

## Exercice1.

Laquelle des fonctions suivantes définit une densité de probabilité:

- $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{a^2} & \text{si } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $f(x) = \begin{cases} a \exp(-ax) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

## Exercice2.

La densité de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par:

$$f(x) = \begin{cases} kx(4-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de k.
2. Trouver l'expression de la fonction de répartition  $F_X$  de X puis calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X.
3. Calculer les probabilités suivantes:  $P(1 \leq X \leq 2)$ ,  $P(X > 3 | X > 2)$ .
4. On considère une nouvelle variable aléatoire  $Y = \sqrt{X}$ .
  - Trouver la densité de probabilité de Y.
  - Calculer  $E(Y)$  et  $V(Y)$ .

### Exercice3.

Soit  $X$  une variable aléatoire dont sa fonction de répartition est donnée par:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0.5x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 - 0.5e^{-0.5(x-1)} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Trouver l'expression de la densité de probabilité de  $X$ .
2. Calculer les probabilités suivantes:  $P(\frac{1}{3} \leq X \leq 2)$ ,  $P(1.5 \leq X \leq 2)$ ,  $P(X \leq 0.5)$
3. Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$

Pour l'entreprise, le coût de revient d'un sachet sans défaut est 2.45 \$, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D1 est 4.05 \$, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D2 est 6.45 \$ et celui d'un sachet ayant les deux défauts est 8.05 \$. On appelle  $X$  la variable aléatoire égale au coût de revient en euros d'un sachet choisi au hasard.

1. Donner la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter le résultat obtenu.
3. Calculer sa variance  $V(X)$  et son écart type  $\sigma(X)$ .