

جامعة جيجل

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

مقياس: أساسيات بحوث العمليات

قسم العلوم المالية

د. سارة بوسعيد

المحاضرة الخامسة: البرمجة الخطية: طريقة السمبلكس

تناولنا في المحور السابق حل نموذج البرمجة الخطية بيانيا، وقلنا أن هذه الطريقة حل نموذج البرمجة الخطية بيانيا، وقلنا أن هذه الطريقة تستعمل فقط في الحالات التي تكون فيها المسألة تحتوي على متغيرين اثنين فقط، لكن في الحياة العملية تكون مسائل بأكثر من متغيرين في غالب الأحيان خاصة تلك البرامج المتعلقة بالعمليات الإنتاجية أين يكون عدد المتغيرات كبيرا جدا، لهذا فإن استعمال طريقة الرسم البياني للحل تكون غير ممكنة، وأمام هذه الصعوبة نلجأ عادة إلى استعمال طريقة السمبلكس لمعالجة المسائل من هذا النوع التي تكون في شكل جداول، إذ يتم الانتقال من جدول لآخر عن طريق عمليات حسابية إلى أن نصل إلى الجدول الأخير والذي يمثل الحل الأمثل.

أ- شروط الحل بطريقة السمبلكس:

هذه الطريقة تستخدم عندما يكون عدد المتغيرات إثنين أو أكثر، وتشتط هذه الطريقة على أن تكون جميع القيود من نوع أقل أو يساوي ($\leq$) والطرف الأيمن موجب.

- خطوات الحل:

- 1- تحول صيغة النموذج إلى الصيغة القياسية (تحول القيود إلى معادلات مع إضافة متغير الفرق S).
- 2- نصفر دالة الهدف.
- 3- نكون جدول أولي لدالة الهدف والقيود.
- 4- نستخرج المتغير (العمود) الداخل.
- 5- نستخرج المتغير الخارج (السطر).
- 6- إيجاد العنصر المشترك (المحوري - الارتكاز).
- 7- إيجاد الحل الأمثل.

مثال: باستخدام طريقة السمبلكس حل البرنامج الخطي التالي:

$$\text{MAX } Z = 10x_1 + 8x_2$$

$$\text{s/c } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 36 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 48 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1- الشكل القياسي:

$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 36$$

$$4x_1 + 2x_2 + s_2 = 48$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

2- تصفير دالة الهدف:

نضرب الدالة في (-1)

$$\text{MAX } Z = 10x_1 + 8x_2 + 0s_1 + 0s_2$$

$$\text{MAX } Z = -10x_1 - 8x_2 - 0s_1 - 0s_2 = 0$$

3- تكوين جدول أولي لدالة الهدف والقيود:

	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
s_1	2	4	1	0	36
s_2	4	2	0	1	48
Z	-10	-8	0	0	0

4- السطر (العمود) الداخل (المحوري): هو الذي يقابل أكبر قيمة بالسالب في دالة الهدف (x_2).

5- المتغير (السطر) الخارج: نقسم b_i على العدد المقابل لها من العمود المحوري والسطر الذي يعطينا أقل

قيمة هو السطر المحوري (السطر الخارج).

نلاحظ أن السطر الثاني أعطانا قيمة أقل، ومنه يكون هو السطر المحوري أي

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{السطر 1: } 18 = \frac{36}{2} \\ \text{السطر 2: } 12 = \frac{48}{4} \end{array} \right.$$

السطر الخارج.

6- إيجاد العنصر المشترك: هو العنصر الذي يتقاطع فيه العمود الداخل (المحوري) مع السطر الخارج (المحوري) هو 4.

الجدول رقم 2:

	X_1	X_2	S_1	S_2	b_i
S_1	0	3	1	-0.05	12
X_1	1	0.5	0	0.25	12
Z	0	-3	0	2.5	120

السطر الخارج هو S_2 نعوضه بالداخل X_1

السطر الخارج (المحوري) نقسم جميع العناصر على 4 (العنصر المحوري).

- السطر الأول: (S_1): نأخذ الرقم الذي ينتمي للعمود المحور مضروب في (-1) أي (-2) بعد تجري

2	4	1	0	36	العملية التالية: نكتب السطر كما هو (السطر القديم) ثم
-2	-1	0	-0.05	-24	نضرب (-2) في السطر المحور (X_1) ثم نجمع السطرين
0	3	1	-0.05	12	فنحصل:

- سطر دالة الهدف: الرقم الذي ينتمي للعمود المحوري هو (-10) نضربه في (-1) يصبح (10)

10-	8-	0	0	0	بعدما تجري العملية التالية السطر كما هو أي القديم ثم نضرب
10	5	0	2.5	120	10 في السطر المحوري (X_1) ثم نجمع الحاصل
0	3-	0	2.5	120	

نتوقف لما يكون سطر دالة الهدف أصفار أو موجبة (حالة MAX) $0 \leq$

نتوقف لما يكون سطر دالة الهدف أصفار أو سالبة (حالة MIN) $0 \geq$

بما أن الشرط غير محقق نكمل الحل بإعداد جدول ثالث كما في الجدول السابق.

