

السلسلة ④

ديناميك النقطة المادية .

تمرين ① :

يعمل شعاع كمية حركة نقطة مادية M كتلتها m تتحرك تحت تأثير قوة $\vec{F}$ بالعلاقة :

$$\vec{F} = 3e^{-t} \vec{i} - 2 \cos t \vec{j} - 3 \sin t \vec{k}$$

الزمن .

- احسب القوة $\vec{F}$ ثم استنتج تسارع $\vec{a}$ وسرعة $\vec{v}$
 وسعاع الموضع $\vec{OH}$ للنقطة المادية علمًا أنه في اللحظة $t_0 = 0.5$ كان $\vec{OH}_0(0,0,0)$ و $\vec{v}_0(0,0,0)$.

تمرين ② :

نقطة مادية كتلتها m توجد في المستوى Oxy واقعة تحت تأثير القوة $\vec{F} = -K \vec{OH}$ حيث K ثابت موجب .

في اللحظة $t=0.5$ النقطة المادية توجد عند الوضعية $A(a,0)$ بسرعة $\vec{v}_0$ تقع زاوية α مع المحور Ox ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$).

1- أكتب المعادلات التفاضلية للحركة حسب المحاور Ox و Oy .

2- بين أن حلول المعادلات التفاضلية تأخذ الشكل التالي :

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t + B \sin \omega t \\ y = C \cos \omega t + D \sin \omega t \end{cases}$$

3- اوجد الثوابت A, B, C, D باستخدام الشروط الإبتدائية للحركة.

4- ما هي طبيعة المسار في الحالة $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ؟

5- ما هي قيمة الكتلة m حتى يصبح المسار دائريًا ؟

تطبيق مدري : $v_0 = 5 \text{ m/s}$, $a = 2 \text{ m}$, $K = 0.025$

تمرين ③ : بالنسبة إلى معلم مطابق $(t, \vec{r}(t), \vec{z}(t))$ نقطة مادية M كتلتها m تتحرك تحت تأثير شعاع القوة :

$$\vec{F} = -\frac{mK}{z^3} \vec{z} \quad K \text{ ثابت موجب ، نحل الجاذبية .}$$

في اللحظة $t=0$ توجد عند النقطة $M_0(0,0,a)$ ، $a > 0$
 وشعاع السرعة هو $(v_0 \sin \alpha, 0, v_0 \cos \alpha)$ ، $v_0 > 0$ ، $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

- اكتب المعادلات التفاضلية للحركة حسب المحاور ox, oy, oz .

- استنتج أن الحركة تتم في المستوى xoz

- أوجد المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى التي تحققها المركبة $z(t)$.

- بين أن الحركة ممكنة فقط من أجل قيم محددة لـ $v_0 \sin \alpha$ ، حدد هذه القيم .

$$v_0 \sin \alpha = \sqrt{\frac{K}{a}}$$

1 - أوجد $z(t)$

2 - معادلة المسار وأرسمه .

تبع ←