

12 octobre 2025

Biophysique de la circulation

①

Mécanique des Fluides

① Introduction:

- Les Fluides jouent un rôle important dans la vie quotidienne et dans les études scientifiques. Par exemple, dans les plantes, le transport des minéraux se fait par l'eau (01 fluide) et dans le corps humain par le sang.
- Les Fluides contrairement aux solides, sont facilement déformables, ils prennent la forme du récipient qui les contient et ils peuvent s'écouler.
- on distingue 02 catégories: Les liquides et les gaz

Fluide déformable

Liquide

- état condensé, peu compressible

Gaz

- Etat dispersé, compressible.

* Fluide réel: مائع حقيقي

- * L'écoulement d'un fluide réel est soumis à des frottements internes $\Rightarrow$ viscosité اللزوجة (forces de Van der Waals, interactions moléculaires)

* Fluide Parfait: مائع مثالي

- L'écoulement d'un fluide parfait se fait sans frottements (les forces entre les molécules sont nulles).

② Statique d'un fluide parfait:

- Contrairement à la mécanique classique, on utilise la notion de la force $\vec{F}$ et la masse m pour décrire le mouvement des particules.

Dans l'étude de l'écoulement et statique des fluides, la force est remplacée par la pression P (الضغط) et la masse par la masse volumique ρ (الكثافة الحجمية)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Fluide	Masse volumique ρ (Kg/m ³)
H ₂	0,0899
He	0,178
O ₂	1,43
Air	1,29
Eau	1000
Mercur	13600
Sang	1059,5

Notion de Pression:

- La pression peut être définie comme une force sur une surface unitaire telle que la force agit verticalement sur la surface.

$$P = \frac{F}{S}$$

L'unité Pascal

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ Kg}}{1 \text{ m s}^2}$$

Autres unités:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \text{ (utilisé en météorologie)}$$

$$1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

* Deux autres unités sont utilisées en médecine

- Le centimètre d'eau:

$$1 \text{ cm H}_2\text{O} = 0,98 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

(Pour la mesure de la pression veineuse faible)

- Le millimètre de mercure:

$$1 \text{ mm Hg} = 133,3 \text{ Pa}$$

(Pour la mesure de la pression artérielle importante)

$$1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mm Hg} = 1033 \text{ cm H}_2\text{O} = 1,013 \text{ bar}$$

Statique d'un fluide

Lois DE PASCAL

Dans cette partie, on va étudier les lois physiques auxquelles obéissent les

liquides immobiles.

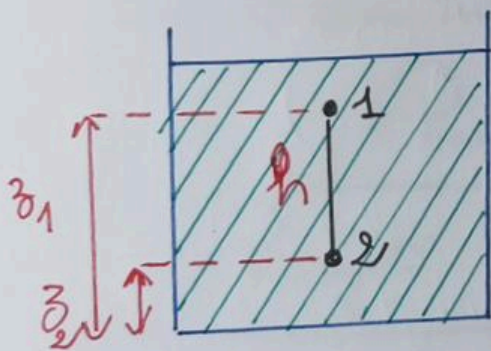
On suppose que le liquide est incompressible et isotherme $\Rightarrow$ la masse volumique est uniforme dans l'espace et dans le temps.

- Les lois physiques de la statique des Fluides, dues à B. Pascal, peuvent être résumées par la formule suivante qui exprime la condition nécessaire et suffisante de l'équilibre d'un fluide immobile.

$$P + \rho g z = \text{cte}$$

Loi de Pascal

P : Pression; ρ : masse volumique du liquide
 g : l'intensité de la pesanteur
 z : hauteur ou altitude, selon une direction verticale, orientée positivement vers le haut.



$$P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2$$
$$\Rightarrow P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$$

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

$$\text{avec } h = z_1 - z_2$$

Remarques:

- * $P_2 > P_1$
- * la pression est $\propto$ avec la profondeur h .
- * La pression est la même pour tous les points situés à la même altitude, quelque soit la forme du récipient.

- Quelques pressions physiologiques

* Pression artérielle

- la pression artérielle varie périodiquement à chaque pulsation cardiaque. Elle doit se mesurer sur le malade couché (pourquoi?).

Si on la mesure sur un sujet debout ou assis, il faut la mesurer à hauteur du cœur (pourquoi?)

* Pression systolique: الضغط الانقباضي

La valeur maximale dite pression systolique, vaut pour un adulte normal: 130 mm Hg (17 kPa)

* Pression diastolique: الضغط الانقباضي

La valeur minimale dite pression diastolique vaut environ 80 mm Hg (10 kPa).

