CHAPITRE I

INTRODUCTION ET GENERALITES

1.1 Buts et hypothèses de la résistance des matériaux

1.1.1 But de la résistance des matériaux

La résistance des matériaux fait appel aux notions d'équilibre de la mécanique statique, aux notions de déplacements étudiées en cinématique et aux propriétés des matériaux, auxquelles on a recours pour évaluer les dimensions de pièces structurales ou d'éléments de machines. L'objet de cet enseignement est l'étude statique des milieux continus déformables.

La résistance des matériaux est une partie de la mécanique qui a pour objectif le développement de modèles permettant de dimensionner les structures. Ces modèles sont élaborés dans le cadre d'hypothèses simplificatrices. Ils constituent le premier niveau des méthodes de calcul des structures.

L'étude de la résistance des matériaux a pour but d'assurer qu'on utilise dans une pièce donnée, une quantité minimale de matériau, tout en satisfaisant aux exigences suivantes :

Résistance : la pièce doit pouvoir supporter et transmettre les charges externes qui lui sont imposées ;

Rigidité : la pièce ne doit pas subir de déformation excessive lorsqu'elle est sollicitée ;

Stabilité : la pièce doit conserver son intégrité géométrique afin que soient évitées des conditions d'instabilité (flambement, déversement) ;

Endurance : la pièce, si elle est soumise à un chargement cyclique (répété), doit pouvoir, sans rupture, supporter un certain nombre de cycles (fatigue).

1.1.2 Hypothèses de la résistance des matériaux

1.1.1.1 Hypothèses sur le matériau

Le matériau constitutif du solide étudié est supposé être :

— homogène : tous les éléments du matériau, aussi petits soient-ils, ont une structure identique à l'échelle considérée ;

— isotrope : en tout point, les propriétés mécaniques sont les mêmes dans toutes les directions ;

— continu : les propriétés mécaniques varient de manière continue d'un point à l'autre ;

— utilisé dans le domaine élastique linéaire : les relations entre contraintes et déformations sont réversibles et linéaires (la loi de comportement est de type loi de Hooke)

1.1.1.2 Hypothèse de petites déformations

L'hypothèse des petites déformations permet de linéariser la relation entre contraintes et déformations. Ces dernières sont alors supposées réversibles et linéaires.

1.2 Classification des solides

La résistance des matériaux s'intéresse en général à des corps géométriquement simples qui constituent les éléments de base de la construction mécanique et du génie civil.

1.2.1 Les poutres

Une poutre est un solide engendré par une surface plane A qui peut être variable et dont le centre de gravité G décrit un segment $[CD]$, le plan de A restant perpendiculaire à cette courbe. Il faut également que la longueur CD soit grande devant les dimensions des sections transverses.

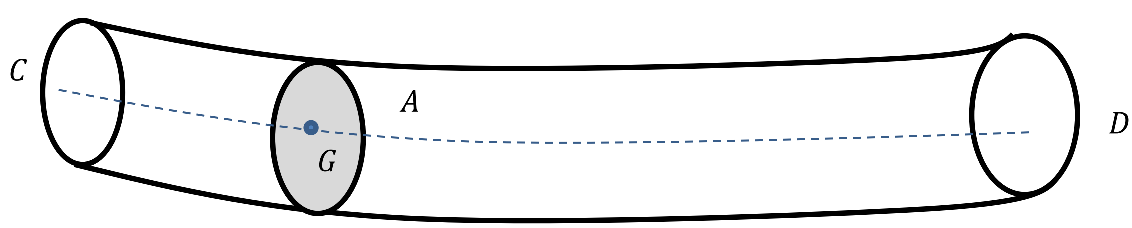


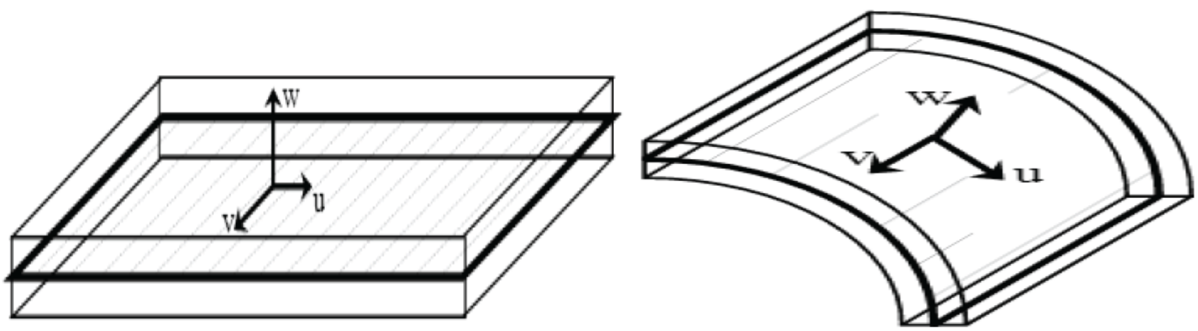
Figure 1.1. Élément poutre

1.2.2 Les plaques

Ce sont des structures pour lesquelles une dimension, l'épaisseur, est beaucoup plus petite que les deux autres. Ce sont donc des structures planes qui peuvent être identifiées avec leur plan moyen.

