

Université de Jijel-Faculté des sciences exactes-Département
d'informatiques-L3/Probabilités et statistiques.

Serie3: Variables aléatoires continues

Exercice1.

Laquelle des fonctions suivantes définit une densité de probabilité:

- $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{a^2} & \text{si } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}$
- $f(x) = \begin{cases} a \exp(-ax) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Exercice2.

La densité de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par:

$$f(x) = \begin{cases} kx(4-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de k.
2. Trouver l'expression de la fonction de répartition F_X de X puis calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X.
3. Calculer les probabilités suivantes: $P(1 \leq X \leq 2)$, $P(X > 3 | X > 2)$.
4. On considère une nouvelle variable aléatoire $Y = \sqrt{X}$.
 - Trouver la densité de probabilité de Y.
 - Calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.

Exercice3.

Soit X une variable aléatoire dont sa fonction de répartition est donnée par:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0.5x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 - 0.5e^{-0.5(x-1)} & \text{autrefois} \end{cases}$$

1. Trouver l'expression de la densité de probabilité de X.
2. Calculer les probabilités suivantes: $P(\frac{1}{3} \leq X \leq 2)$, $P(1.5 \leq X \leq 2)$, $P(X \leq 0.5)$
3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$

Pour l'entreprise, le coût de revient d'un sachet sans défaut est 2.45 \$, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D1 est 4.05 \$, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D2 est 6.45 \$ et celui d'un sachet ayant les deux défauts est 8.05 \$. On appelle X la variable aléatoire égale au coût de revient en euros d'un sachet choisi au hasard.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat obtenu.
3. Calculer sa variance $V(X)$ et son écart type $\sigma(X)$.