

Série 05 : Calcul des Probabilités

Exercice 1. Let A; B and C be three arbitrary sets in a sample space S. In terms of these sets find set-theoretic expressions and draw Venn diagram for the following events in terms of A; B and C:

- (i) Only A occurs, (ii) Both A and B but not C occur (iii) All three events occur (iv) At least one event occurs (v) At least two events occur (vi) Exactly one event occurs (vii) Exactly two events occur (viii) No event occurs more than two of the events occur.

Exercice 02. A die is tossed three times. Describe a suitable sample space for this experiment. Describe the

following events and determine the number of points:

- (i) A = exactly two sixes were obtained
- (ii) B = the sum of the faces showing is 12
- (iii) C = all faces show an even number

Describe also the events $A \cap B$; $A \cap C$; $AB \cap C$.

On lance un dé trois fois.

1. Décrire l'espace des possibles approprié pour cette expérience.
2. Décrire les événements suivants et déterminer le nombre de points dans chacun :
 - (i) $A = \{\text{exactement deux 6 ont été obtenus}\}$
 - (ii) $B = \{\text{la somme des faces obtenues est 12}\}$
 - (iii) $C = \{\text{toutes les faces montrent un nombre pair}\}$
3. Décrire également les événements : $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cap B \cap C$

Exercice 03 : Soient A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{5}$ et $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

1. Supposons que A et B soient incompatibles, calculer $P(B)$
2. Supposons que A et B soient indépendants. calculer $P(B)$
3. que l'événement A ne peut être réalisé que si l'événement B est réalisé, calculer $P(B)$

Exercice 04 : Un réfrigérateur contient 5 vaccins contre une maladie X, 8 vaccins contre une maladie Y et 15 vaccins contre une maladie Z. On choisit au hasard 3 vaccins. Quelle est la probabilité que :

- a) Les 3 vaccins choisis sont contre la maladie X ;

b) Les 3 vaccins choisis sont contre la même maladie ;

c) Il y a un vaccin contre chaque maladie.

Exercice 05 :

A three digit number (000 to 999) is chosen at random. Find the probability that exactly one of the digits in the number is greater than 5. Find the probability that at least one of the digits in the number is greater than 5.

Un nombre à **trois chiffres** (de 000 à 999) est choisi au hasard.

- 1. Trouver la probabilité qu'exactement un des chiffres du nombre soit supérieur à 5.**
- 2. Trouver la probabilité qu'au moins un des chiffres du nombre soit supérieur à 5.**

Exercice 06

Each of nine balls are placed with equal probability in one of three boxes. Find the probability that:

(a) there will be three balls in each box.

(b) There will be four balls in one box, three in another and two in the other.

Chacune des neuf boules est placée au hasard et avec la même probabilité dans l'une des trois boîtes.

On demande de trouver la probabilité que :

(a) Il y ait trois boules dans chaque boîte.

(b) Il y ait quatre boules dans une boîte, trois dans une autre et deux dans la dernière.

Exercice 07 : Dans une population, il y a 5% de daltoniens chez les hommes et 0.25% chez les femmes.

48% de la population sont des hommes.

a) On choisit une personne au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit daltonienne

b) La personne est daltonienne. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un homme

Exercice 08: Le gérant d'un magasin d'informatique a reçu un lot de clés USB. 5% des boîtes sont abîmées.

Le gérant estime que :

60% des boîtes abîmées contiennent au moins une clé défectueuse.

98% des boîtes non abîmées ne contiennent aucune clé défectueuse.

Un client achète une boîte du lot. On désigne par A l'événement : "la boîte est abîmée" et par D l'événement "la boîte achetée contient au moins une clé défectueuse".

1. Donner les probabilités de $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P(D|A)$, $P(D|\bar{A})$, $P(\bar{D}|A)$ et $P(\bar{D}|\bar{A})$. En déduire la probabilité de D

2. Le client constate qu'une des clés achetées est défectueuse. Quelle est la probabilité pour qu'il ait acheté une boîte abîmée ?

Exercice 9. Quiz

(énoncés communs aux QCS 1,2 et 3). Soient A et B deux événements de probabilités respectives 0.5 et 0.6

QCS1) : A est inclus dans B car $P(A) \leq P(B)$ a) Vrai b) Faux

QCS2) : A et B ne peuvent être incompatibles a) Vrai b) Faux

QSC3) : supposons maintenant que $P(A \cup B) = 4/5$. A et B sont indépendants a) Vrai b) Faux

QCS4) : On sait que les jumeaux peuvent être de vrais jumeaux, dans ce cas ils ont même sexe, ou de faux jumeaux, et dans ce cas la probabilité pour qu'ils aient le même sexe est 0.5. Si la probabilité pour que deux jumeaux soient de vrais jumeaux est de 0.23

La probabilité pour que deux jumeaux soient de vrais jumeaux sachant qu'ils ont même sexe

a) 1 b) 0.23 c) 0.5 d) 0.373

(énoncés communs aux QCS 5,6 et 7) Lors d'une épidémie, 35% des animaux d'un élevage sont atteints par une maladie M. on décide d'effectuer un test de dépistage. La probabilité qu'un animal atteint ait une réaction positive est 0.9 ; la probabilité qu'un animal non atteint ait une réaction négative est de 0.8.

QSC5) Quelle est la probabilité qu'un animal ayant eu un test positif soit malade ?

A) 0.315 B) 0.13 C) 0.77 D) 0.445 E) 0.707

QCS6) Sur un animal donné, on effectue un test qui est négatif. On effectue alors, sur le même animal, un deuxième test dans des conditions indépendantes du premier. Ce deuxième test est positif. Quelle la probabilité que l'animal soit malade ?

A) 0.35 B) 1 C) 0 D) 0.232 E) ARNJ

QSC7) A partir de quelle proportion d'animaux malades dans l'élevage, la probabilité trouvée à la question précédente (QCS 5), serait-elle supérieur à 0.5 ?

A) > 64% B) > 36% C) > 50% D) > 25% E) ARNJ

Dans un service de réanimation chaque patient a un risque de décès de 5% par jour.

QCM 8) La probabilité pour un patient de survivre au premier jour est :

A) 0.142 B) 0.045 C) ARNJ D) 0.05 E) 0.95

QCM 9) La probabilité pour un patient de décéder le troisième jour est

A) 0.95 B) 0.045 C) 0.142 D) 12.5×10^{-5} E) ARNJ

QCS 10) La probabilité pour un patient de décéder durant les 3 premiers jours est :

A) 0.95 B) 1 C) 0.142 D) 0.045 E) ARNJ

Quelles sont les propositions correctes

QCM11) a) $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B)$ b) $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/\bar{B})$

c) $P(\bar{A}/B) = 1 - P(\bar{A}/\bar{B})$ d) $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A \cap B)$

- QCM12) a) $P(\bar{A}/\bar{B}) = 1 - P(A/B)$ b) $P(\bar{A}/\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}/B)$
c) $P(\bar{A}/\bar{B}) = 1 + P(A/B)$ d) $P(\bar{A}/\bar{B}) = 1 - P(A/\bar{B})$
- QCM13) a) $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ b) $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap \bar{B})$
c) $P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B)$ d) $P(\bar{A} \cap B) = P(A) + P(A \cap B)$

QCM14) deux événements A et B sont dit indépendants lorsque :

- a) $P(A \cap B) = P(A) - P(B)$ b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
c) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ d) $P(A \cap B) = 0$