

## Chapitre 03: Les Machines à États Finis

### Introduction

Les machines à états finis (MEF) occupent une place centrale dans la modélisation des systèmes dynamiques à l'instar des systèmes informatiques. Leur force réside dans leur capacité à représenter, de manière abstraite mais précise, les comportements d'un système à travers un ensemble fini d'états et de transitions. Dans le cadre de l'évaluation de performance, les MEF constituent une première étape indispensable : elles fournissent un cadre conceptuel permettant d'identifier les scénarios critiques, les comportements possibles et les contraintes structurelles d'un système, avant d'introduire des modèles probabilistes et temporels plus élaborés.

Ce chapitre se propose d'explorer les fondements des MEF et de mettre en évidence leur contribution à l'analyse qualitative de performance des systèmes informatiques.

### 1. Définition

Une machine à états finis est une abstraction mathématique qui représente un système évoluant à travers un nombre fini d'états. Le système ne peut être que dans un seul état à la fois, et les changements d'état (transitions) se produisent en réponse à des événements ou conditions spécifiques.

Une machine à états finis est formellement défini comme un quintuplet  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  où :

- $Q$  est un ensemble fini d'états
- $\Sigma$  est l'**alphabet** des événements (**étiquettes**)
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  est la fonction de transition
- $q_0 \in Q$  est l'état initial
- $F \subseteq Q$  est l'ensemble des états finaux (optionnel en simulation)

Ci-dessous la description de chaque composant MEF :

- 
- **États** : Situations ou configurations distinctes du système. Ils représentent les différentes situations possibles d'un système.
  - **Transitions** : Règles de passage d'un état à un autre. Elles représentent les changements d'un état à un autre en réponse à un événement ou une condition.
  - **Étiquettes**: l'étiquette d'une transition est une représentation complète de ce qui déclenche le changement d'état, ainsi que des conditions et actions associées. Elle se compose généralement de trois éléments principaux : l'**événement**, la **garde**, et les **actions**. Ces éléments définissent quand et comment une transition se produit entre deux états.
    - **Événements** : L'événement est ce qui déclenche la transition d'un état à un autre. Il représente un changement **externe** ou **interne** qui provoque une réponse du système. L'événement peut être **un symbole d'entrée** (comme un signal, une commande ou une entrée de données) ou un **changement d'état** dans le système.
    - **Garde** : La garde est une condition booléenne qui doit être vraie pour que la transition se produise. Elle agit comme un filtre ou un contrôle, permettant à la transition de se produire uniquement dans certaines situations ou selon certains critères. La garde évalue si le changement d'état est valide ou non. Si la garde est vraie, la transition a lieu. Si elle est fausse, la transition est bloquée, et la machine reste dans l'état actuel.
    - **Actions** : Les actions sont des opérations qui sont effectuées lors de la transition ou dans l'état d'arrivée. Elles peuvent se produire avant, pendant, ou après le changement d'état.
  - **État initial** : L'état dans lequel le système commence.
  - **États finaux (optionnels)** : Indiquent les états terminaux dans certains types de systèmes (utile pour les automates de reconnaissance, par exemple).

**Remarque** : on peut simplifier en omettant l'alphabet et en se concentrant sur les transitions déclenchées par des événements spécifiques.

## 2. Représentation d'une MEF

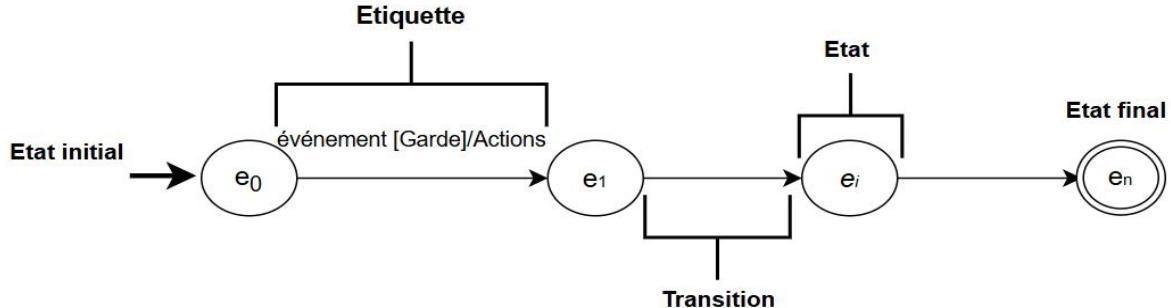
Une machine à états finis (MEF) peut être représentée de différentes manières, notamment par un diagramme de transition ou une matrice de transition.

