

## IV-1. Introduction

L'hémodynamique est la science qui traite les propriétés physiques de la circulation sanguine de l'être humain. La connaissance des propriétés physiques de ce mouvement sanguin nous permet de nous renseigner sur le fonctionnement de notre système cardio-vasculaire. Cette connaissance est basée essentiellement sur la compréhension, de l'écoulement du sang, de l'élasticité des vaisseaux et de l'activité électrique du cœur. A cet égard, on note que l'étude de l'hémodynamique est principalement soumise aux lois de la mécanique des fluides et ses résultats sont bien déterminés par les variables des vitesses, débits, viscosité et pressions dans les vaisseaux sanguins.

## IV-2. Etude de la viscosité

### a. Définition

La viscosité est une grandeur physico-chimique qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force tangentielle au sens de son écoulement. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

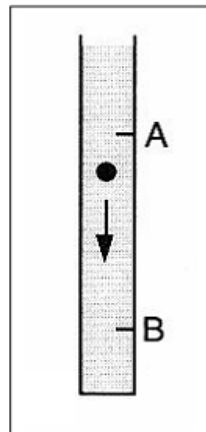
La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement par rapport aux autres couches adjacentes. Donc les forces de résistance qui dépendent de la nature du fluide et qui apparaissent lors des déplacements entre les différentes couches de fluide (analogie avec les frottements des solides) sont dues à la viscosité du fluide.

A ce stade, on donne l'expression du module de cette force s'exerçant sur une surface  $S$  parallèlement à la vitesse du fluide mais en sens contraire (signe -):

$$F = -\mu \cdot S \cdot \frac{dv}{dz}$$

### b. Mesure de la viscosité :

Dans l'intérêt de déterminer la valeur de la viscosité de n'importe quel fluide, il est commode d'utiliser l'appareil appelé *Viscosimètre à chute de bille*. Le principe de cet appareil est de faire tomber une sphère de rayon  $r$  dans un tube vertical transparent contenant le liquide à étudier (de masse volumique  $\rho$ ). Lorsqu'on laisse tomber la sphère, elle atteint très vite une vitesse limite  $V_L$  (lorsque les forces de frottement compensent la résultante du poids et de la poussée d'Archimède). On mesure alors le temps que mets la sphère pour parcourir à vitesse constante la distance entre deux points A et B. (voir figure suivante)



Finalement avec un simple calcul, la viscosité dynamique (elle est dite dynamique car elle est calculée pendant un mouvement) du liquide à étudier est donnée par :

$$\mu = K \cdot \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{v} = K \cdot \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{L} \cdot \Delta t$$

Où :  $k$  : est un coefficient déterminé par un calcul ou par un étalonnage.

$\rho_s$  : est la masse volumique de la sphère.

$\rho$  : est la masse volumique de liquide.

$r$  : rayon de sphère.

$L$  : la distance entre A et B.

**Remarque :**

On note ici, que la force de frottement que subit la sphère lors de son mouvement est donnée par la relation de stokes:

$$F = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r \cdot v$$

Avec:

$r$  : est le rayon de la sphère.

$v$  : la vitesse.

$\mu$  : la viscosité dynamique du liquide.

### IV-3. Mécanique des fluides

#### 1. Définition

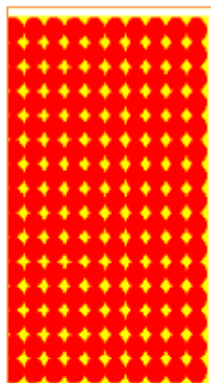
Au niveau microscopique, le fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres qui se déplacent les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler facilement.

Afin de déterminer le type et l'état d'un fluide, il est très utile de connaître les trois états fondamentaux de la matière pour un corps simple :

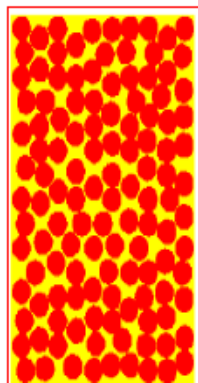
**Etat solide :** à faible température, les particules sont rapprochées, liées par des forces très importantes.

