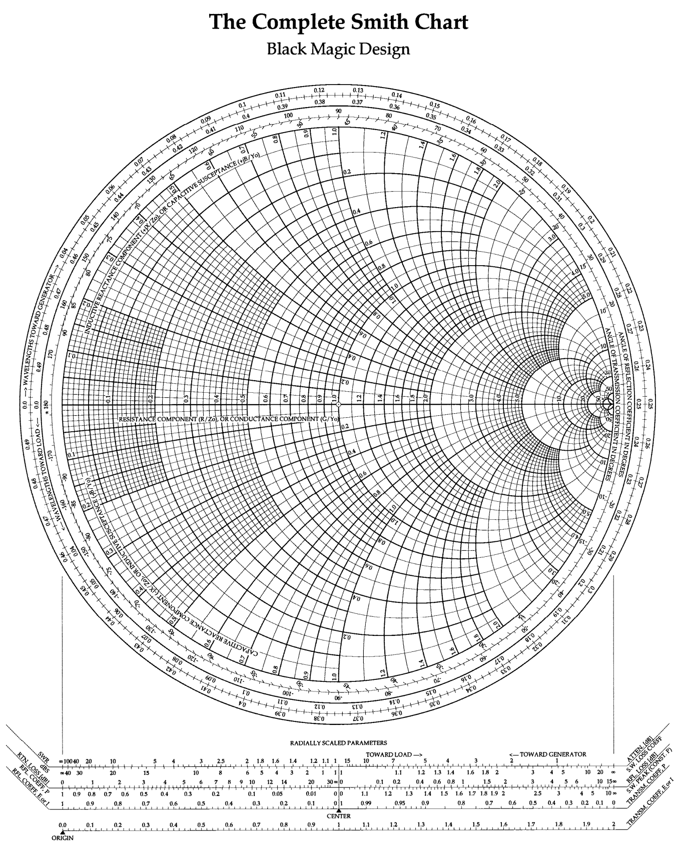


Abaque de Smith

Valérie MADRANGEAS
Tél : 05 55 45 72 54
Mail: valerie.madrangeas@xlim.fr

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

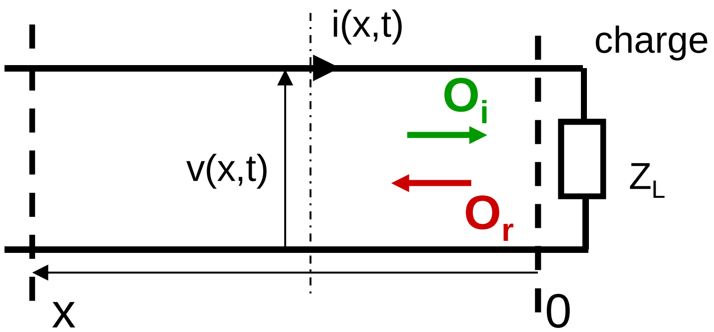
Introduction

L'abaque de Smith permet une représentation graphique synthétique des principaux paramètres caractéristiques de la propagation le long d'une ligne

Cette étude sera limitée au cas des lignes sans pertes

Rappel des formules

Soit une ligne sans pertes d'impédance caractéristique Z_c chargée par Z_L



- **Tension et courant complexes**

$$V(x) = V_i e^{j\beta x} + V_r e^{-j\beta x}$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_C}\left(V_i e^{j\beta x} - V_r e^{-j\beta x}\right)$$

- **Coefficient de réflexion en x**

$$\rho(x) = \rho_L e^{-2j\beta x}$$ **avec ρ_L le coefficient de réflexion sur la charge**

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \Rightarrow \rho(x) = |\rho_L|\, e^{j(\varphi_L - 2\beta x)}$$

- **Impédance en x**

$$Z(x) = Z_C \frac{Z_L + jZ_C\, tg\beta x}{Z_C + jZ_L\, tg\beta x} \Rightarrow Z(x) = Z_C \frac{1 + \rho_L\, e^{-2j\beta x}}{1 - \rho_L\, e^{-2j\beta x}}$$

Question : comment représenter ces grandeurs sur le même système d'axe ?

Comment représenter toutes ces grandeurs sur le même système d'axe ?

