

Corrigé Travaux dirigés N°7

Exercice 01

l'équation de l'onde:

$$y(x, t) = 10 \sin 2\pi(t - 0,005x)$$

Elle est de la forme :

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{V} \right)$$

1.

$$A = 10 \text{ cm} \quad \omega = 2\pi = 6,28 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ Hz} \quad V = \frac{1}{0,005} = 200 \text{ cm/s}$$

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{200} = 0,01\pi \text{ rad/cm} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,01\pi} = 200 \text{ cm}$$

2. Sachant que $x = 2 \text{ cm}$ et $t = 0,05 \text{ s}$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 20\pi \cdot \cos 2\pi(t - 0,005x)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -40\pi^2 \cdot \sin 2\pi(t - 0,005x)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0,1\pi \cos 2\pi(t - 0,005x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{x=2 \text{ cm } t=0,05 \text{ s}} = 20\pi \cdot \cos 2\pi(0,05 - 0,005 \cdot 2) = 60,82 \text{ cm/s}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Big|_{x=2 \text{ cm } t=0,05 \text{ s}} = -40\pi^2 \cdot \sin 2\pi(0,05 - 0,005 \cdot 2) = -98,2 \text{ cm/s}^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=2 \text{ cm } t=0,05 \text{ s}} = 0,1\pi \cos 2\pi(0,05 - 0,005 \cdot 2) = 0,304$$

Exercice 02

$$1. u_1(x, t) = u_0 \sin \omega \left(t - \frac{1}{c} x \right) = u_0 \sin (\omega t - kx)$$

$$u_2(x, t) = u_0 \sin \omega \left(t + \frac{1}{c} x \right) = u_0 \sin (\omega t + kx).$$

Dans une région où les deux ondes se superposent, on obtient une onde résultante :

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) = 2u_0 \cos (\omega t) \sin(kx)$$

2. On appelle une telle onde une onde **stationnaire** :

$$u(x, t) = 2u_0 \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$$

3. Sa pulsation : $\omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$

$$\text{Sa période : } T = \frac{2\pi}{\omega} = 8 \text{ s}$$

4. Sa longueur d'onde : $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12 \text{ m}$

$$\text{Sa vitesse de phase : } c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = 1,5 \text{ m/s}$$

Exercice 03

Les ondes sinusoïdales sont définies par les deux équations suivantes :

$$A_1(x, t) = 2 \cos(6,28t - 15x) \quad A_2(x, t) = 2 \cos(9,42t + 22x)$$

$$\omega_1 = 6,28 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 9,42 \text{ rad/s}$$

$$k_1 = 15 \text{ rad/m} \quad k_2 = -22 \text{ rad/m}$$

1. La vitesse de phase v_p pour chaque onde :

$$v_{p1} = \frac{\omega_1}{k_1} = \frac{6,28}{15} = 0,419 \text{ m/s} \quad (\text{vers } x \text{ positifs})$$

$$v_{p2} = \frac{\omega_2}{k_2} = \frac{9,42}{-22} = -0,428 \text{ m/s} \quad (\text{vers } x \text{ négatifs})$$

2. Trouver la vitesse de phase v_p et la vitesse de groupe v_g de l'onde résultante.

$$\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) = 7,85t + 3,5x \quad \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = -1,57t - 18,5x$$

$$\omega_{\text{moy}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{6,28 + 9,42}{2} = 7,85 \text{ rad/s}$$

$$k_{\text{moy}} = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{15 - 22}{2} = -3,5 \text{ rad/m}$$

$$v_{\text{Pres}} = \frac{\omega_{\text{moy}}}{k_{\text{moy}}} = \frac{7,85}{-3,5} = -2,243 \text{ m/s} \quad (\text{vers } x \text{ négatifs})$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 9,42 - 6,28 = 3,14 \text{ rad/s}$$

$$\Delta k = k_2 - k_1 = -22 - 15 = -37 \text{ rad/m}$$

$$v_{\text{Gres}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{3,14}{-37} = -0,085 \text{ m/s} \quad (\text{vers } x \text{ négatifs})$$