## 2.1. Diagramme de Transition

Le diagramme de transition est une représentation graphique qui illustre les états, les transitions, et les événements ou conditions qui déclenchent ces transitions.

Dans un diagramme de transition :

- ✧ **Les nœuds** représentent les états.
- ✧ **Les arcs** représentent les transitions entre les états.
- ✧ **Les étiquettes** indiquent l'événement ou la condition nécessaire pour effectuer la transition.



## 2.2. Matrice de Transition

La matrice de transition est une représentation tabulaire qui indique les transitions possibles entre les états en fonction des événements ou conditions.

Dans une matrice de transition :

- ✧ Les **lignes** représentent les états actuels.
- ✧ Les **colonnes** représentent les événements ou conditions.
- ✧ Les **cellules** contiennent l'état d'arrivée après une transition.
- ✧ L'état initial est étiqueté par une petite flèche.
- ✧ L'état final est étiqueté par une «étoile».

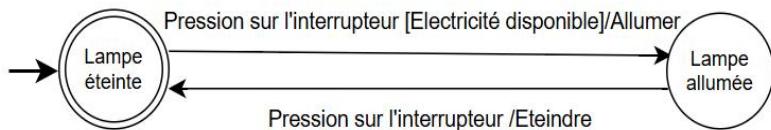
	Évnt 1	Évnt 2	.....	Évnt <i>m</i>
→État 1	..	....		....
État 2	...	État_Arr x		....
....	....	....		....
* État <i>n</i>	...	....		....

Les deux approches de représentation par diagramme et par matrice de transition sont complémentaires : le diagramme est idéal pour visualiser les transitions, tandis que la matrice convient aux analyses détaillées ou automatisées.

---

### Exemple 3.1

Le diagramme de transition ci-dessous modélise le système d'un interrupteur simple à l'aide d'une MEF avec deux états et un seul événement :



Initialement, la lampe est dans l'état E0 (éteinte). Si l'utilisateur appuie sur l'interrupteur, la lampe passe à l'état E1 (allumée). Si l'utilisateur appuie à nouveau sur l'interrupteur, la lampe revient à l'état E0 (éteinte).

La matrice de transition correspondante est la suivante :

	Appui sur Interrupteur
→*E1 : Lampe éteinte	E2
E2: Lampe allumée	E1

Note: Ce système est une **MEF déterministe**, car chaque état a une seule transition possible pour un événement donné.

## 3. Les MEFs dans le Contexte de Simulation

Les machines à états finis modélisent des **systèmes dynamiques** à travers des états et des transitions, et sont utiles dans divers domaines :

- **Systèmes de service** : Simulent les files d'attente en analysant les arrivées, les départs et les temps d'attente.
- **Processus de fabrication** : Modélisent les étapes de production, les pannes et les cycles de maintenance.
- **Comportements d'agents** : Décrivent les actions des agents en interaction avec leur environnement (déplacements, priorités, etc.).
- **Protocoles de communication** : Valident les échanges de données, les délais et les reconnexions dans les réseaux.
- **Systèmes de contrôle** : Pilotent les opérations des systèmes automatisés (ex. robots, ascenseurs).

## 4. Concepts Principales en MEF

### 4.1. Chemin d'exécution

Un **chemin d'exécution** est une séquence d'états traversés par la machine en réponse à une suite des événements.

### 4.2. Accessibilité

Un état est **accessible** s'il existe un chemin d'exécution depuis l'état initial jusqu'à cet état. L'accessibilité est essentielle pour vérifier la complétude et la pertinence d'une MEF.

### 4.3. Arbre d'exécution

Un arbre d'exécution est une représentation graphique des différents chemins possibles dans un MEF où la racine représente l'état initial du MEF, chaque nœud représente un état et les branches représentent les transitions entre les états. L'arbre d'exécution est utile pour visualiser tous les comportements possibles de la MEF.