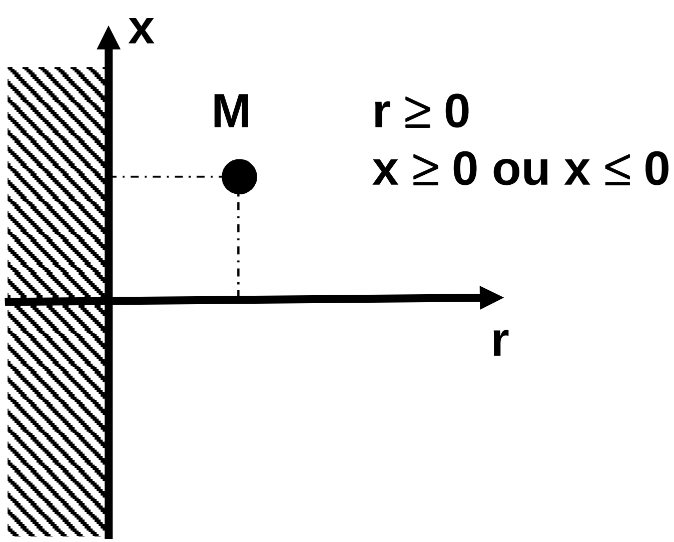
En utilisant l'impédance réduite z(x)

$$\boxed{z(x) = \frac{Z(x)}{Z_C}} \Rightarrow \boxed{\rho(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}} \quad \text{ou} \quad \boxed{z(x) = \frac{1 + \rho(x)}{1 - \rho(x)}}$$

Il est donc équivalent de connaître les deux grandeurs complexes ρ(x) ou z(x)

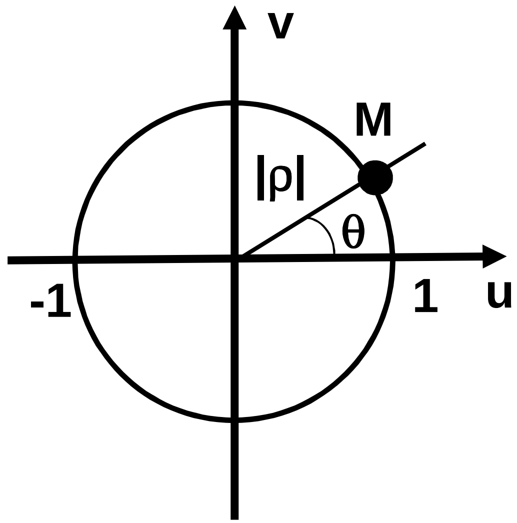
Justification

$$\boxed{z(x) = r + j\,x}$$



La représentation de toutes les valeurs possibles de z(x) nécessite l'utilisation d'un **demi plan infini**

$$\boxed{\rho(x) = |\rho| e^{j\theta} = u + jv}$$



La représentation de ρ(x) correspondant à toutes les valeurs possibles de z(x) se fera à l'intérieur d'un **disque de rayon unité**

Construction de l'abaque

Recherche des lieux des points correspondant à r = cste et x = cste dans la représentation |ρ|, θ

$$z(x) = \frac{1 + \rho(x)}{1 - \rho(x)} \quad \Rightarrow \quad r + jx = \frac{1 + u + jv}{1 - u - jv}$$

En séparant partie réelle et partie imaginaire :

$$r = \frac{1 - u^2 - v^2}{(1 - u)^2 + v^2}$$

Les lieux de r = cste sont des cercles d'équations :

$$\left(u - \frac{r}{r+1}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

$$x = \frac{2v}{(1 - u)^2 + v^2}$$

Les lieux de x = cste sont des cercles d'équations :

