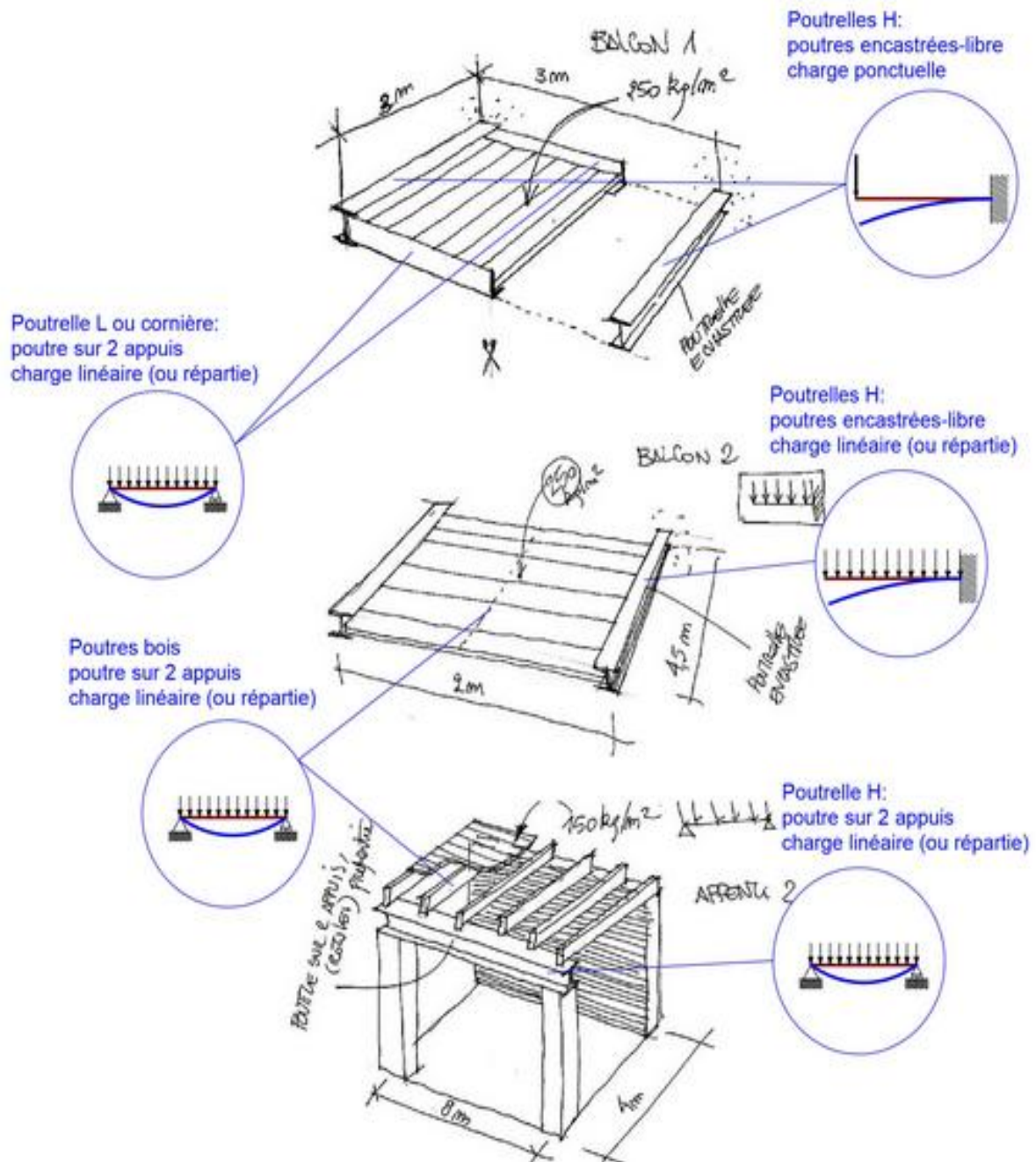
PLANCHER (figure ci-contre)

- 1) Dessiner le schéma statique (y compris les actions):
 - de la poutrelle en H supportée par les deux colonnes
 - d'une des poutrelles en bois supportées par le H d'un côté et le mur de l'autre
- 2) Quelle est la charge linéaire (en kN/m) supportée par la poutre sur deux appuis?

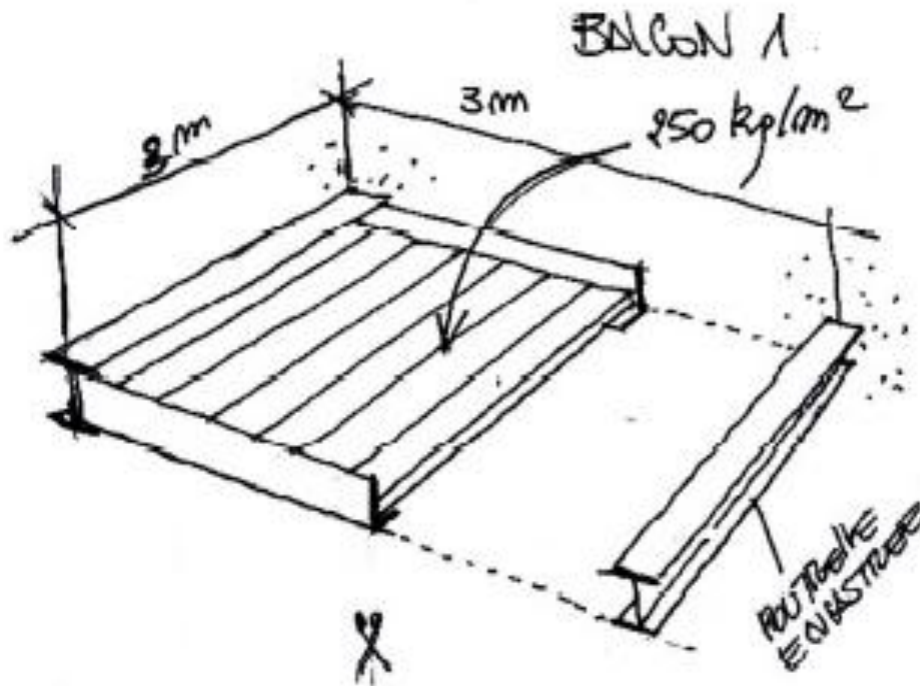


Corrigé de l'exercice 03

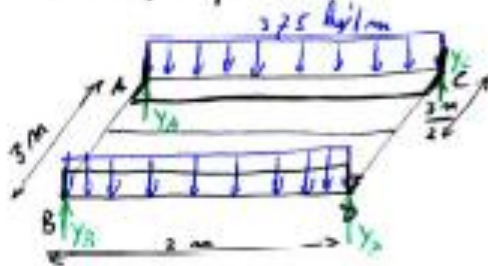
1) Le schéma statique (y compris les actions) :



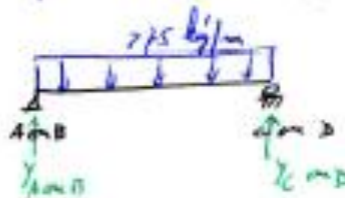
- La charge linéaire (en kN) supportée par chaque poutrelle encastrée



• charge répartie sur les cornières



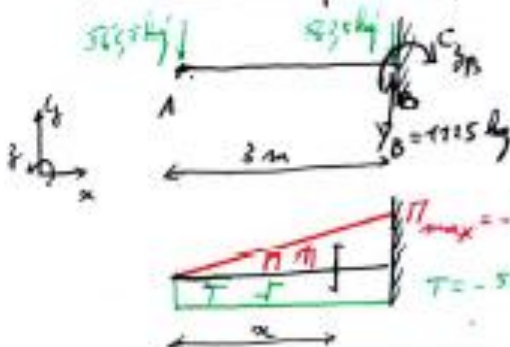
$$p = 250 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{3\text{m}}{2} = 375 \text{ kg/m}$$