1.2.3 Les coques

Ce sont des structures qui, comme les plaques, ont une dimension, l'épaisseur, plus petite que les deux autres mais qui n'est pas plane.



a. b.

Figure 1.2. a. Plaque ; b. Coque

1.3 Différents types de chargements

En résistance des matériaux, on distingue généralement deux types de charges :

— les charges concentrées (ou ponctuelles) qui s'appliquent en un point de l'élément étudié.

— les charges réparties qui sont distribuées continûment le long d'un segment de l'élément étudié.

Les efforts extérieurs se décomposent ainsi en forces concentrées, forces réparties et moments concentrés, moments répartis. Les efforts répartis peuvent être écrits comme des densités linéiques d'efforts.

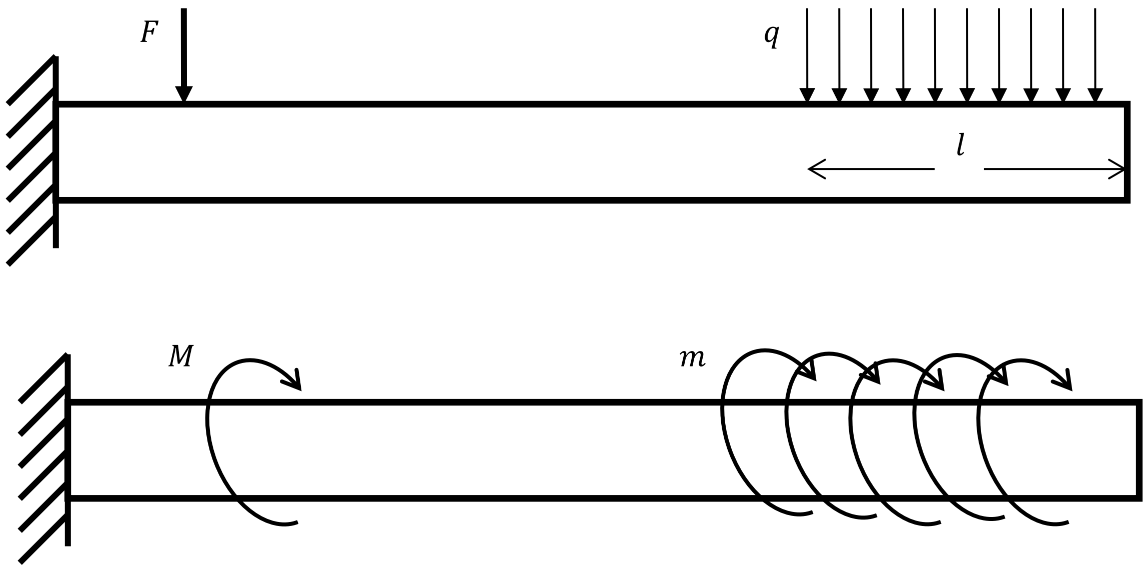


Figure 1.3. Efforts externes

La charge q est répartie le long du segment de longueur l. C'est donc une charge linéaire qui se mesure en unité de force par unité de longueur. Sa résultante Qest égale à l'aire de son digramme et s'applique à son centre de gravité.

$$Q = ql$$

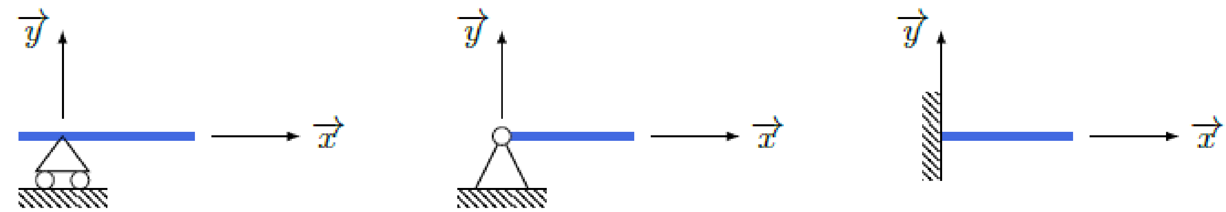
1.4 Liaisons

Pour un problème spatial, les liaisons réelles de la structure avec l'extérieur sont modélisées par les liaisons normalisées induites en mécanique du solide. Bien souvent, les configurations étudiées conduisent à un problème plan.