**Etat liquide :** à température moyenne et pression suffisamment élevée, les particules sont désordonnées, rapprochées et faiblement liées.

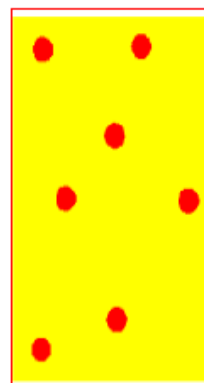
**Etat gazeux :** à température suffisamment élevée et à faible pression ; les particules sont désordonnées, espacées et presque non-liées.



Solide



liquide



gaz

On note ici, que l'état solide est un état organisé de la matière, c.-à-d., les arrangements entre les molécules présentent un ordre partiellement stable dans le temps.

Par contre les états gazeux et liquide représentent des états désordonnés de la matière, c.-à-d., il n'existe pas un ordre qui favorise l'agencement des molécules, car ces molécules sont constamment en mouvement.

## 2. Classification des fluides

Les fluides peuvent être classés.

Selon leur viscosité:

**a- Les fluides newtoniens** (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz):

ayant une viscosité constante et qui ne peut varier qu'en fonction de la température

**b- Les fluides non newtoniens** (comme le sang, les gels, les boues, les suspensions ...)

Qui ont la particularité d'avoir une viscosité variable en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent durant leur écoulement.

Selon les effets de frottement

**a- Les fluides parfaits**

Un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement.

**b- Les fluides réels**

Dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches du fluide sont prises en considération.

Selon la réaction à la pression

**a- Les fluides compressibles**

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure.

**Exemple:** les gaz sont des fluides compressibles. (l'air, l'hydrogène, ...).

**b- Les fluides incompressibles**

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure (masse volumique constante).

**Exemple:** les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile,..)

## VI-4. Les propriétés des fluides

**a- La densité:**

La Densité d'une substance est la quantité de matière contenue dans une unité de volume de cette substance:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (\text{Kg/m}^3)$$

**b- La densité relative:**

La densité relative représente la masse spécifique d'un corps exprimée par rapport à celle d'un corps de référence:

$$\rho = \frac{\rho}{\rho_{\text{référence}}} \quad (\text{Sans unité})$$

### c- Pression des fluides

À l'échelle moléculaire, un fluide au repos est composé de molécules leur vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  est nulle (résultant des interactions entre elles). Cette vitesse de particules est plus grande que la température est grande.

Lorsqu'on place un fluide dans un récipient avec des parois solide, les molécules vont entrer en collision avec ces parois. Si on calcule la moyenne de ces différentes impulsions, il en résulte une force moyenne dite force de pression.

### d- Théorème de Pascal

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

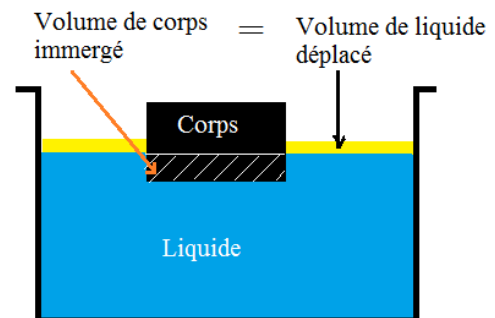
### e- Théorème d'Archimède

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps).

$$\pi_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot V_{\text{fluide déplacé}}$$

Alors:

$$\pi_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot V_{\text{corps immergé}}$$



### Exemple:

Une particule de diamètre 10 ( $\mu\text{m}$ ) et de masse volumique  $\rho = 8,5$  (Kg/l) descend dans un tube contenant de la glycérine.

- Calculer sa vitesse limite.

- Si on suppose que la longueur du tube  $L = 10$  (cm), déterminer le temps parcouru par la molécule.