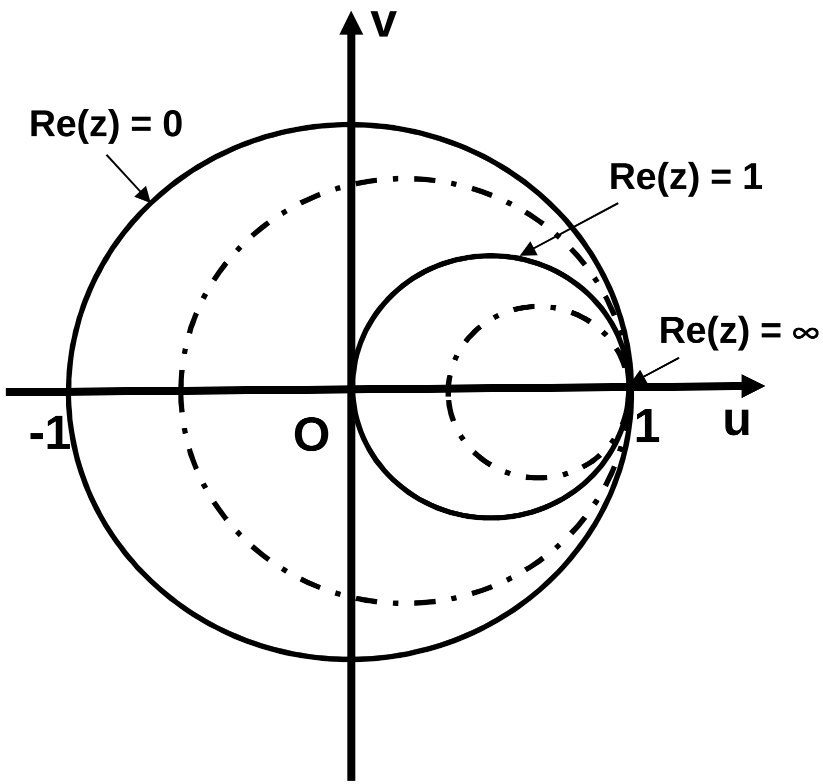
$$(1 - u)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

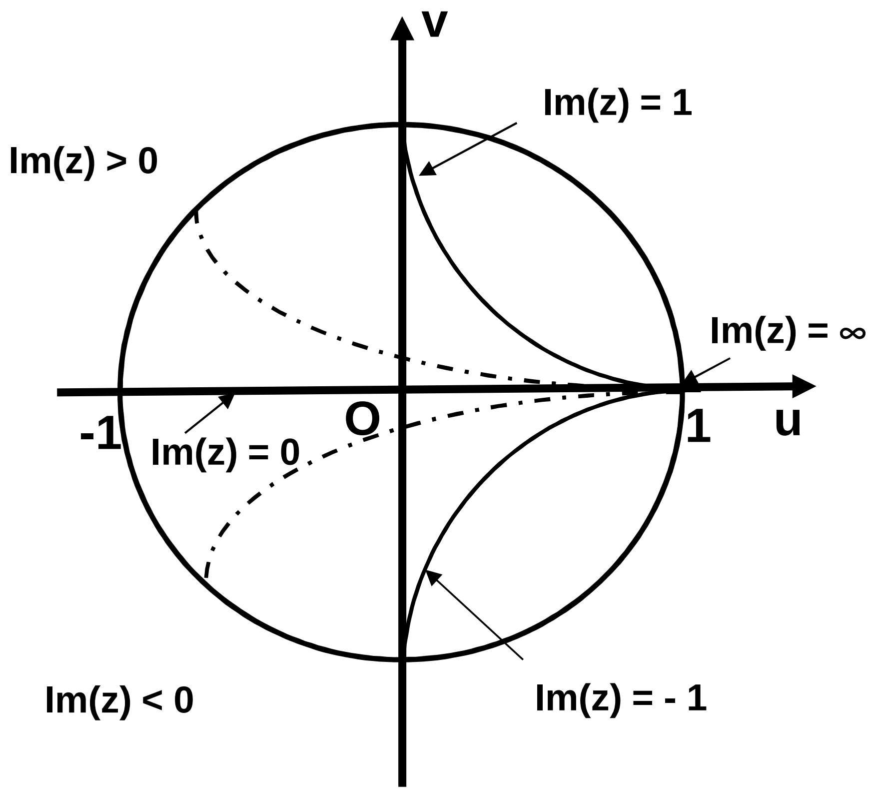
Construction de l'abaque

L'abaque de Smith est constitué de deux familles de cercles orthogonaux :

- **les cercles représentant Re(z(x)) (partie réelle de l'impédance réduite)**
- **les cercles représentant Im(z(x)) (partie imaginaire de l'impédance réduite)**