I.4.1. Appui simple : Il a une seule composante de réaction R_y dirigée dans la direction de l'axe y.

I.4.2. Articulation : Il admet deux composantes de réactions qui sont la réaction verticale R_y et la réaction horizontale R_x.

I.4.3. Encastrement : Trois composantes de réactions : la réaction verticale R_y ; horizontale R_x et le moment d'appui ou moment d'encastrement M.



Appui simple Articulation Encastrement

Figure 1.4. Liaisons

1.5 Principe général d'équilibre

En considérant un solide soumis à un système de forces extérieures modélisé par le torseur $\{\vec{R}_{ext}\}$. Ce solide est en équilibre si et seulement si :

$$\{\vec{R}_{ext}\} = 0 \Longrightarrow \left| \begin{array}{l} \vec{F}_{ext} = 0 \\ \vec{M}_{ext} = 0 \end{array} \right.$$

Où $\vec{F}_{ext}$ et $\vec{M}_{ext}$ représentent respectivement les vecteurs de forces et de moments extérieurs.

Les équations vectorielles ci-dessus permettent d'écrire donnent 6 équations scalaires en l'espace.

$$\Sigma F_x = 0\,; \quad \Sigma M/x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0\,; \quad \Sigma M/y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0\,; \quad \Sigma M/z = 0$$

Dans le cas particulier de forces situées dans un même plan, les équations d'équilibre se réduisent en trois :

— la somme des projections des forces sur un axe horizontal Ox du plan est nulle.

— la somme des projections des forces sur axe vertical Oy du plan est nulle.

— la somme des moments pris par rapport à un point quelconque du plan est nulle.

1.6 Principes de la coupe

La résistance d'un solide étant liée aux efforts de cohésion de la matière, on réalise des coupures afin de déterminer le torseur de ces efforts. Ainsi en réalisant une coupure fictive dans un solide soumis à des efforts externes, l'action globale de B sur C est remplacée par le torseur des efforts internes.

$$\{\vec{R}_{int}\} = \begin{vmatrix} \vec{F}_{int} \\ \vec{M}_{int} \end{vmatrix}$$

La partie *C* est en équilibre sous l'action des forces extérieures qui lui sont directement appliquées et des forces intérieures réparties sur la coupure.

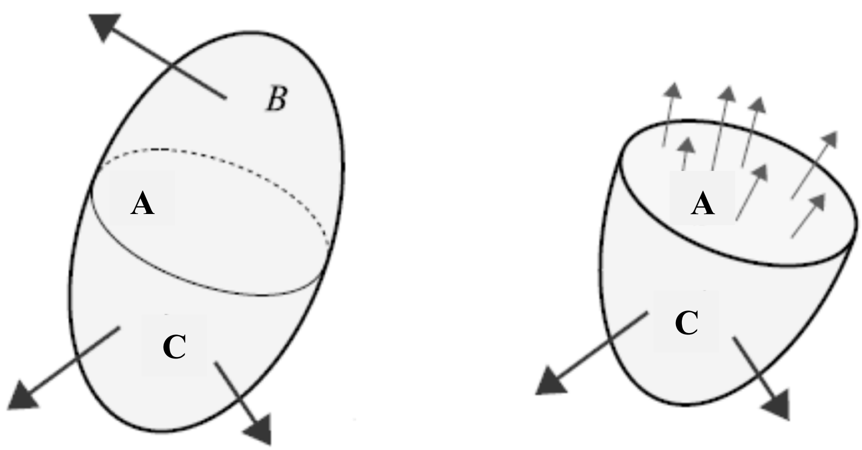


Figure 1.5. Principe de coupe

1.7 Définition des efforts et conventions de signes

1.7.1 Définition des efforts

Les efforts intérieurs en un point G de la ligne moyenne d'une poutre sont les composantes des éléments de réduction du torseur des efforts intérieurs qui prend la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_t \\ T_z & M_t \end{Bmatrix}$$

