

Série de TD N°1

2025-2026

Exercice n°1.

Pour les ensembles suivants :

$$A =]-3, 4[, \quad B = \left\{ \frac{2n+3}{n+1}, n \in \mathbb{N}^* \right\};$$
$$C = \{x \in \mathbb{R}, x^3 > 27\}, \quad D = \{1 - 4n, n \in \mathbb{N}\}$$

- 1) les ensembles sont-ils majorés ? minorés ?
- 2) Existe-il : le max, le sup, le min, l'inf ?

Exercice n°2.

Soit A un ensemble défini par :

$$A = \left\{ 1 + \frac{3}{n+2}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

1. Démontrer que A est borné.
2. Déterminer le majorant et le minorant s'ils existent.
3. Déterminer $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ s'ils existent, en justifiant votre réponse.

Exercice n°3.

Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $\alpha \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{R}$. Montrer les formules suivantes :

$$1) E(\alpha) + E(-\alpha) = 0, \quad 2) E(x+n) = E(x) + n, \quad 3) nE(x) \leq E(nx).$$

Donnez la partie entière des nombres suivants :

$$-2, 9; \quad 3, 98; \quad 10, 35; \quad -8, 2.$$

Exercice n°4.

Soient $x, y \in \mathbb{R}$. Montrer les inégalités suivantes :

$$1. \forall x \in \mathbb{R} : |x| > 0 \text{ avec } |x| = 0 \iff x = 0.$$

2. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall \alpha \geq 0, |x| \leq \alpha \iff -\alpha \leq x \leq \alpha.$
3. $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x - y| = |y - x|.$
4. $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|.$

Exercice n°5. Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$\frac{3+6i}{3-4i}; \quad \frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}; \quad \frac{2+5i}{1-i} + \frac{2-5i}{1+i}.$$

Exercice n°6. On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = 1 + i, \quad z_3 = \frac{z_1}{z_2}.$$

1. Écrire z_3 sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
2. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}, \sin \frac{\pi}{12}.$
3. Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
4. Calculer la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe :

$$z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^{125}.$$

Résponsable du module
Dr.HARROUCHE Nesrine