* Pression artérielle moyenne

La Pression artérielle moyenne

$$P_{\text{moy}} = (P_{\text{sys}} + 2 P_{\text{dia}}) / 3$$

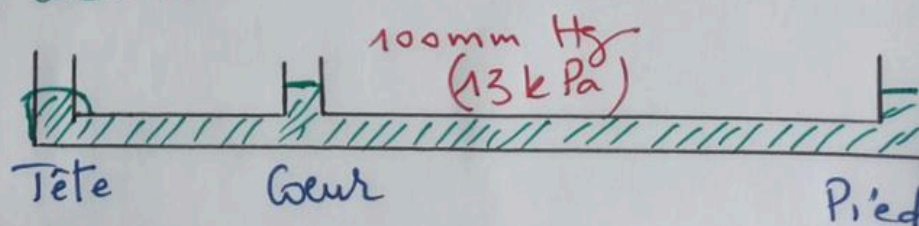
$$P_{\text{moy}} \approx 100 \text{ mm Hg} \quad (13 \text{ kPa})$$

* Variation des Pressions Circulatoires selon la posture:

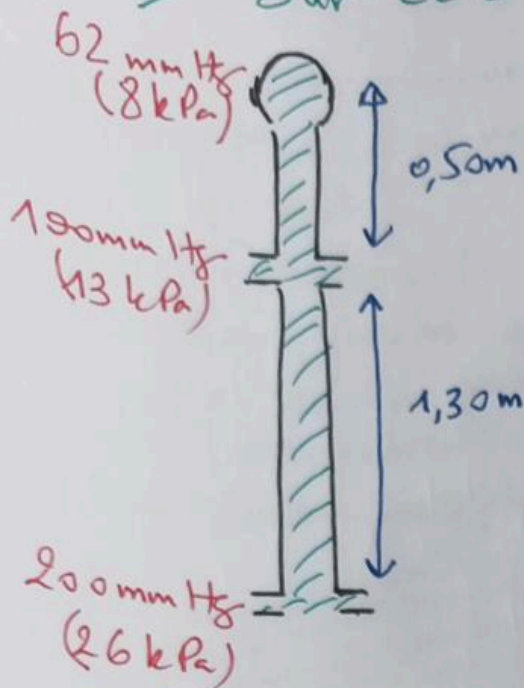
Approximation: masse sanguine immobile

⇒ Sur le sujet couché:

* la pression artérielle vaut en tout point 13 kPa .

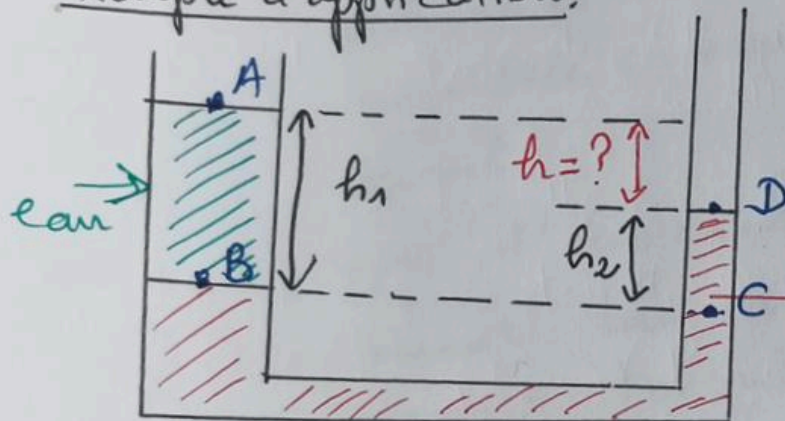


⇒ Sur le sujet vertical



* Pour être reproductible et comparable d'un sujet à 1 autre, la pression artérielle doit être mesurée sur un malade couché.

exemple d'application:



- 1 litre de mercure
- 2 litres d'eau
Calculer h, la différence d'hauteur entre les 2 surfaces libres (eau et mercure).

- on donne le diamètre du récipient de l'eau

$$D_1 = 100 \text{ mm}$$

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3 ; \rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

Solution:

- on a: $P_B = P_A + \rho_{H_2O} g h_1$

② — $P_C = P_D + \rho_{Hg} g h_2$

$P_B = P_C$ (boursoir ?)

$$\Rightarrow P_A + \rho_{H_2O} g h_1 = P_D + \rho_{Hg} g h_2$$

$P_A = P_D = P_0$ (la pression atmosphérique)

$$\Rightarrow \rho_{H_2O} h_1 = \rho_{Hg} h_2$$

$$h = h_1 - h_2$$

$$h = h_1 \left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}} \right)$$

$$V_1 = S_1 h_1 \text{ avec}$$

$$S_1 = \pi R_1^2$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_1}{S_1} \left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{Hg}} \right)$$