On donne:  $\rho_{\text{glycérine}} = 1,32$  (Kg/l), viscosité de la glycérine  $\eta_{\text{glycérine}} = 0,83$  poise (1 poise =  $10^{-1} \text{Pa.s}$ ).  $g = 9.8$

### Solution:

D'après la deuxième loi de Newton:  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Pour un mouvement uniforme cette loi devient :  $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$

Qui nous donne :  $\vec{P} + \vec{F}_s + \vec{\pi}_A = \vec{0}$

Avec une simple projection sur l'axe YY', on obtient

$$P - F_s - \pi_A = 0 \Rightarrow mg - 6\pi\eta rv - m_{\text{fluide}}g = 0$$

$$m = V_{\text{bille}} \rho_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{bille}}$$

$$\text{Ou: } m_{\text{fluide}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{fluide déplacé}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{fluide}}$$

Par substitution, on a donc :

$$v = \frac{2r^2 g(\rho_{bille} - \rho_{fluide})}{9\eta} \quad \text{loi de Stokes}$$

$$v = \frac{2(5 \times 10^{-6})^2 9,8(8,5 - 1,32) \times 10^3}{9 \times 0,83 \times 10^{-1}} = 4,71 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

Si on suppose que  $L = 10 \text{ cm}$ , le temps de parcours pour la molécule est :  $L = vt \Rightarrow$

$$t = \frac{L}{v} = \frac{0,1}{4,7 \times 10^{-6}} = 354,61 \text{ min}$$

## VI-5. Les fluides statique

On dit qu'un fluide est en équilibre (au repos), si quel que soit le volume de fluide considéré, la résultante des forces agissant sur ce volume est nulle.

Ces forces sont :

- Les forces de pression.
- Le poids du volume du fluide étudié.

La loi fondamentale des fluides statique incompressibles et homogènes est donnée comme suite:

$$P_B + \rho g Z_B = P_A + \rho g Z_A$$

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g (Z_A - Z_B) = \rho g h$$

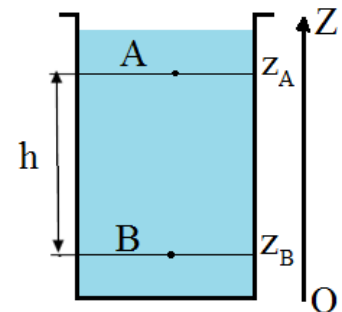
$\Delta P$ : La différence de pression entre deux points A et B

$\rho$ : La masse volumique de liquide

$g$ : L'intensité de la pesanteur

$h = Z_B - Z_A$ : différence d'hauteur entre deux points A et B

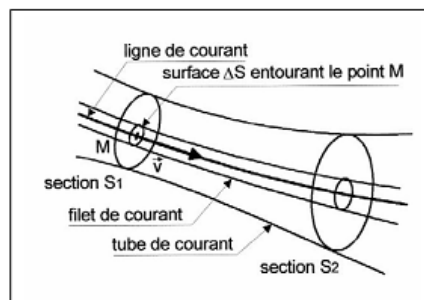
Finalement, comme la masse volumique est constante, la différence de pression entre deux points est proportionnelle à leur différence d'hauteur.



## VI-6. Les fluides dynamiques incompressibles

### 1- Définitions

Le principe de continuité exprime la conservation de masse, ce qui signifie qu'aucune matière de fluide ne peut être créée ni disparaître dans un volume donné.



## 2-Le Débit

Est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.

### a-Le débit massique

Si  $dm$  est la masse élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps  $dt$ , le débit-masse s'écrit :

$$Q_m = \frac{dm}{dt} \quad (\text{kg/S})$$

### b-Le débit volumique

Si  $dV$  est le volume élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps  $dt$ , le débit-volume s'écrit :

$$Q_V = \frac{dV}{dt} \quad (\text{m}^3/\text{S})$$

## 3-La relation entre le débit massique et le débit volumique

La masse volumique  $\rho$  est donnée par la relation:

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{Q_m \cdot dt}{Q_V \cdot dt} = \frac{Q_m}{Q_V} \Rightarrow Q_m = \rho \cdot Q_V$$

