

جامعة محمد الصديق بن يحيى – جيجل



كلية العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم المالية والمحاسبة

مقياس الإحصاء 04

أستاذ المقياس: الدكتور رشيد علاب

السداسي الرابع

2026-2025

المحاضرة الثالثة:

اختبار الفرضيات

ملخص

محتوى المحاضرة:

- 1- مقدمة
- 2- مصطلحات ورموز
- 3- اختبار الفرضيات الخاصة بالمتوسط
- 4- اختبار الفرضيات الخاصة بالنسبة
- 5- اختبار الفرضيات الخاصة بالفرق بين متوسطين
- 6- اختبار الفرضيات الخاصة بالفرق بين نسبتي
- 7- اختبار الفرضيات الخاصة بالتباين

1- مقدمة

يرتبط الاستدلال الإحصائي بالتعامل مع المجاهيل، ومن ثم لا يمكن الجزم أبداً بان النتائج المحصلة صحيحة تماماً. عندما توجد فرضية قائمة على ادعاء فإن القرار النهائي يكون أما قبول الفرضية أو رفضها. وبحكم احتواء عملية اختبار الفرضيات على فرضيتان شاملتان ومتضادتان (فرضية العدم والفرضية البديلة) لذا فإن القرار المتعلق بإحداها يمثل القرار المعاكس للفرضية الأخرى. فقبول فرضية العدم يعني رفض الفرضية البديلة، والعكس صحيح.

2- رموز

- μ : متوسط المجتمع
- $\bar{x}$: متوسط العينة
- σ : الانحراف المعياري للمجتمع
- s : الانحراف المعياري للعينة
- n : حجم العينة
- p : نسبة المجتمع
- $\hat{p}$: نسبة العينة

3- مفاهيم

الفرضية الصفريّة: (H_0) لا يوجد تأثير

الفرضية البديلة: (H_1) يوجد تأثير

مستوى الدلالة: (α) احتمال الخطأ - عادة 0.05

4- خطوات اختبار الفرضيات

الخطوات الستة لعملية اختبار الفروض:

الخطوة الأولى:	تحديد فرضية العدم H_0 وفرضية البديل H_1 .
الخطوة الثانية :	اختيار المستوى المعنوي المناسب للاختبار، وهو احتمال رفض H_0 عندما يكون صحيحاً.
الخطوة الثالثة:	حساب احصاء الاختبار المناسبة للاختبار، سواء كان اختبار t أو التوزيع الطبيعي أو أي اختبار آخر .
الخطوة الرابعة:	تحديد المنطقة الحرجة، (القيمة الجدولية) إما من التوزيع الطبيعي أو توزيع t حسب مستوى المعنوية ودرجات الحرية .
الخطوة الخامسة :	تحديد القيمة الحرجة
الخطوة السادسة:	تقدير رفض أو قبول فرض العدم H_0 ، فإذا كان المقياس الاحصائي المحسوب (القيمة المحتسبة) يقع في المنطقة الحرجة يرفض الفرض H_0 ، أما إذا وقع خارج تلك المنطقة فإنه لا يمكن رفض الفرض H_0 بناء على بيانات العينة المدروسة .

5- اختبار الفرضيات حول المتوسط:

يستخدم اختبار الفرضيات الخاصة بالمتوسط عندما نريد التحقق مما إذا كان متوسط المجتمع (μ) يساوي قيمة معينة أو يختلف عنها، اعتماداً على بيانات عينة.

الفكرة الأساسية:

نقارن بين:

- متوسط العينة $\bar{X}$
- ومتوسط مفترض للمجتمع μ

ثم نحدد هل الفرق بينهما:

- حقيقي (معنوي)
- أم مجرد صدفة إحصائية

5-1 أنواع الاختبارات:

- اختبار ذو اتجاه واحد يميناً/ يساراً: (One-Tailed Test)

يستخدم عندما يكون لدينا اتجاه محدد للفرضية البديلة.