• Action des cornières sur les poutrelles encastrées

$$Y_A = Y_C = \frac{375 \text{ kg/m} \cdot 3\text{m}}{2} = 562,5 \text{ kg} = Y_B = Y_D \quad \text{OU} \quad Y_A = Y_B = Y_C = Y_D = \frac{250 \text{ kg/m}^2 \cdot 9\text{m}^2}{4} = 562,5 \text{ kg}$$

• Schéma statique d'une poutrelle encastrée

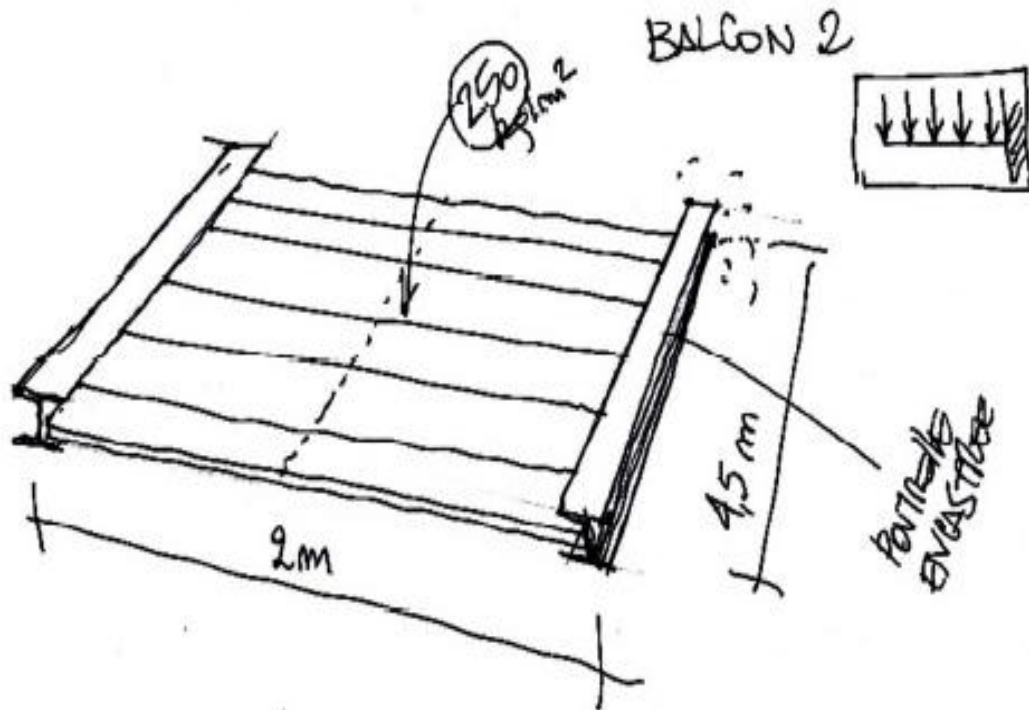


$$Y_B - 562,5 - 562,5 = 0 \Rightarrow Y_B = 1125 \text{ kg}$$

$$C_{\delta B} + 562,5 \text{ kg} \cdot 3\text{m} = 0 \Rightarrow C_{\delta B} = -1687,5 \text{ kgm}$$

$$\begin{cases} \Pi(x) + 562,5 \cdot x = 0 \Rightarrow \Pi(x) = -562,5 \cdot x \\ \Pi(1) = \Pi_{\max} = -562,5 \cdot 3 = -1687,5 \text{ kgm} \\ -T(x) - 562,5 = 0 \Rightarrow T(x) = -562,5 \text{ kg} \end{cases}$$