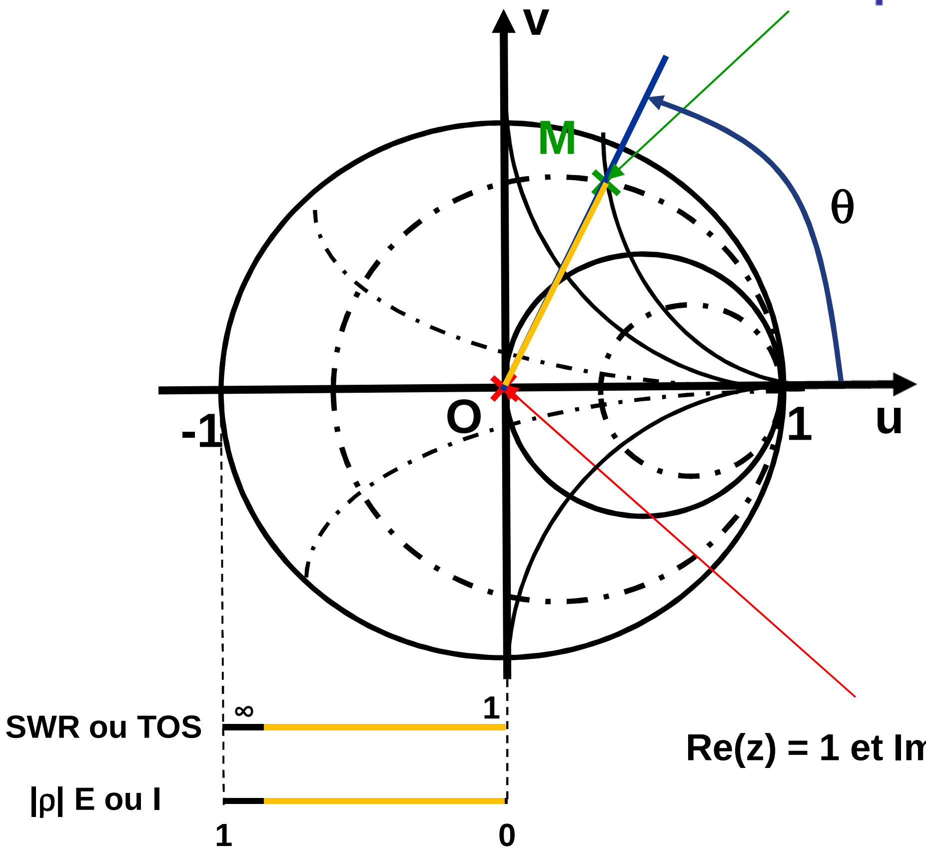
$$\left(u-\frac{r}{r+1}\right)^2+v^2=\frac{1}{(r+1)^2}$$



$$(1-u)^2+\left(v-\frac{1}{x}\right)^2=\frac{1}{x^2}$$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Représentation sur l'abaque de Smith

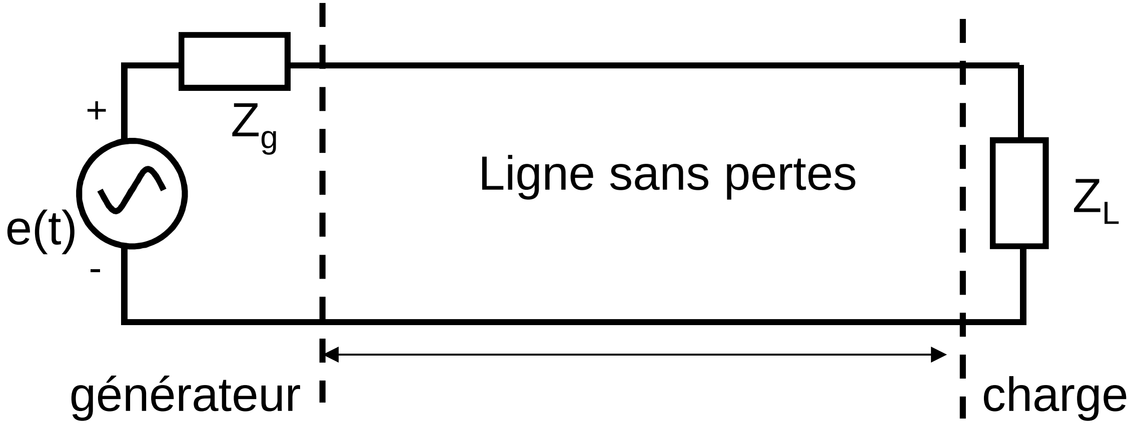


Le point M placé sur l'abaque de Smith représente :

