

Chapitre 1: Optimisation dans les graphes

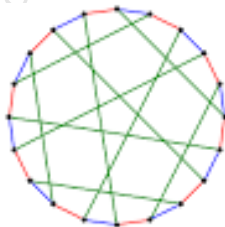
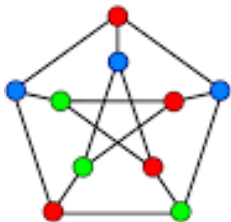
Les graphes

TRAVAIL PRATIQUE N1

2 octobre 2025

Coloration d'un graphe

- Une **coloration d'un graphe** consiste en l'attribution de couleurs aux sommets (arêtes), de telle sorte que deux sommets adjacents (arêtes adjacentes) n'aient jamais la même couleur.



- Si le graphe est coloré en k couleurs, on dit qu'on a une **k-coloration** du graphe.
- Un graphe d'ordre n (de taille m) peut toujours être coloré en utilisant $n(m)$ couleurs. Cependant, on utilise systématiquement le nombre minimum de couleurs : on recherche toujours **la coloration minimale**.

- Le nombre minimum de couleurs nécessaires à la coloration des sommets d'un graphe G , noté $\chi(G)$, est appelée **Le nombre chromatique de G** .
- Le nombre minimum de couleurs nécessaires à la coloration des arêtes d'un graphe G noté $\chi'(G)$, est appelée **L'indice chromatique de G** .
- La coloration d'un graphe quand l'ordre (la taille) est petit (n) est assez aisée, mais le problème se complique dès lors que le nombre de sommets (arêtes) augmente.

Coloration d'un graphe

Coloration des sommets

Propriétés

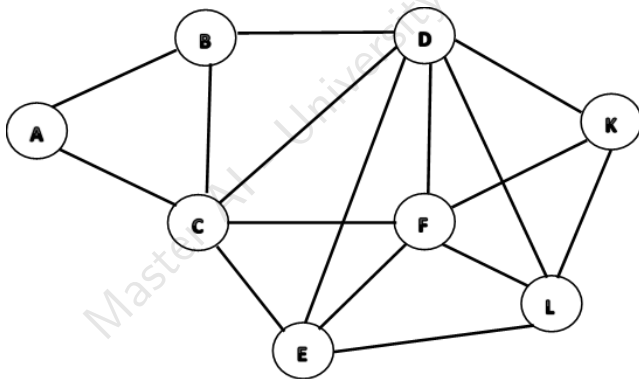
Soit $G=(S, A)$ un graphe d'ordre n .

- $\chi(G) = n$ si G est un graphe complet.
- $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$, où $\Delta(G)$ est le plus grand degré des sommets de G .
- $\chi(G) \geq \omega(G)$, où $\omega(G)$ est le cardinal de la clique maximum de G .

Coloration d'un graphe

Coloration des sommets

Exemple : Déterminez une **K-coloration minimale** des sommets du graphe G suivant :



TRAVAIL PRATIQUE N1

On considère le cas des graphes **simples non orientés (non valués)**.
Développer une application qui permet :

- ▶ De créer un graphe
- ▶ D'afficher un graphe
- ▶ De calculer le **centre** d'un graphe
- ▶ De tester si un graphe est un **arbre** ou une **forêt**
- ▶ De déterminer une **K-coloration minimale** des **sommets** d'un graphe en utilisant l'algorithme **RLF (Recursive Largest First)**
- ▶ De déterminer une **K-coloration minimale** des **arêtes** d'un graphe
- ▶ De déterminer la (les) **clique(s) maximum(s)** d'un graphe