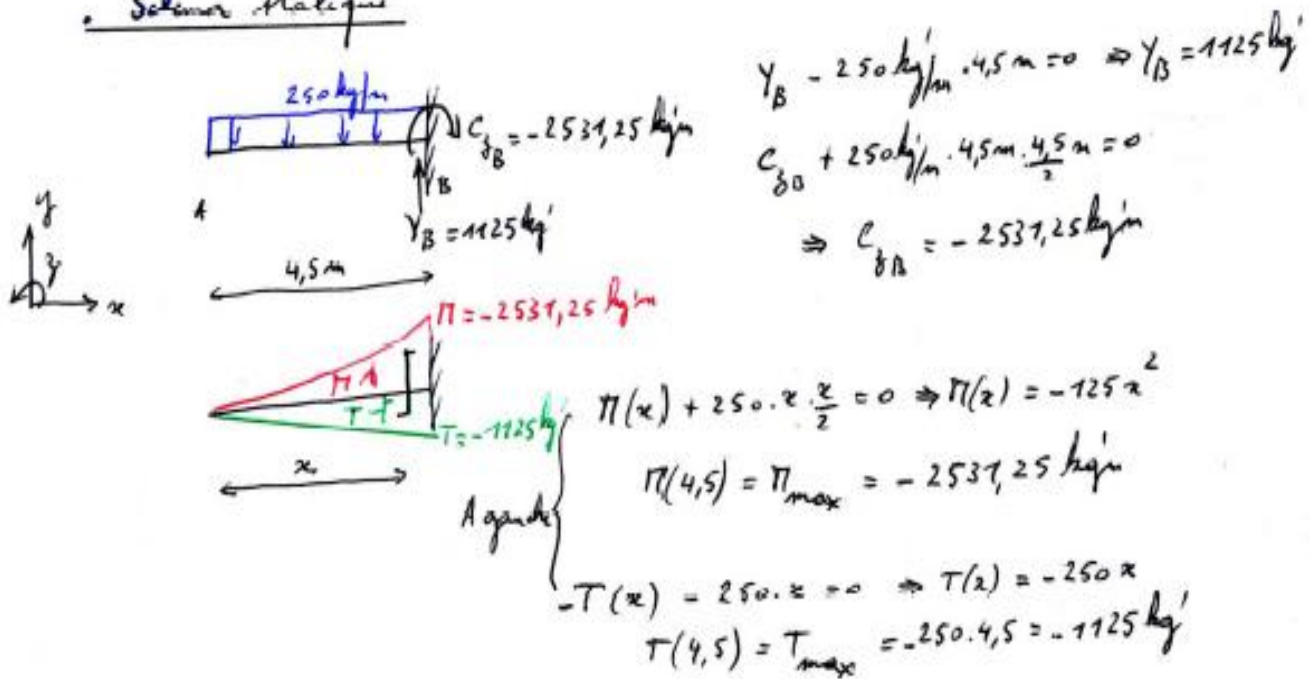
- La charge linéaire (en kN/m) supportée par chaque poutrelle encastrée