### 4.4. Déterminisme et Non-déterminisme

❖ **MEF déterministe** : Une MEF déterministe a les propriétés suivantes:

- ✓ Chaque état a au plus une transition pour chaque étiquette de l'alphabet.
- ✓ Le chemin d'exécution est unique pour une suite des étiquettes.

*Exemple* : voir Exemple 3.1

❖ **MEF non déterministe**: Une MEF non déterministe a les propriétés suivantes:

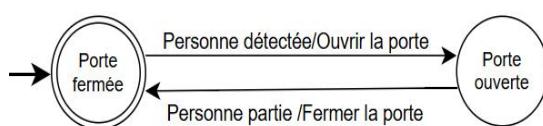
- ✓ Un état peut avoir plusieurs transitions pour une même étiquette ou aucune.
- ✓ Les chemins d'exécution possibles sont multiples, ce qui permet des comportements plus flexibles.

*Exemple* : voir les exemples 3.2, 3.3, 3.4 et 3.5

## Exemples illustratifs

*Exemple 3.2* : Système de la porte automatique

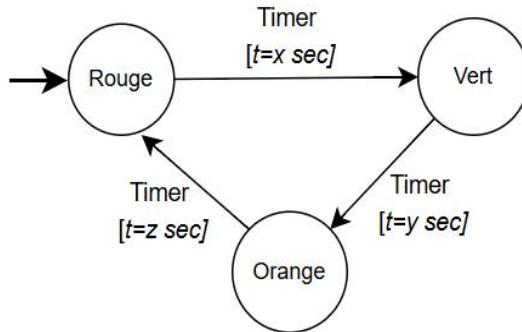
Le système de porte automatique peut être modélisé comme une MEF à deux états où l'état initial est un état final également :



Le système suit un cycle continu (Fermée → Ouverte → Fermée) et reflète un comportement simple et répétitif.

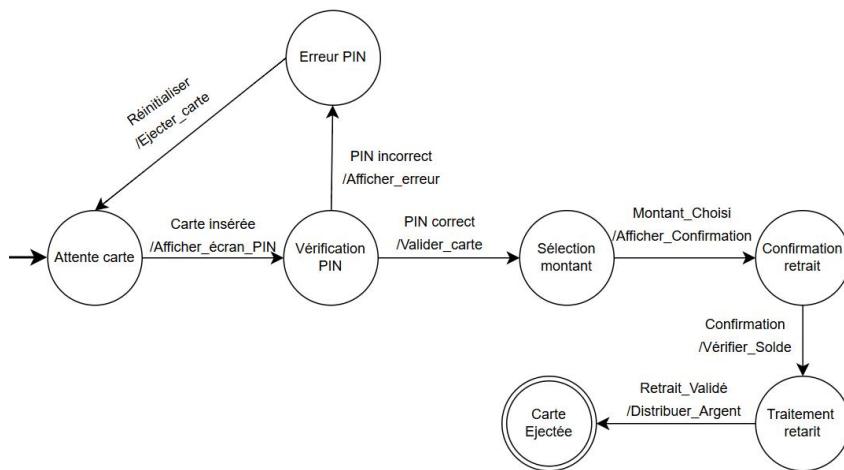
#### *Exemple 3.3: Feu de circulation*

Un système de feu de circulation fonctionne en boucle sans fin, avec des transitions cycliques entre les états. Le feu commence en E0 (rouge). Un temporisateur déclenche une transition vers E1 (vert), puis E2 (orange), avant de revenir à E0 (rouge). Ce cycle se répète indéfiniment, donc il n'y a pas d'état final.



#### *Exemple 3.4: Distributeur automatique de billets*

Le processus complet de retrait d'argent à partir d'un distributeur automatique de billets peut être modélisé en tant que MEF avec un état initial et un état final unique. Le diagramme de transition de ce système est illustré ci-dessous :



#### *Exemple 3.5 : Système de réservation de vol*

Le processus de réservation d'un billet d'avion peut être modélisé avec une MEF avec un état initial et plusieurs états finaux.