وله نوعان:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array} \right. \text{ اختبار ذو اتجاه واحد جهة اليسار: } \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array} \right. \text{ اختبار ذو اتجاه واحد جهة اليمين:}$$

- اختبار ذو اتجاهين (Two-Tailed Test)

يستخدم عندما نريد معرفة هل المتوسط مختلف فقط -أكبر أو أصغر-
 $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{array} \right.$

5-2: اختبار الفرضيات في حالة: مجتمع طبيعي تباين معلوم

الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_0$

قاعدة اتخاذ القرار	احصاء الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ أو $Z_{Cal} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} > Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu > \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu < \mu_0$
القيم الحرجة الشائعة لـ Z :		

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$	Z_{α}	α
2.576	2.326	0.01
1.96	1.645	0.05
1.645	1.282	0.1

أو

مستوى الدلالة (α)	اتجاه واحد - يميني -	اتجاه واحد - يساري -	اتجاهين
0.10	1.28	-1.28	± 1.645
0.05	1.645	-1.645	± 1.96
0.01	2.33	-2.33	± 2.576

مثال: اختبار ذو اتجاه واحد من اليمين:

مصنع يدعي أن متوسط وزن المنتج أكبر من 500 غرام، إليك المعطيات التالية

520	$\bar{X}$
40	σ
64	n
0.05	α

تأكد من صحة الادعاء

الإجابة: 6 خطوات

■ الخطوة 1: صياغة الفرضيات
 $\begin{cases} H_0 : \mu = 500 \\ H_1 : \mu > 500 \end{cases}$

■ الخطوة 2: مستوى الدلالة 5% أي $\alpha = 0.05$

■ الخطوة 3: اختيار نوع الاختبار: يستخدم اختبار ذو اتجاه واحد جهة اليمين بالاعتماد على القانون الطبيعي

■ الخطوة 4: حساب احصاء الاختبار:

$$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{520 - 500}{\frac{40}{\sqrt{64}}} = 4$$

■ الخطوة 5: القيمة الحرجة عند 0.05: (اختبار ذو اتجاه واحد): $Z = 1.645$

■ الخطوة 6: اتخاذ القرار: بما أن $Z_{Cal} > Z_{\alpha}$ فإننا نقبل الفرضية البديلة H_1 ونؤكد صحة الادعاء

2-3: مجتمع مجهول عينة كبيرة $n > 30$ ، تباين مجهول

الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_0$

قاعدة اتخاذ القرار	احصاء الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ أو $Z_{Cal} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} > Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu > \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu < \mu_0$
حيث $S' = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$		

مثال:

2-3: مجتمع مجهول عينة صغيرة $n < 30$ ، تباين مجهول

الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_0$

قاعدة اتخاذ القرار	احصاء الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} < -T_{(1-\alpha, n-1)}$ أو $T_{Cal} > T_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} > T_{(\alpha, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu > \mu_0$
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} < -T_{(\alpha, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S'}{\sqrt{n}}}$	$H_1 : \mu < \mu_0$

مثال

4- اختبار الفرضيات حول النسبة:

الفرضية الصفرية $H_0 : p = p_0$

قاعدة اتخاذ القرار	احصاء الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض H_0 إذا كان: $\begin{cases} Z_{Cal} > Z_{\frac{\alpha}{2}} \\ Z_{Cal} < -Z_{\frac{\alpha}{2}} \end{cases}$	$Z_{Cal} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$H_1 : p \neq p_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} > Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$H_1 : p > p_0$
نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\alpha}$	$Z_{Cal} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$H_1 : p < p_0$

مثال

5- اختبار الفرضيات حول الفرق بين متوسطين: (تباينين معلومين)

الفرضية الإحصائية	احصاء الاختبار	قاعدة اتخاذ القرار
$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 & Or & \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$	$Z_{Cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ أو } Z_{Cal} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 & Or & \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$	$Z_{Cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} > Z_{\alpha}$
$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0 & Or & \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$	$Z_{Cal} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	نرفض H_0 إذا كان: $Z_{Cal} < -Z_{\alpha}$

مثال

6- اختبار الفرضيات حول الفرق بين متوسطين: (تباينين مجهولين)

قاعدة اتخاذ القرار	احصاء الاختبار	الفرضية الإحصائية
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} < -T_{(1-\alpha, n-1)}$ أو $T_{Cal} > T_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1'^2}{n_1} + \frac{S_2'^2}{n_2}}}$	$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 & Or & \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} > T_{(\alpha, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1'^2}{n_1} + \frac{S_2'^2}{n_2}}}$	$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0 & Or & \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$
نرفض H_0 إذا كان: $T_{Cal} < -T_{(\alpha, n-1)}$	$T_{Cal} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1'^2}{n_1} + \frac{S_2'^2}{n_2}}}$	$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 & Or & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0 & Or & \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$

مثال: