

# Chapitre 1: Optimisation dans les graphes

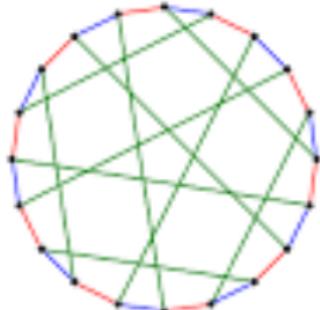
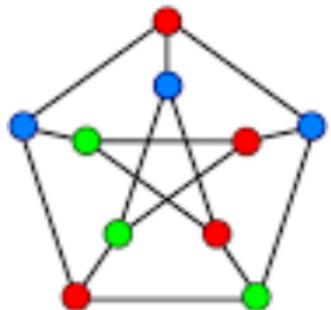
## Les graphes

### **TRAVAIL PRATIQUE N1**

2 octobre 2025

# Coloration d'un graphe

- **Une coloration d'un graphe** consiste en l'attribution de couleurs aux sommets (arêtes), de telle sorte que deux sommets adjacents (arêtes adjacentes) n'auront jamais la même couleur.



- Si le graphe est coloré en  $k$  couleurs, on dit qu'on a une  **$k$ -coloration** du graphe.
- Un graphe d'ordre  $n$  (de taille  $m$ ) peut toujours être coloré en utilisant  $n(m)$  couleurs. Cependant, on utilise systématiquement le nombre minimum de couleurs : on recherche toujours **la coloration minimale**.

# Coloration d'un graphe

- Le nombre minimum de couleurs nécessaires à la coloration des sommets d'un graphe  $G$ , noté  $\chi(G)$ , est appelée **Le nombre chromatique de  $G$** .
- Le nombre minimum de couleurs nécessaires à la coloration des arêtes d'un graphe  $G$  noté  $\chi'(G)$ , est appelée **L'indice chromatique de  $G$** .
- La coloration d'un graphe quand l'ordre (la taille) est petit ( $e$ ) est assez aisée, mais le problème se complique dès lors que le nombre de sommets (arêtes) augmente.

# Coloration d'un graphe

## Coloration des sommets

### Propriétés

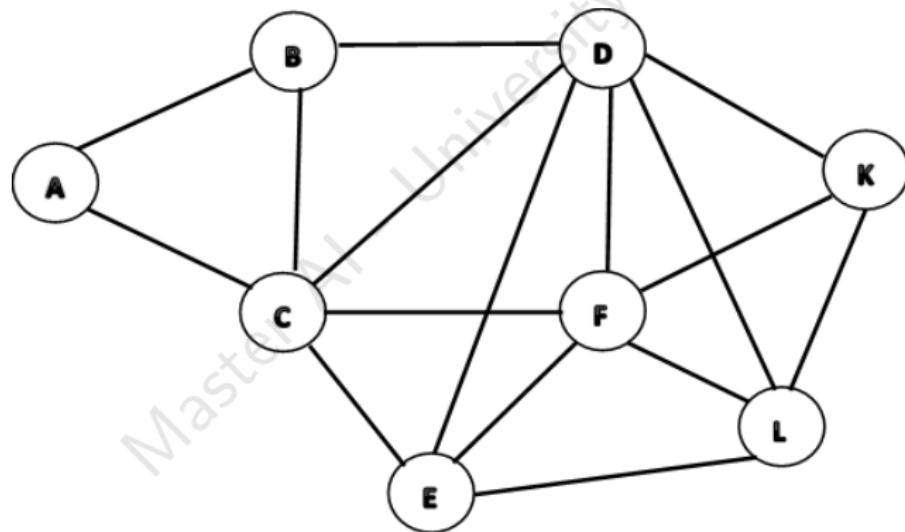
Soit  $G=(S, A)$  un graphe d'ordre  $n$ .

- $\chi(G) = n$  si  $G$  est un graphe complet.
- $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ , où  $\Delta(G)$  est le plus grand degré des sommets de  $G$ .
- $\chi(G) \geq \omega(G)$ , où  $\omega(G)$  est le cardinal de la clique maximum de  $G$ .

# Coloration d'un graphe

## Coloration des sommets

**Exemple :** Déterminez une **K-coloration minimale** des sommets du graphe G suivant :



# TRAVAIL PRATIQUE N1

On considère le cas des graphes **simples non orientés (non valués)**.  
Développer une application qui permet :

- ▶ De créer un graphe
- ▶ D'afficher un graphe
- ▶ De calculer le **centre** d'un graphe
- ▶ De tester si un graphe est un **arbre** ou une **forêt**
- ▶ De déterminer une **K-coloration minimale** des **sommets** d'un graphe en utilisant l'algorithme **RLF (Recursive Largest First)**
- ▶ De déterminer une **K-coloration minimale** des **arêtes** d'un graphe
- ▶ De déterminer la (les) **clique(s) maximum(s)** d'un graphe