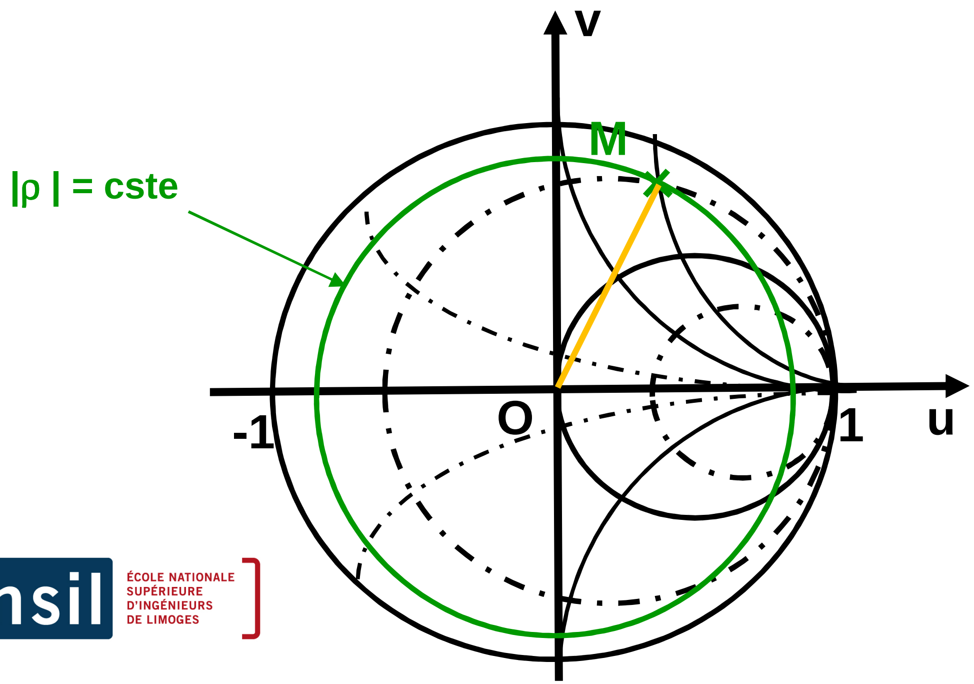
- **l'impédance réduite z(x) au point x par simple lecture (Re(z) et Im(z))**
- **Le coefficient de réflexion ρ au point d'abscisse x de la ligne**
  $\|\overrightarrow{OM}\| = |\rho| \leq 1$ **et** $\theta = \arg(\rho)$
- **Le taux d'onde stationnaire (TOS ou SWR)**

Re(z) = 1 et Im(z) = 0 ➔ z =1 ou Z(x) = Zc

Utilisation de l'abaque de Smith : déplacement sur une ligne sans pertes



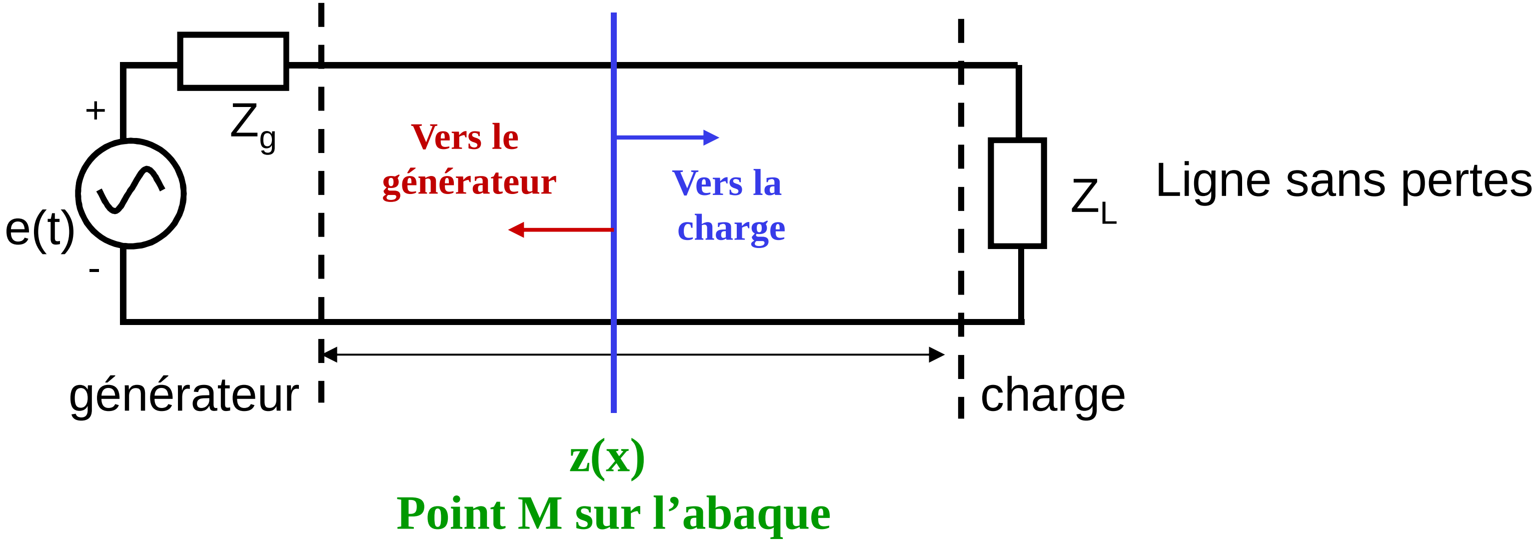
Le module du coefficient de réflexion |ρ| est constant le long d'une ligne sans pertes

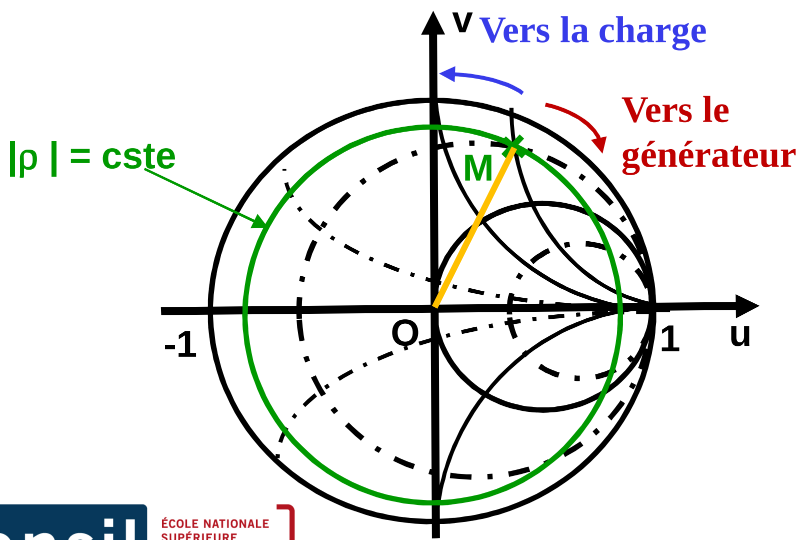


Les impédances réduites le long de la ligne se trouve sur le cercle de rayon **|ρ|**

ensil
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Utilisation de l'abaque de Smith : déplacement sur une ligne sans pertes





Le déplacement autour de l'abaque est gradué en fraction de longueur d'onde

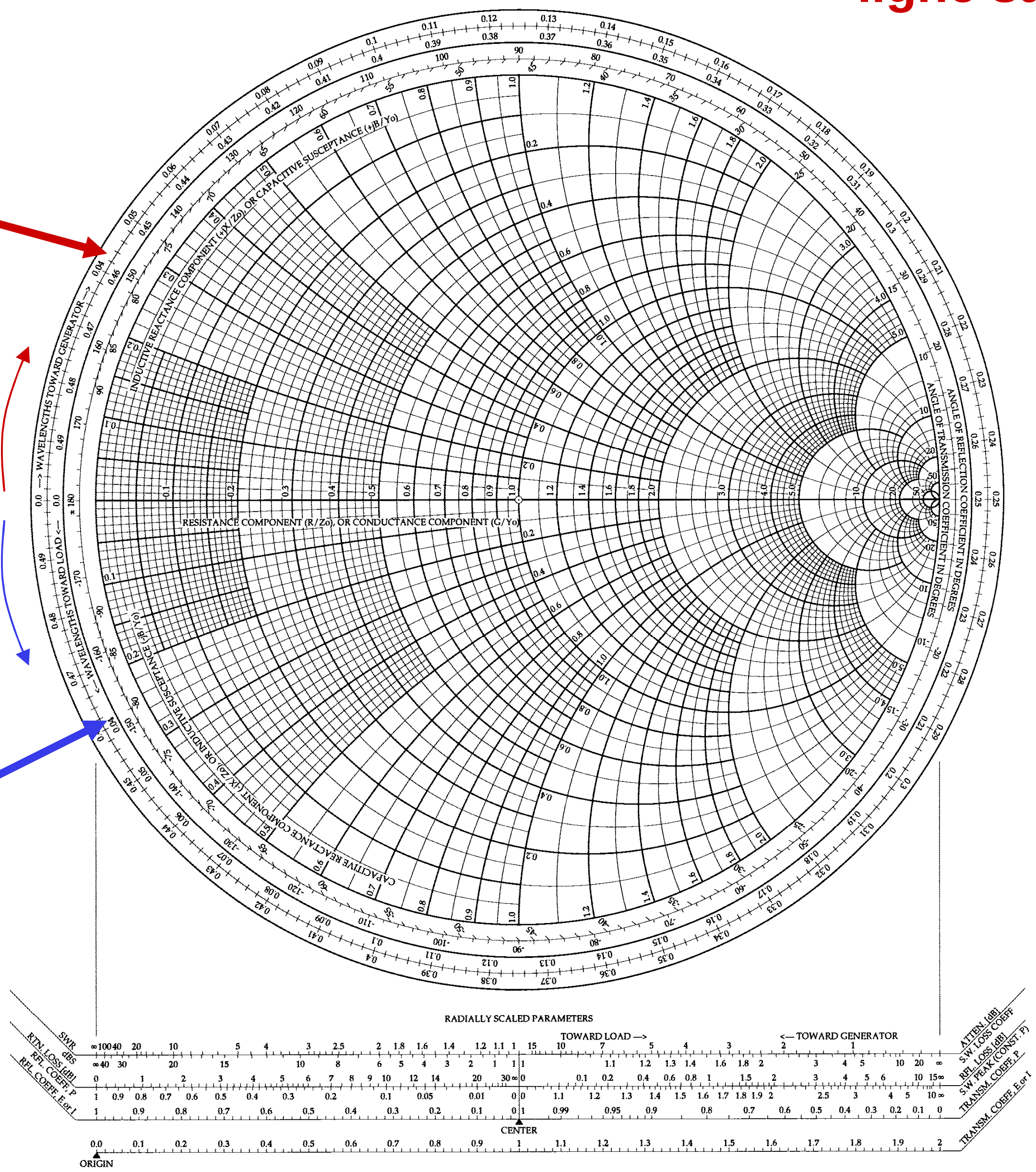
Tour complet = $\lambda/2$

Demi-tour = $\lambda/4$

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Déplacement sur une ligne sans pertes

The Complete Smith Chart
Black Magic Design



Graduation vers le générateur

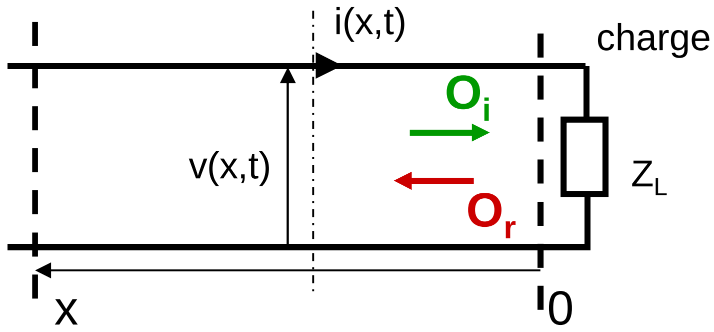
Vers le générateur

Vers la charge

Graduation vers la charge

ENSIL ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Utilisation de l'abaque de Smith
Variation de V(x) et I(x)



