2025/10/18

جامعة جيجل
ملحقة المدرسة العليا للأساتذة
أستاذ التعليم الإبتدائي
الأب عربي

السلسلة ②
الحساب الشعاعي.

تمرين ①:
ليكن المعلم $R(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر الأشعة التالية:
$\vec{v_1} = \vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$; $\vec{v_2} = 4\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$; $\vec{v_3} = 3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$
- مثل هندسيا الأشعة الثلاث.
- احسب طويلة كل شعاع.
- احسب الجداءات: $\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}$ و $\vec{v_1}\wedge\vec{v_2}$ و $\vec{v_3}\cdot(\vec{v_1}\wedge\vec{v_2})$

تمرين ②
لتكن الأشعة $\vec{v_1}(1,1,0)$، $\vec{v_2}(0,1,0)$ و $\vec{v_3}(0,0,2)$
- احسب طويلة كل شعاع، استنتج أشعة الواحدة $\vec{u_1}$، $\vec{u_2}$ و $\vec{u_3}$ المحددة لإتجاه الأشعة $\vec{v_1}$، $\vec{v_2}$ و $\vec{v_3}$ على الترتيب
- حدد الزاوية المحصورة بين الشعاعين $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$ مع العلم أنها محصورة بين 0 و π.
- احسب الجداء المختلط $\vec{v_1}\cdot(\vec{v_2}\wedge\vec{v_3})$. ماذا تمثل هذا الجداء؟

تمرين ③
بالنسبة إلى المعلم $R(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقاط $A(2,0,0)$ $B(2,-2,0)$ و $C(2,3,-1)$
- أحسب الجداء الشعاعي $\vec{OA}\wedge\vec{OB}$
- استنتج مساحة المثلث OAB.
- احسب الجداء المختلط $(\vec{OA},\vec{OB},\vec{OC})$، استنتج حجم متوازي الأضلاع المرسوم على الأشعة الثلاث

تمرين ④ بالنسبة إلى معلم متعامد ومتجانس $R(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر الشعاعين $\vec{u}(m,1,1)$ و $\vec{v}(m,2m,-3)$

ما هي قيم m التي من أجلها يكون الشعاعان:

- متعامدان؟ متوازيان؟.

تمرين ⑤* احسب الجداء الشعاعي $\vec{a}\wedge\vec{b}$ إذا علمت أن:

$$\vec{a}\begin{pmatrix}-6\\-15\\4\end{pmatrix} ; \vec{b}\begin{pmatrix}7,98\\13,30\\-5,32\end{pmatrix}$$

ماذا تستنتج؟

** - لتكن الأشعة $\vec{a}\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$، $\vec{b}\begin{pmatrix}-3\\1\\0\end{pmatrix}$ و $\vec{c}\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}$

احسب الجداء الشعاعي المضاعف $\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c})$

*** برهن مساواة Jacobi

$$\vec{v_1}\wedge(\vec{v_2}\wedge\vec{v_3})+\vec{v_2}\wedge(\vec{v_3}\wedge\vec{v_1})+\vec{v_3}\wedge(\vec{v_1}\wedge\vec{v_2})=\vec{0}$$

تمرين ⑥: برهن أنه إذا كانت طويلة الشعاع $\vec{u}(t)$ ثابتة فإن الشعاع المشتق $\frac{d\vec{u}(t)}{dt}$ يكون عموديا على الشعاع $\vec{u}(t)$.

$$\text{ع.ا } \|\vec{u}(t)\| = cte \Rightarrow \frac{d\vec{u}(t)}{dt} \perp \vec{u}(t)?$$

وانتهى

Dr TILBI A.