Faculté de Médecine de Béjaia **Année.univ : 2025-2026**

Annexe de médecine de Jijel **Niveau : 1ère Année**

Série 06: variables aléatoires

Exercice 1 :

Un garagiste loue des voitures à la journée. Soit X la variable aléatoire associée au "nombre de voitures demandées dans une journée" dont la probabilité est donnée par

x_i	0	1	2	3	4	5	6
p_i	p_0	0.15	0.27	0.23	0.16	p_5	0.04

1. Compléter le tableau ci-dessus sachant que $p_5 = 2\,p_0$
2. Définir la fonction de répartition de X
3. Déterminer la probabilité que le garage ait moins de trois demandes dans la journée.
   4. Calculer E (X), le nombre moyen de voitures demandées par jour, et l'écart-type σ_X

Exercice 2 : Au cours du weekend, trois personnes sont malades et appellent une fois un médecin. Chacune téléphone aléatoirement à l'un des trois médecins de garde A, B et C.
On constate que le médecin B est appelé deux fois plus souvent que A et que C est appelé trois plus souvent que A.
On note X le nombre de médecins qui ont été contactés au cours du weekend.

1. Donner la loi de probabilité de X
2. Donner sa fonction de répartition F(x)
3. Déterminer son espérance.

Exercice 3 (Supplémentaire) : Une entreprise conditionne des pièces mécaniques sous forme de sachets. Le service qualité a relevé deux types de défauts sur les 120000 sachets produits chaque jour.

- 360 sachets présentent une erreur d'étiquetage. Ce défaut est noté D1
- 600 sachets ont été déchirés. Ce défaut est noté D2
- 120 sachets présentent simultanément les deux défauts D1 et D2.

On choisit au hasard un sachet parmi les 120000 sachets.
a. Montrer que la probabilité que le sachet choisi présente uniquement le défaut D1 est 0.002
b. Montrer que la probabilité que le sachet choisi présente uniquement le défaut D2 est égale à 0.004
c. Montrer que la probabilité que le sachet choisi ne présente aucun défaut est égale à 0.993.
Pour l'entreprise, le coût de revient d'un sachet sans défaut est 2.45 €, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D1 est 4.05 €, celui d'un sachet ayant seulement le défaut D2 est 6.45 € et celui d'un sachet ayant les deux défauts est 8.05 €.
On appelle X la variable aléatoire égale au coût de revient en euros d'un sachet choisi au hasard.
a. Donner la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat obtenu.

c. Calculer sa variance V(X) et son écart type $\sigma(X)$

<u>Exercice 4 :</u> Soit la fonction de répartition définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & si \;\; x \epsilon \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1) Vérifier qu'il s'agit bien d'une densité de probabilité et calculer sa fonction de répartition.
2) calculer $E(X)$

<u>Exercice 05</u>

Soit X une variable aléatoire absolument continue de densité de probabilité $f_X(x)$ donnée par:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & si \;\; x < 0 \\ \frac{1}{8} & si \;\; 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{c}{x^3} & si \;\; x \geq 2 \end{cases}$$

où c est une constante réelle.
1) Déterminer c.

2) Trouver la fonction de répartition $F_X(x)$

3) calculer $P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right), P(3 \leq X < 5), P(1 < X < 5)$

4) Calculer $E(X) et\ V(X)$

<u>Exercice 6 (Supplémentaire)</u> : Soit la fonction de répartition définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & pour\ \ x < 0 \\ 1 - e^{-x} & pour\ \ x \geq 0 \end{cases}$$

1. Donner l'expression de la densité de probabilités f correspondante

2. Soit X une variable aléatoire de densité f

a) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X
b) Calculer la probabilité $P(2 \leq X \leq 4)$

<u>Quiz</u>

On suppose que le délai X d'apparition d'une maladie après la mise en contact avec un milieu polluant est une variable aléatoire dont la loi admet la densité

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad si\ x\ \geq 0\ ;\ \lambda > 0$$

QSC 1) la probabilité que la maladie apparaisse au plus tard un jour après la mise en contact avec ce milieu polluant est 0.18. la valeur de λ est

A) 0.18 B) 0.20 C) 1.71 D) 5

QCS 2) On suppose que $\lambda = 5$

A) $P(X = 7) = 5e^{-35}$

B) $P(X \geq 7) = 1 - e^{-35}$

C) $P\left(X \leq \frac{1}{5}\right) = 0.5$

D) La médiane est égale à 0.14

Soit la fonction suivante : $f(x) = \frac{2a-|x|}{4a^2}$, $x \in [-2a, 2a]$.

QSC3) Est-ce que f est une fonction de densité de probabilité (FDP)?

A) Oui B) Non

QSC4) si $E(X) = 4/3$. Que vaut a

A) 1 B) -1 C) 2 D) = -2 E) f n'est pas une FDP