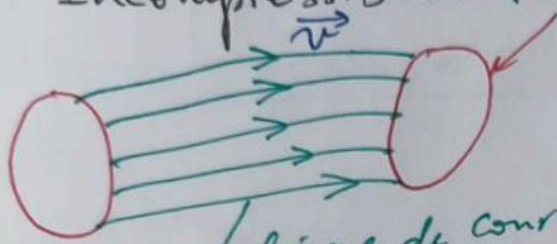
A.N

$$h = 0,23 \text{ m}$$

Dynamique des Fluides Parfaits:

L'étude du mouvement des Fluides réels est très complexe, nous allons donc nous concentrer sur le fluide idéal (Parfait).

- Sans viscosité (aucune interaction entre les molécules)
- Sans perte d'énergie.
- Toutes les molécules se déplacent avec la même vitesse (écoulement stationnaire).
- Incompressible: masse volumique ρ constante.



Tube de courant: ensemble des lignes de courant.

ligne de courant: la vitesse du fluide est tangentielle en chaque point de la ligne de courant.

on a 2 types d'écoulement:

① Ecoulement laminaire.

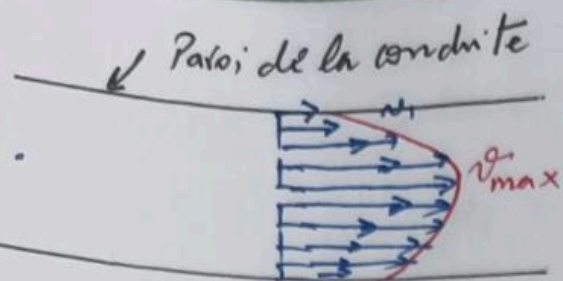
② Ecoulement turbulent.

أنسياب طبقي

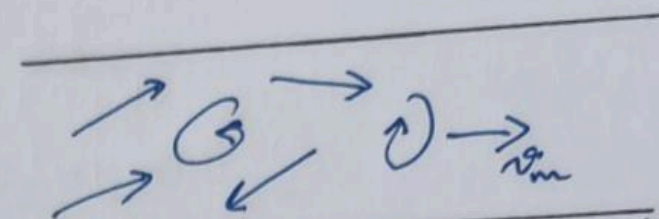
أنسياب مضطرب

Dans un écoulement laminaire chaque particule du fluide suit avec chemin régulier qu'elle croise pas les chemins des autres particules et la vitesse en chaque point du fluide reste constante dans le temps (vitesse d'écoulement faible).

Pour l'écoulement turbulent (vitesse d'écoulement élevée), les molécules ont des vitesses différentes, se déplacent dans toutes les directions et les lignes de courant se croisent.



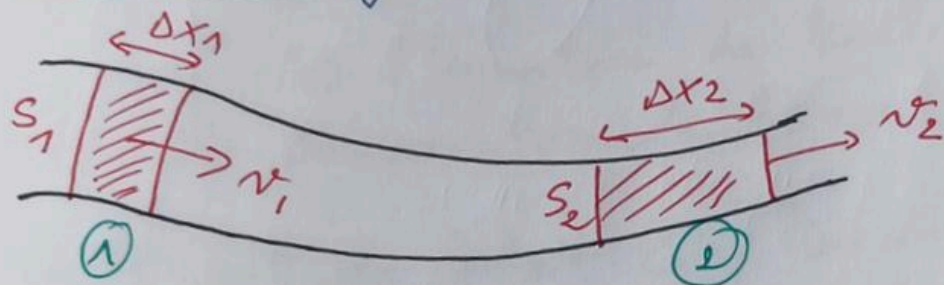
Ecoulement laminaire



Ecoulement turbulent

- Equation de continuité (Conservation de masse):

Le liquide étant incompressible, la quantité qui pénètre dans un volume donné est à tout instant strictement égale à celle qui en sort.



S : surface de section
 v : vitesse moyenne du fluide au point considéré

A l'entrée:

Dans un intervalle de temps Δt , le fluide s'écoule sur une distance Δx_1 .