الجدول الثالث:

- نحدد العمود الداخل هو X_2 يقابل (-3) لأنه العدد السالب الوحيد، لأننا في حالة تعظيم نحاول أن جعل جميع معاملات دالة الهدف موجبة أو معدومة.

نقسم

$$\left\{ \begin{array}{l} b_i \text{ على عناصر العمود الداخل : } 4 = \frac{12}{3} \\ 24 = \frac{12}{0.54} \end{array} \right.$$

ومنه الجدول 3 يكون كما يلي:

	X_1	X_2	S_1	S_2	b_i
X_2	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{-0.05}{3}$	4
X_1	1	0	-0.165	0.2580	10
Z	0	0	0.99	2.45	132

1	0.5	0	0.25	12
0	-0.5	-0.165	0.0083	-2
1	0	-0.165	0.2583	10
0	-3	0	2.5	120
0	3	0.99	-0.0498	12
0	0	0.99	+2.45	132

السطر X_2 : نقسم السطر S_1 على 3

السطر X_1 : نكتب السطر كما هو (القديم)

نأخذ الرقم الذي ينتمي للعمود المحوري (-0.5) في السطر X_2

سطر دالة الهدف:

السطر السابق

الرقم الذي ينتمي للعمود المحور $(-3) \times 1 -$

3 في السطر X_2

ومنه الجدول 3 هو الجدول الأخير لأن جميع معاملات دالة الهدف معدومة أو موجبة ومنه الحل الأمثل هو $x_1=10, X_2=4$

$$Z = 132$$

$$\text{MAX } Z = 10(10) + 8(4)$$

$$= 100 + 32 = 132$$

التأكد:

ملاحظة: يمكن استخدام القانون التالي في حساب كل عنصر داخل الجدول.

النموذج الثالث:

$$\text{MAX } Z = 30x_1 + 18x_2$$

$$s/c \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 200 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 300 \\ x_1 \leq 150 \end{cases}$$

الشكل القياسي:

$$s/c \begin{cases} x_1 + 2x_2 + s_1 = 200 \\ 3x_1 + 2x_2 + s_2 = 300 \\ x_1 + s_3 = 150 \end{cases}$$

- تصفير دالة الهدف:

$$\text{MAX } Z = -30x_1 - 18x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 0$$

- تكوين جدول أولي:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b_i
s_1	1	2	1	0	0	200
s_2	3	2	0	1	0	300
s_3	1	0	0	0	1	150
Z	-30	-18	0	0	0	0

- العمود الداخل: هو x_1 يقابل أكبر قيمة (30) بالسالب.

- السطر الخارج: $100 = \frac{300}{3}$ $200 = \frac{200}{1}$ $150 = \frac{150}{1}$

- السطر S_2 هو الخارج يقابل أقل قيمة 100

- العنصر المشترك هو 3.

- الجدول رقم 2:

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
S_1	0	$\frac{4}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	0	+100
X_1	1	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	100
S_3	0	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	1	50
Z	0	2	0	10	0	3000

نقسم السطر S_2 على العنصر المشترك 3.

السطر S_1 : كما هو

نضرب السطر (X_1) في (-1)

العنصر الذي ينتمي للعمود المحوري

1	2	1	0	0	200
-1	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0	-100
0	$\frac{4}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	0	نجمع +100

السطر S_3 كما هو.

نضرب السطر (X_1) في (-1)

العنصر الذي ينتمي للعمود المحوري

1	0	0	0	1	150
-1	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0	-100
0	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	1	50

السطر Z كما هو.

نضرب السطر (X_1) في (30)

العنصر الذي ينتمي للعمود المحوري

-30	-18	0	0	0	0
30	20	0	10	0	3000
0	2	0	10	0	3000

ومنه الجدول رقم 02 هو الجدول الأخير لأن جميع معاملات دالة الهدف معدومة أو موجبة، ومنه

الحل الأمثل هو:

$$X_1 = 100$$

$$X_2 = 0$$

$$Z = 3000$$

$$\text{MAX } Z = 30(100) + 0(18)$$

التأكد:

$$Z = 3000$$