Département de Mathématiques
$2^{ème}$ *ANNÉE LICENCE*

Université de Jijel
2024 – 2025
04-12-2024
Durée: 1h15

# Interrogation

---

**Exercice 1**

1°) Définir les termes mathématiques suivants: Théorème, Corollaire, conjecture et équipotence.

2°) On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} u_k. \end{cases}$$

Démontrer par récurrence forte que: $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = 2^{n-1}$.

3°) On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{1+u_n}. \end{cases}$$

En utilisant le principe du bon ordre montrer que: $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq u_n \leq 2$.

**Exercice 2** (Paradoxe de la carte de Philip Jourdain): On lit sur les deux faces d'une feuille de papier les inscriptions suivantes:

| | |
|---|---|
| Recto | La phrase écrite au verso est vraie. |
| Verso | La phrase écrite au recto est fausse. |

- Essayer de donner une valeur de vérité à l'une de ces faces.
- En déduire que cela conduit à un paradoxe.

**Exercice 3** Soit

$$\begin{array}{rcl} f & : & \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} \\ (n,p) & \mapsto & 2^n(2p+1) - 1. \end{array}$$

1. Démontrer que $f$ est bijective.
2. Déduire que le produit de deux ensembles dénombrables est dénombrable.

*BONNE CHANCE*
$\mathcal{N} - \mathcal{F}$