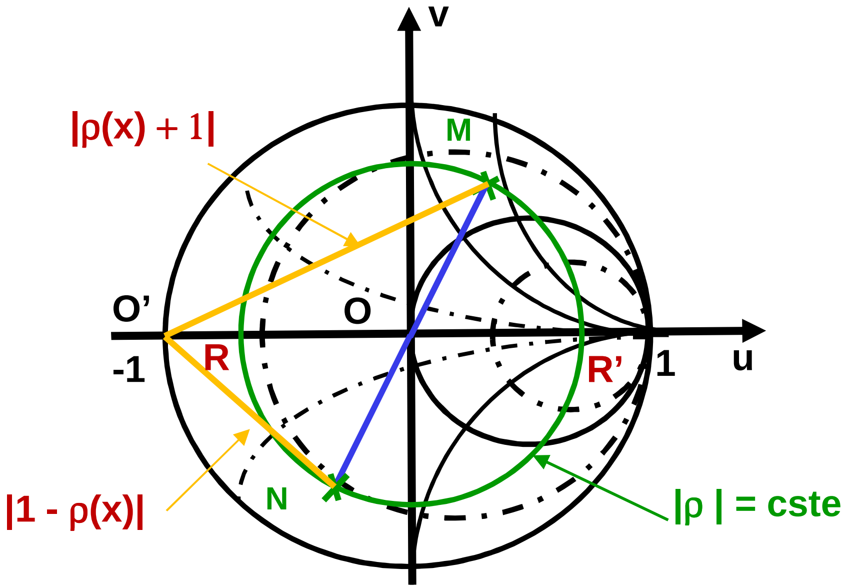
$$V(x) = V_i\,e^{j\beta x} + V_r\,e^{-j\beta x} = V_i\,e^{j\beta x}\left(1 + \frac{V_r\,e^{-j\beta x}}{V_i\,e^{j\beta x}}\right)$$

$$|V(x)| = |V_i|\,|1+\rho(x)| \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{V(x)}{V_i}\right| = |1+\rho(x)|$$

De la même façon :

$$I(x) = I_i\,e^{j\beta x} + I_r\,e^{-j\beta x} \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{I(x)}{I_i}\right| = |1-\rho(x)|$$

Utilisation de l'abaque de Smith
Variation de V(x) et I(x)



Si ρ(x) est représenté par $\overrightarrow{OM}$ et si 1 est représenté par $\overrightarrow{OO'}$ alors :

- |1 + ρ(x)| est représenté par $\overrightarrow{O'M}$

➔ Amplitude de la tension normalisée $v = \left|\frac{V(x)}{V_i}\right|$

- |1 - ρ(x)| est représenté par $\overrightarrow{O'N}$

➔ Amplitude du courant normalisé $i = \left|\frac{I(x)}{I_i}\right|$

❑ Si M est en R, v est minimum ➔ N est en R', i est maximum

❑ Si M est en R', v est maximum ➔ N est en R, i est minimum

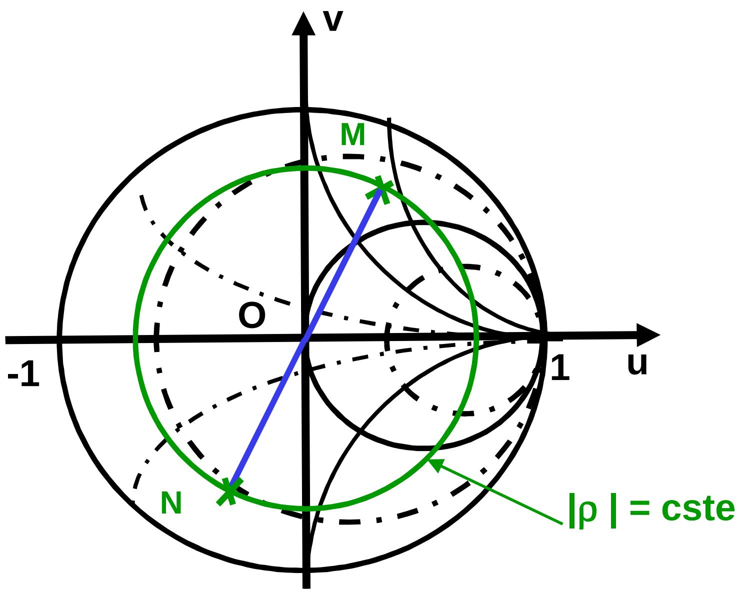
❑ Un maximum de tension correspond à un minimum de courant et vice versa

❑ Deux maxima ou de minima de tension sont séparés d'une distance égale à λ/2 – Idem pour le courant

❑ Un maximum et un minimum de tension successifs sont séparés de λ/4 – Idem pour le courant

ensil ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE LIMOGES

Utilisation de l'abaque de Smith
Admittance réduite



Si le point M représente l'impédance réduite $z(x) = \frac{Z(x)}{Z_c}$ alors le point N diamétralement opposé représente l'admittance réduite $y(x) = \frac{Y(x)}{Y_c}$