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t. \text{ —————*}$$

la quantité de matière qui traverse la zone ① pendant Δt est:

$$\Delta m_1 = \rho V_1 = \rho S_1 \Delta x_1 \text{ ————— ①}$$

la quantité du fluide qui sort à travers la zone ② est:

$$\Delta m_2 = \rho V_2 = \rho S_2 \Delta x_2 \text{ ————— ②}$$

La masse est conservée $\Rightarrow \Delta m_1 = \Delta m_2$

$$\rho S_1 \Delta x_1 = \rho S_2 \Delta x_2$$

$$\rho S_1 v_1 \Delta t = \rho S_2 v_2 \Delta t$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1 S_1 = v_2 S_2 = \text{cte}}$$

" Pour un fluide incompressible circulant dans un tuyau de diamètre, le produit vS est constant, tout au long du tuyau "

$$vS = \text{cte.}$$

↙ c'est l'équation de continuité qui exprime la conservation de la matière.

* Coefficient de débit Q (volume, des)

$$Q = vS$$

$$Q = \frac{dV}{dt}$$

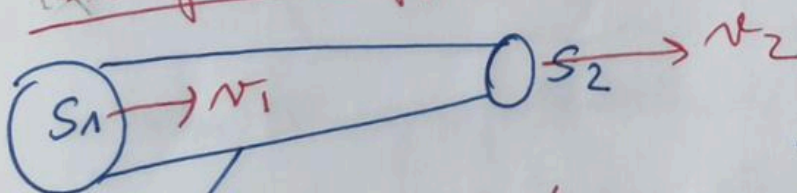
$$\left. \begin{array}{l} Q = vS \\ Q = \frac{dV}{dt} \end{array} \right\} [Q] = \text{m}^3/\text{s} \text{ unité.}$$

↓ quantité du fluide qui s'écoule à travers S pendant l'intervalle de temps dt .

Remarque:

Si la section de la conduite diminue $\Rightarrow$ la vitesse d'écoulement augmente pour maintenir un débit constant.

exemple d'application:



exprimer v_2 en fonction de v_1, S_1 .

$$S_2 = \frac{S_1}{3}$$

Canalisation présentant un rétrécissement. (a)

- l'équation de continuité (conservation de la matière)

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}$$

$v_2 = 3 v_1$ la vitesse augmente $S \downarrow v \uparrow$.

* Théorème de Bernoulli: (Fluide Parfait)

Hypothèse 1: Mouvement (écoulement) viscosité = 0

Permanent $\Rightarrow$ un débit constant dans le temps.

Hypothèse 2: Fluide Parfait $\Rightarrow$ sans frottements
 $\Rightarrow$ pas de viscosité.

Conséquence 1: Le régime d'écoulement est laminaire (silencieux) $\Rightarrow$ pas de tourbillons

Conséquence 2: L'énergie totale d'une quantité donnée est constante tout au long du tube et dans le temps.

u Dans un fluide incompressible parfait, c'est à dire sans frottement, en mouvement permanent, la charge est constante tout au long de la conduite "

charge $\rightarrow \left\{ P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = cte \right\}$

ou bien: Énergie potentielle de pression + Énergie potentielle de pesanteur + Énergie cinétique = cte

$$P.V + mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \text{cte}$$

$$P\cancel{V} + \rho\cancel{V}gh + \frac{1}{2}\rho\cancel{V}v^2 = \text{cte}$$

$$\Rightarrow \left(P + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cte} \right)$$

