

Série de TD N°3

2025-2026

Exercice n°1. Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$(1). f(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2}. \quad (2). f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}. \quad (3). f(x) = \sqrt[4]{x^2-5x}. \quad f(x) = \frac{1}{e^x-1},$$

$$(4). f(x) = \frac{1}{e^x-1}, \quad (5). f(x) = \ln(1-x). \quad (6). f(x) = 1+\sin x, \quad (7). f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x+4}},$$

$$(8). f(x) = \frac{x}{|2x-4| - |x-1|}.$$

Exercice n°2. Etudier la parité des fonctions suivantes :

$$(1). f(x) = |x| - \sqrt{2x^2+4}. \quad (2). f(x) = x^2 + x.$$

$$(3). f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}. \quad (4). f(x) = \frac{x^3-x}{4}.$$

Exercice n°3. Calculer les limites suivantes :

$$(1). \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2|x|}{x}. \quad (2). \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2}{x^2 \ln x}. \quad (3). \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^n-1}.$$

$$(4). \lim_{x \rightarrow +\infty} x(-x+1). \quad (5). \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}.$$

Exercice n°4. Parmi les fonctions suivantes sont-elles prolongeables par continuité au point x_0 donnée ?

$$f_1(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \text{ au point } x_0 = 1, \quad f_2(x) = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \text{ au point } x_0 = 2\pi,$$

$$f_3(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^4} \text{ au point } x_0 = 0.$$

Exercice n°5. Déterminer les valeurs a et b pour que f soit continue.

$$f(x) = \begin{cases} a \frac{e^x - 1}{x}, & x < 0 \\ ab, & x = 0 \\ \frac{(e^x - 1)(1 - \cos x)}{\sin x}, & x > 0 \end{cases}$$

Exercice n°6. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

(1). $f(x) = \tan x$. (2). $f(x) = \sin(2x + 6) + \cos(3x + 1)$. (3). $f(x) = \ln(\ln x)$.

(4). $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2}$, (5). $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$.

Exercice n°7. Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que $f(0) = f(1)$. Montrer qu'il existe $c \in]0, \frac{1}{2}[$ telle que $f(c) = f(c + \frac{1}{2})$.

Exercice n°8. Soit h définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{1 + e^{\frac{1}{|x|}}}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

1. Montrer que h est dérivable sur \mathbb{R} .
2. Montrer que $h'(x) = 0$ admet au moins une solution dans $] -1, 1[$.

Exercice n°9. Soient a, b des réels tels que : $0 < a < b$. A l'aide du théorème des accroissements finis montrer que : $\frac{b-a}{b} < \ln b - \ln a < \frac{b-a}{a}$.

Exercice n°10. Calculer en utilisant la règle de l'hôpital les limites suivantes :

(1). $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \cos x}{\sin x}$. (2). $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^4}$. (3). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^{2x})}{x}$.

Résponsable du module
Dr.HARROUCHE Nesrine