

Théorèmes et propriétés de la transformée en Z :

$$F(z) = \mathbb{Z}\{f(k)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$$

	$F(s)$	$f(t)$	$f(kT)$ ou $f(k)$	$F(z)$
1	1	$\delta(t) \quad t > 0$	$\delta(kT)$	1
2	e^{-kTs}	$\delta(t-n) \quad t > n$	$\delta(kT-n)$	z^{-n}
3	$\frac{1}{s}$	$\mu(t) = 1$	$\mu(k) = 1$	$\frac{z}{z-1}$
4	$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
5	$\frac{1}{s^2}$	t	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
6	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2!}$	$\frac{(kT)^2}{2!}$	$\frac{T^2 z(1+z)}{(z-1)^3}$
7	$\frac{1}{s^{k+1}}$	$\frac{t^k}{k!}$	$\frac{(kT)^k}{k!}$	$\lim_{a \rightarrow 0} \left[\frac{(-1)^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial a^k} \left(\frac{z}{z-e^{-aT}} \right) \right]$
8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{Te^{-aT} z}{(z-e^{-aT})^2}$
9	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}t^2 e^{-at}$	$\frac{1}{2}(kT)^2 e^{-akT}$	$\frac{T^2 e^{-aT} (z+e^{-aT})z}{2(z-e^{-aT})^3}$
10	$\frac{1}{(s+a)^{k+1}}$	$\frac{1}{k!}t^k e^{-at}$	$\frac{1}{k!}(kT)^k e^{-akT}$	$\frac{(-1)^k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial a^k} \left(\frac{z}{z-e^{-aT}} \right)$
11	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin(at)$	$\sin(akT)$	$\frac{z \sin(aT)}{z^2 - 2z \cos(aT) + 1}$
12	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos(at)$	$\cos(akT)$	$\frac{z(z - \cos(aT))}{z^2 - 2z \cos(aT) + 1}$
13	$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at} \sin(bt)$	$e^{-akT} \sin(bkT)$	$\frac{ze^{-aT} \sin(bT)}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(bT) + e^{-2aT}}$
14	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at} \cos(bt)$	$e^{-akT} \cos(bkT)$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos(bT)}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos(bT) + e^{-2aT}}$
15	-	-	$(-a)^k = (-1)^k \cdot a^k$	$\frac{z}{z+a}$
16	-	-	$a^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1}{z+a}$
17	-	-	$k \cdot (-a)^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{z}{(z+a)^2}$
18			$\frac{(-a)^k (-k^2 + 3k - 2) + 2\delta(k)}{2a^3}$	$\frac{z}{(z+a)^3}$
$\begin{cases} f(t) = 0 & t < 0 \\ f(kT) = f(k) = 0 & k < 0 \end{cases} \quad \text{autres cas : } k = 0, 1, 2, 3, \dots$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right) = \frac{i^k + (-i)^k}{2} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right) = \frac{i^k - (-i)^k}{2i}$				

	$f(t)$ ou $f(k)$	$\mathbb{Z}\{f(t)\}$ ou $\mathbb{Z}\{f(k)\}$
1	$a f(t)$	$a F(z)$
2	$a f_1(t) + b f_2(t)$	$a F_1(z) + b F_2(z)$
3	Avance : $f(t + nT)$	$z^n F(z) - z^n f(0) - z^{n-1} f(T) - \dots - z f(nT - T)$
4	Retard : $f(t - nT)$	$z^{-n} F(z)$
5	Multiplication par t : $t f(t)$	$-Tz \frac{\partial}{\partial z} F(z)$
6	$k f(k)$	$-z \frac{\partial}{\partial z} F(z)$
7	Translation complexe : $e^{-at} f(t)$	$F(z e^{aT})$
8	$e^{-ak} f(k)$	$F(z e^a)$
9	Changement d'échelle : $a^k f(k)$	$F\left(\frac{z}{a}\right)$
10	$k a^k f(k)$	$-z \frac{\partial}{\partial z} F\left(\frac{z}{a}\right)$
11	$k^m f(k)$	$(-z)^m \frac{\partial^m}{\partial z^m} F(z)$
12	$\frac{\partial}{\partial a} f(t, a)$	$\frac{\partial}{\partial a} F(z, a)$
13	$f(k) - f(k-1)$	$\left(\frac{z-1}{z}\right) F(z)$
14	$f(k+1) - f(k)$	$(z-1)F(z) - z f(0)$
15	Théorème de valeur initiale : $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$
16	Théorème de valeur finale : $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$f(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} F(z)\right)$
17	Sommation : $\sum_{k=0}^n f(k)$	$\left(\frac{z}{z-1}\right) F(z)$
18	$\sum_{k=0}^{\infty} f(k)$	$F(1)$
19	Convolution : $\sum_{k=0}^n f_1(kT) f_2(nT - kT)$	$F_1(z) F_2(z)$
Système muni d'un BOZ : $\frac{Y(z)}{X(z)} = \overline{F_{BOZ}} F(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) \mathbb{Z}\left(\frac{F(s)}{s}\right)$, avec : $F_{BOZ}(s) = \left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right)$		