

Tableau récapitulatif des caractéristiques des files d'attente

Mesures	$M/M/1$	$M/M/c$	$M/M/1/K$	$M/M/c/K$
π_n	$\rho^n * \pi_0$	$\begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} * \pi_0 & \text{si } 0 \leq n < c \\ \frac{\rho^n}{c! * c^{n-c}} * \pi_0 & \text{si } n \geq c \end{cases}$	$\begin{cases} \rho^n * \pi_0 & \text{si } 1 \leq n \leq K \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} * \pi_0 & \text{si } 0 \leq n \leq c \\ \frac{\rho^n}{c! * c^{n-c}} * \pi_0 & \text{si } c \leq n \leq K \end{cases}$
π_0	$1 - \rho$	$\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \left(\frac{\rho^c}{c!} \cdot \frac{c}{c - \rho} \right) \right]^{-1}$	$\begin{cases} \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{K+1}} & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{K + 1} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \left(\frac{\rho^c}{c!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{K-c+1}}{1 - \frac{\rho}{c}} \right) \right]^{-1} & \text{si } \rho \neq c \\ \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + K - c + 1 \right]^{-1} & \text{si } \rho = c \end{cases}$
$P_w(\text{Attente})$	/	$\frac{\rho^c}{(c - 1)! * (c - \rho)} * \pi_0 = C(c, \rho)$	/	$\begin{cases} \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^{K-c+1}}{1 - \frac{\rho}{c}} & \text{si } \rho \neq c \\ \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * (K - c + 1) & \text{si } \rho = c \end{cases}$
$P_K(\text{Rejet})$	/	/	$\begin{cases} \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{K+1}} * \rho^K & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{K + 1} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$P_K = \frac{\rho^K}{c! * c^{K-c}} * \pi_0$
λ_e	/	/	$\lambda * (1 - P_K)$	$\lambda * (1 - P_K)$
L_Q	$\frac{\rho^2}{1 - \rho}$	$C(c, \rho) * \frac{\rho}{c - \rho}$	$\begin{cases} \frac{\rho}{1 - \rho} - \frac{\rho(K\rho^K + 1)}{1 - \rho^{K+1}} & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{K(K - 1)}{2(K + 1)} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{(K - c)(K - c + 1)}{2}$
L_S	ρ	ρ	$\rho * (1 - P_K)$	$\rho * (1 - P_K)$
L	$\frac{\rho}{1 - \rho}$	$\rho * \left(1 + \frac{C(c, \rho)}{c - \rho} \right)$	$\frac{\rho}{1 - \rho} - \frac{(K + 1)\rho^{K+1}}{1 - \rho^{K+1}}$	$L_Q + L_S$

W_Q	$\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$	$\frac{C(c, \rho)}{\mu(c-\rho)}$	$W - \frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\lambda_e} * \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{(K-c)(K-c+1)}{2}$
W_S	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$
W	$\frac{1}{\mu - \lambda}$	$\frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{C(c, \rho)}{c - \rho} \right)$	$\begin{cases} \frac{1}{\mu} * \left[\frac{1}{1 - \rho^K} - \frac{(K+1)\rho^{K+1}}{(1-\rho)(1-\rho^K)} \right] & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{K+1}{2\mu} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\frac{L}{\lambda_e}$

Paramètres

- λ : **Taux d'arrivés**. Le nombre moyen de clients qui arrivent dans le système par unité de temps.
- μ : **Taux de service**. Le nombre moyen de clients qu'un **seul serveur** peut traiter par unité de temps.
- λ_e : **Taux effectif d'arrivés**. Le nombre moyen de clients qui entrent **réellement** dans le système par unité de temps.
- ρ : **Facteur d'utilisation** ou **intensité de trafic**. La proportion du temps pendant lequel le serveur est occupé à rendre service. Pour un serveur unique, $\rho = \lambda/\mu$.

Probabilités d'états stationnaires

- π_0 : **Probabilité que la file d'attente soit vide**. C'est la probabilité qu'il n'y ait aucun client dans le système (ou bien la probabilité que le serveur ou tous les serveurs soient inactifs).
- π_n : **Probabilité qu'il y ait n clients dans le système**. C'est la probabilité qu'il y ait exactement n clients dans le système (en attente et en service).
- P_W : **Probabilité d'attente**. La probabilité qu'un client arrivant doive attendre avant d'être servi.
- P_K : **Probabilité de rejet**. La probabilité qu'un client arrivant **soit refusé** car la capacité maximale du système est atteinte.

Mesures de performance

- L_Q : **Nombre moyen de clients dans la file d'attente (longueur de la queue)**. C'est le nombre moyen de clients qui sont uniquement en attente.
- L_S : **Nombre moyen de clients en train d'être servis** (nombre moyen de serveurs occupés).
- $L = L_Q + L_S$: **Nombre moyen de clients dans le système**. C'est le nombre moyen de clients présents dans l'ensemble du système, y compris ceux qui sont en attente dans la file et ceux qui sont en cours de service.
- W_Q : **Temps moyen d'attente dans la file**. C'est le temps moyen qu'un client passe à attendre avant que son service ne commence.
- W_S : **Temps moyen de service**. C'est le temps moyen qu'il faut à un serveur pour traiter un client.
- $W = W_Q + W_S$: **Temps moyen de séjour dans le système**. C'est le temps total moyen qu'un client passe dans le système, de son arrivée jusqu'à la fin de son service. Il inclut le temps d'attente et le temps de service.