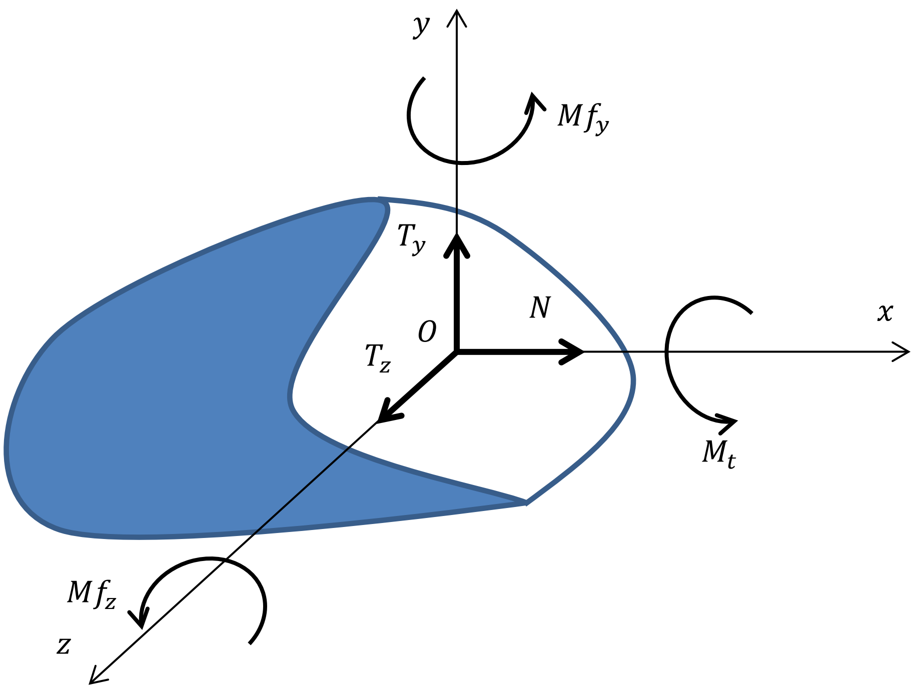


Figure 1.6. Efforts internes

Ces efforts intérieurs sont définis comme suit :

N est l'effort normal (dans la direction $\vec{x}$)

T_y est l'effort tranchant dans la direction $\vec{y}$

T_z est l'effort tranchant dans la direction $\vec{z}$

$\vec{T} \; = \; T_y\vec{y} \; + \; T_z\vec{z}$ est l'effort tranchant

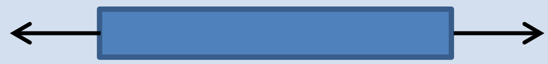
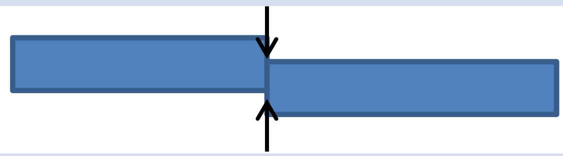
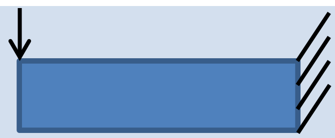
M_t est le moment de torsion (autour de l'axe $\vec{x}$)

Mf_y est le moment de flexion ou fléchissant (autour de l'axe $\vec{y}$)

Mf_z est le moment de flexion ou fléchissant (autour de l'axe $\vec{z}$)

$\overrightarrow{Mf} \; = \; Mf_y\vec{y} \; + \; Mf_z\vec{z}$ est le moment de flexion

Tableau 1.1. Schématisation de différents types de sollicitations

Torseur	Sollicitation	Schématisation
$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{N} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{Bmatrix}$	Traction	
$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{T_y} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{Bmatrix}$	Cisaillement	
$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M_t} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{Bmatrix}$	Torsion	
$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Mf_z} \end{Bmatrix}$	Flexion pure	
$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{T_y} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{Mf_z} \end{Bmatrix}$	Flexion simple	

1.7.2 Convention des signes

Considérons une poutre en équilibre statique. La convention des signes pour l'effort normal N, l'effort tranchant T et le moment de flexion M est illustrée sur la figure ci-dessous.

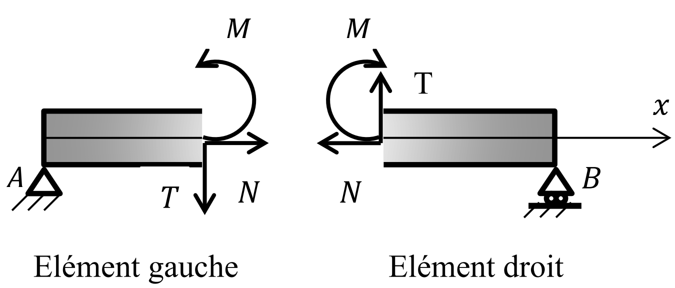


Figure 1.1. Convention de signes