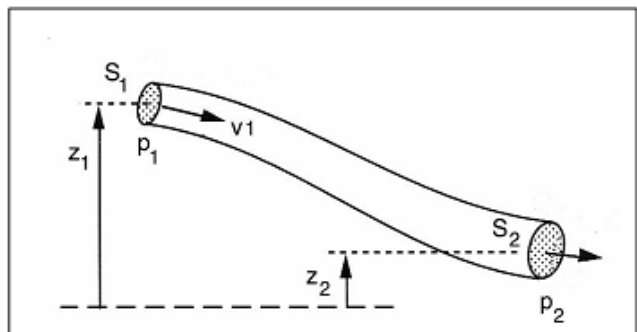
Dans un régime permanent le débit d'écoulement reste toujours constant), et l'équation de continuité s'écrit comme suit:

$$Q_V = \int \frac{dV}{dt} = \frac{V}{t} = \frac{x \cdot S}{t} = v \cdot S$$

Donc:  $Q_V = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$

## 4- Equation générale d'écoulement (Equation de Bernoulli)

Un régime d'écoulement est dit permanent ou stationnaire si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ..), ont des valeurs constantes au cours du temps.



### a- Cas des fluides parfaits (non visqueux)

L'équation de Bernoulli exprime que, tout le long d'un filet fluide en mouvement permanent (stationnaire), l'énergie totale par unité de poids du fluide reste constante, elle s'écrit :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = \text{constante}$$

$$P_1 + \rho g Z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g Z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = P_t = \text{Cst}$$

Si:  $Z_1 = Z_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$

### b- Cas des fluides réels (visqueux)

Dans le cas des fluides réels, l'énergie diminue dans la direction de l'écoulement. Ceci est dû à la nature visqueuse du fluide qui dissipe une partie de l'énergie: cette perte d'énergie est appelée *Perte de charge* et l'équation s'écrit :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h$$
$$P_1 + \rho g Z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g Z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta h$$

#### Remarque:

$P_t$ : est appelé la charge totale du tube de courant.

$P_1 + \rho g Z_1$ : est appelé pression statique.

$\frac{1}{2} \rho v_1^2$ : est appelé pression cinétique de liquide ou pression dynamique.

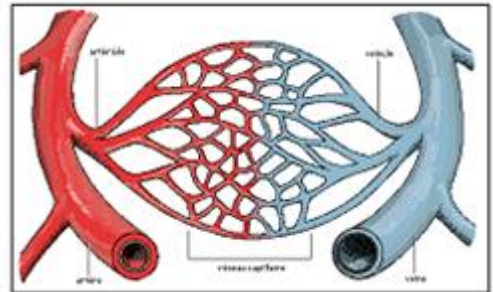
$\Delta h$ : est appelé le perte de charge, est du fait de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois de la section d'écoulement.

### IV-7. Application biologique de la mécanique des fluides: (Vitesse de circulation sanguine)

Le système circulatoire est composé de vaisseau de différents diamètres. D'après l'équation de continuité, le débit sanguin restera constant dans tout le réseau ce qui implique un changement de vitesse de circulation du sang.

D'après l'équation de continuité lorsque le sang passe de la veine de l'aorte à la veine puis au capillaire, la vitesse du sang devrait augmenter. Or lorsque l'on se coupe au bout du doigt, le sang coule plutôt lentement alors qu'un capillaire a été touché.

Comme la somme des sections de surfaces de tous les capillaires est supérieure à celui de l'aorte, si bien que le sang y circulera plus lentement. Lorsqu'un vaisseau sanguin se bouche, son diamètre diminue. En fonction de cette diminution, un médecin prendra la décision d'intervenir ou non. La question est donc de pouvoir mesurer la taille du rétrécissement sans avoir à ouvrir chaque vaisseau sanguin. Pour mesurer le diamètre du vaisseau bouché, on mesure la vitesse de circulation.



L'échographie permet de mesurer la taille du vaisseau en amont du rétrécissement. Le Doppler permet de mesurer la vitesse du sang. Grâce à l'équation de continuité, il devient alors facile de déterminer le diamètre du rétrécissement.

Le théorème de Bernoulli permet de calculer la différence de pression à l'endroit du rétrécissement. La pression totale étant constante, on a:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

D'après cette équation, on déduit que plus la sténose n'est pas serrée, plus la vitesse du sang à cet endroit sera élevée et plus la pression artérielle ne sera pas grande. C'est cela qui déclenchera la décision d'opérer ou non.