Td de la mécanique des fluides

Exercice 1

Considérons un tube en « U » rempli avec deux liquides non miscibles,

1. Suivant le principe de Pascal trouver la relation entre les pressions mesurées aux points « 1 » et « 2 » (Figure.1)

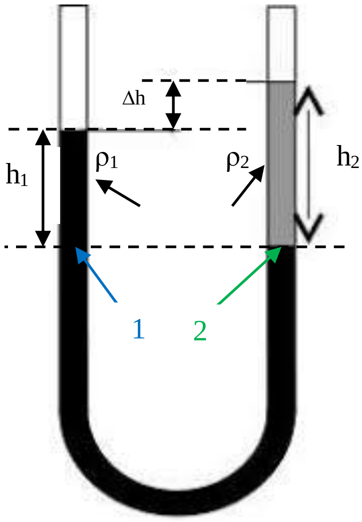

Figure.1. Tube en U

On donne : La section du tube = 1 cm^2, il est rempli d'eau (V_{eau}=50 cm^3 , ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3}) et d'huile (V_{huile}=25cm^3 ρ_{huile} = 840 kg.m^{-3}).

2. Calculer la hauteur « h_2 » de l'huile ?

3. Quelle est la différence entre les deux niveaux de surface (h_2 - h_1) ?

Solution

1. Suivant le théorème de pascal

$$\rho_1.g.h_1 + p_{surface1} = \rho_2.g.h_2 + p_{surface2}$$

Nous avons : $p_{surface1} = p_{surface2} = p_{atmosphérique}$

Suite aux simplifications : $\rho_1.h_1 = \rho_2.h_2$

Cette relation nous permet de calculer la masse volumique du liquide inconnu en connaissant celle du deuxième liquide.

2. $V_{huile} = S_2 \times h_2 \rightarrow h_2 = \frac{V_{huile}}{S_2} = \frac{25\times10^{-6}}{10^{-4}} = 25 \times 10^{-2} = 25cm$

3. Comme les pressions en point (1) et en point (2) sont les mêmes, donc :

$$\rho_1.h_1 = \rho_2.h_2 \quad \rightarrow h_1 = \frac{\rho_2.h_2}{\rho_1} = \frac{840\times0.25}{1000} = 21cm \rightarrow h_2 - h_1 = 25 - 21 = 4cm$$

Exercice 2

Une bille en Fer de masse m_{fer} = 40 g et de masse volumique ρ_{fer} = 7860 kg.m^{-3} est plongée dans l'eau :ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3}. Calculer son poids apparent. On donne g = 9,81 N.kg^{-1}.

Solution

Nous avons :

$$\mathrm{P_{app}} = \mathrm{P_{réel}} - \mathrm{P_A} \Leftrightarrow \mathrm{P_{app}} = \rho_s \times V_s \times g - \rho_l \times V_l \times g$$

$$\mathrm{P_{réel}} = \rho_{fer} \times V_{fer} \times g = \cancel{\rho_{fer}} \times \frac{m_{fer}}{\cancel{\rho_{fer}}} \times g = m_{fer} \times g = 0.04 \times 9{,}81 = 0.392\ \mathrm{N}$$

$$V_{fer} = \frac{m_{fer}}{\rho_{fer}} = \frac{0.04}{7\,860} = 5.089 \times 10^{-6}\ m^3$$

$$\mathrm{P_A} = \rho_l \times V_{l(immergé)} \times g \Leftrightarrow \mathrm{P_A} = 1000 \times 5.089 \times 10^{-6} \times 9{,}81 = 4.992 \times 10^{-2} N$$

$$\mathrm{P_{app}} = 0.392 - 4.992 \times 10^{-2} = 0.342\ \mathrm{N}$$

Remarque

Ce poids apparent est de 0.342 N de la bille dans l'eau au lieu de 0.392 N dans l'air.

Exercice 3 (théorème de Bernoulli)

Tube de Pitot

Un tube de Pitot est un instrument de mesure de pression utilisé pour mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. (figure.2)

On considère un liquide en écoulement permanent à une vitesse « v » dans une canalisation qui est équipée de deux tubes plongeant dans ce liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités sont à la même hauteur.

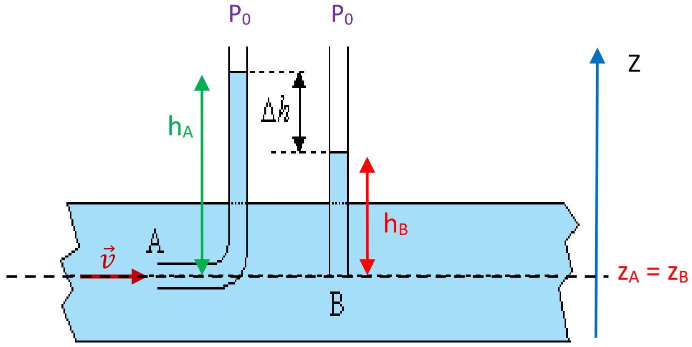

Figure.2. Tube de Pitot

-Les points A et B sont à la même cote : $z_A = z_B$

-Au point B, le liquide a la même vitesse « v » que dans la canalisation et la pression est notée « p_B »

-En « A » la vitesse est nulle et la pression est notée « p_A »

D'après le théorème de Bernoulli,

$$p_A + \rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = p_B + \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2$$

Nous avons : $z_A = z_B$, $v_A = 0$, $v_B = v$

Donc :

$$p_A = p_B + \frac{1}{2}.\rho.v^2 \Longrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}.\rho.v^2$$

En appliquant le théorème de Pascal (relation fondamentale de l'hydrostatique)

$$P_A \cancel{-} P_B = \rho.g.\Delta \cancel{h} \; alors \; \rho.g.\Delta h = \tfrac{1}{2}.\rho.v^2 \quad \Longrightarrow$$

$$v = \sqrt{2.g.\Delta h}$$

Remarque En mesurant la dénivellation « Δh » du liquide dans les deux tubes, cette relation permet de déduire la vitesse « v » d'écoulement du fluide, par exemple celle du flux d'air dans une canalisation.