P : Pression statique

ρ : masse volumique

v : vitesse d'écoulement

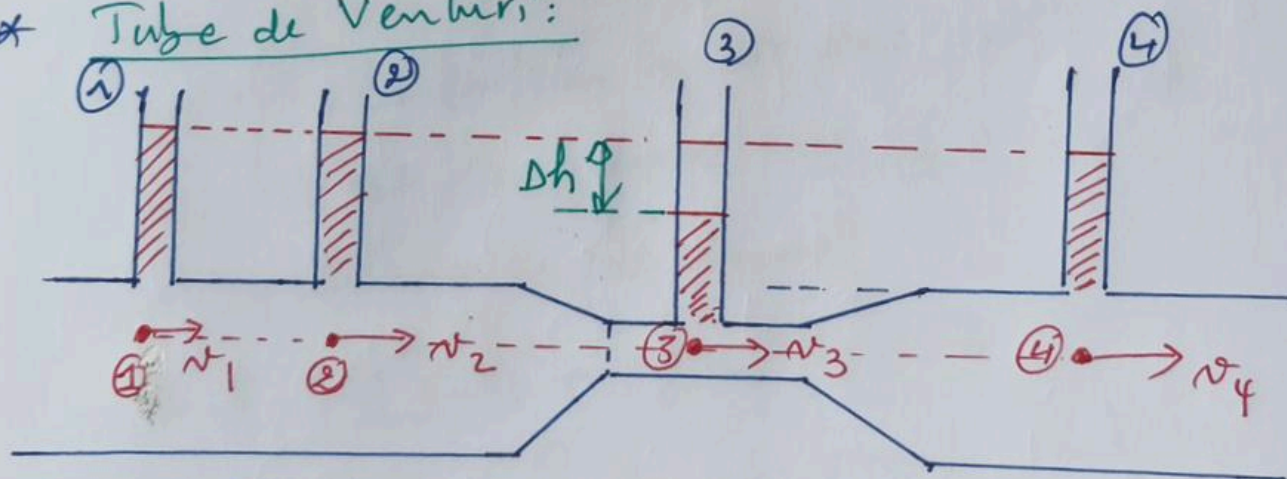
g : intensité de la pesanteur

$z(h)$: hauteur du point au sein du fluide.

Conséquences:

* Si $v=0 \Rightarrow P + \rho g z = \text{cte}$ (statique)
 ← loi de Pascal si un cas particulier

* Tube de Venturi:



— Considérons une conduite horizontale de section variable et mesurons la pression statique aux points 1, 2, 3 et 4.

Aux points 1, 2 et 4 $\Rightarrow$ la vitesse est la même
 $v_1 = v_2 = v_4$ Pourquoi?

(11)

Car on a la même section $S_1 = S_2 = S_4$

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_3 S_4$$
$$S_1 = S_2 = S_4 \Rightarrow v_1 = v_2 = v_4$$

Comme les points 1, 2 et 4 sont à la même hauteur $\Rightarrow z_1 = z_2 = z_4$

L'équation de Bernoulli:

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = P_4 + \rho g z_4 + \frac{1}{2} \rho v_4^2$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = P_2 = P_4} \quad \text{la pression statique est la même.}$$

or $P_1 = P_0 + \rho g h_1$
L'onde $P_2 = P_0 + \rho g h_2$
Pascal $P_4 = P_0 + \rho g h_4$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = P_0 + \rho g h_1 \\ P_2 = P_0 + \rho g h_2 \\ P_4 = P_0 + \rho g h_4 \end{array} \right\} \boxed{h_1 = h_2 = h_4}$$

on a la même hauteur du liquide dans les 3 manomètres 1, 2 et 4.

Mais au point 3, la section S_3 est plus petite $\Rightarrow$

la vitesse v_3 est plus grande $\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_3^2 \nearrow$

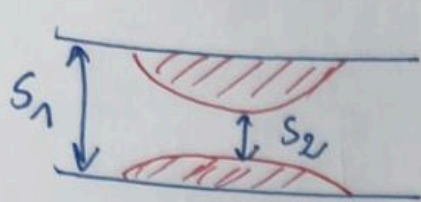
$\Rightarrow$ pour que la charge (la somme):

$$P_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \rho g z_3 \neq \text{reste}$$

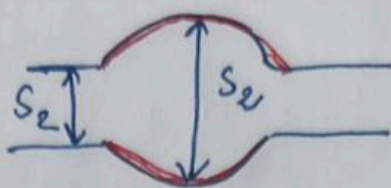
Constante $\Rightarrow P_3 \downarrow$ (la pression statique est plus petite) $\Rightarrow h_3 \downarrow$.

" Dans les secteurs rétrécis de la conduite, la pression statique est plus faible $\Rightarrow$ c'est l'effet Venturi (12)

Même procédure d'application dans le cas d'une sténose ou un anévrisme



Sténose



Anévrisme

Calcul du débit expérimentalement:

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 = P_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \rho g z_3$$

$$z_2 = z_3, \quad P_2 > P_3$$

$$\begin{aligned} \Delta P = P_2 - P_3 &= \frac{1}{2} \rho \left[v_3^2 - v_2^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \rho v_3^2 \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_3} \right)^2 \right] \quad \text{or} \quad \frac{v_2}{v_3} = \frac{S_3}{S_2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{1}{2} \rho v_3^2 \left[1 - \left(\frac{S_3}{S_2} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{2 \Delta P}{\rho \left[1 - \left(\frac{S_3}{S_2} \right)^2 \right]}}$$

$\Delta P = ?$

$$\begin{aligned} \Delta P = P_2 - P_3 &= (P_0 + \rho g h_2) - (P_0 + \rho g h_3) \\ &= \rho g \Delta h \quad \text{avec} \quad \Delta h = h_2 - h_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{2 g \Delta h}{1 - \left(\frac{S_3}{S_2} \right)^2}}$$

Δh : est mesuré sur le tube de Venturi.

$$Q = v_3 S_3 \Rightarrow Q = S_3 \sqrt{\frac{2 g \Delta h}{1 - \left(\frac{S_3}{S_2} \right)^2}}$$