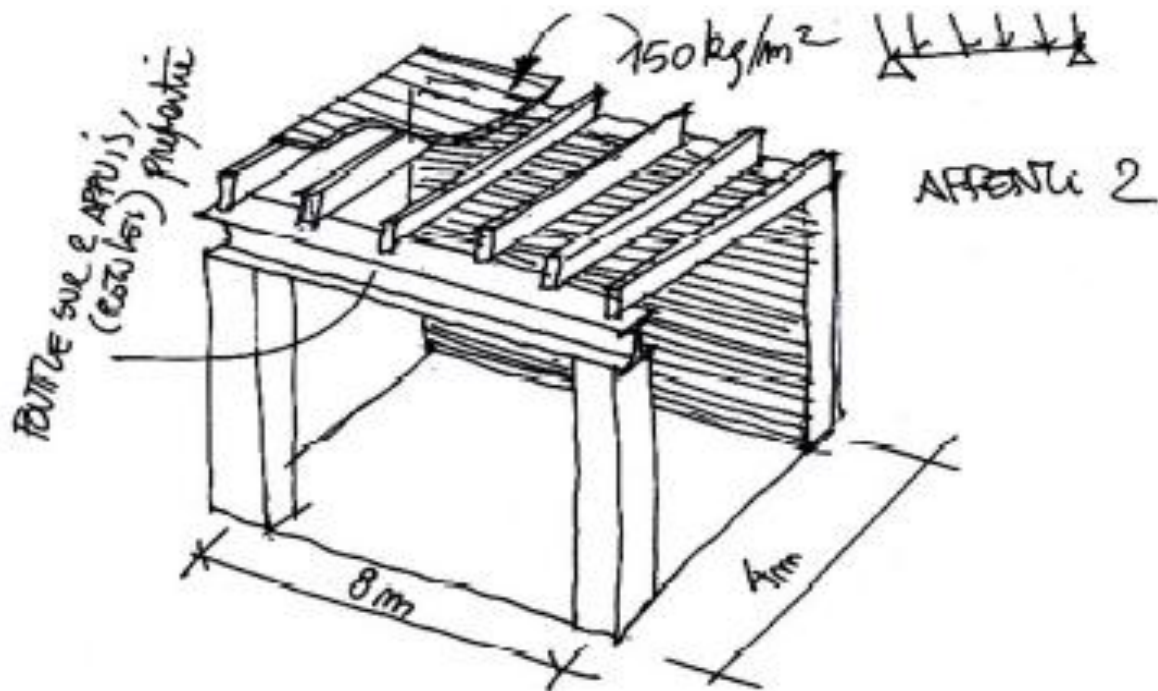
• charge répartie sur les poutrelles encastrées

$$p = 250 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{2 \text{ m}}{2} = 250 \text{ kg/m}$$

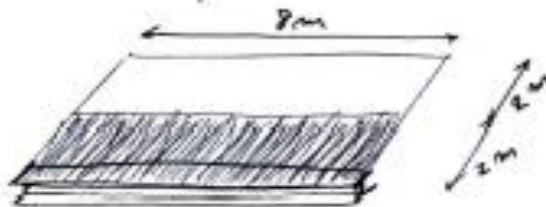
• schéma statique



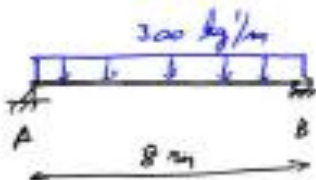
- La charge linéaire (en kN/m) supportée par la poutre sur deux appuis



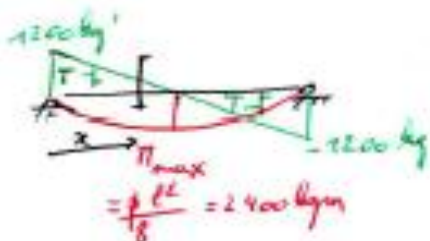
- On considère que les poutres répartissent les 150 kg/m² de manière uniforme sur la poutelle I



$$p = 150 \text{ kg/m}^2 \cdot \frac{4\text{m}}{2} = 300 \text{ kg/m}$$



$$\begin{aligned} Y_A + Y_B - 300 \cdot 8 &= 0 \Rightarrow Y_A + Y_B = 2400 \text{ kg} \\ C_{YA} = -300 \cdot 8 \cdot 4 + Y_B \cdot 8 &= 0 \Rightarrow Y_B = \frac{300 \cdot 8 \cdot 4}{8} = 1200 \text{ kg} \\ \Rightarrow Y_A &= 1200 \text{ kg} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} \Pi(x) - 1200 \cdot x + 300 \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0 \\ \Rightarrow \Pi(x) = -150x^2 + 1200x \\ -T(x) + 1200 - 300 \cdot x = 0 \Rightarrow T(x) = -300x + 1200 \\ T=0 \Rightarrow x = \frac{1200}{300} = 4\text{m} \\ \Pi(4) = 2400 \text{ kgm} \end{cases}$$