

## Tableau récapitulatif des caractéristiques des files d'attente

Mesures	$M/M/1$	$M/M/c$	$M/M/1/K$	$M/M/c/K$
$\pi_n$	$\rho^n * \pi_0$	$\begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} * \pi_0 & \text{si } 0 \leq n < c \\ \frac{\rho^n}{c! * c^{n-c}} * \pi_0 & \text{si } n \geq c \end{cases}$	$\begin{cases} \rho^n * \pi_0 & \text{si } 1 \leq n \leq K \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} * \pi_0 & \text{si } 0 \leq n \leq c \\ \frac{\rho^n}{c! * c^{n-c}} * \pi_0 & \text{si } c \leq n \leq K \end{cases}$
$\pi_0$	$1 - \rho$	$\left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \left( \frac{\rho^c}{c!} \cdot \frac{c}{c-\rho} \right) \right]^{-1}$	$\begin{cases} \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{K+1} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \left( \frac{\rho^c}{c!} \cdot \frac{1 - \left( \frac{\rho}{c} \right)^{K-c+1}}{1 - \frac{\rho}{c}} \right) \right]^{-1} & \text{si } \rho \neq c \\ \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + K - c + 1 \right]^{-1} & \text{si } \rho = c \end{cases}$
$P_w(\text{Attente})$	/	$\frac{\rho^c}{(c-1)! * (c-\rho)} * \pi_0 = C(c, \rho)$	/	$\begin{cases} \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{1 - \left( \frac{\rho}{c} \right)^{K-c+1}}{1 - \frac{\rho}{c}} & \text{si } \rho \neq c \\ \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * (K - c + 1) & \text{si } \rho = c \end{cases}$
$P_K(\text{Rejet})$	/	/	$\begin{cases} \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} * \rho^K & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{K+1} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$P_K = \frac{\rho^K}{c! * c^{K-c}} * \pi_0$
$\lambda_e$	/	/	$\lambda * (1 - P_K)$	$\lambda * (1 - P_K)$
$L_Q$	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$C(c, \rho) * \frac{\rho}{c-\rho}$	$\begin{cases} \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho(K\rho^K + 1)}{1-\rho^{K+1}} & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{K(K-1)}{2(K+1)} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{(K-c)(K-c+1)}{2}$
$L_S$	$\rho$	$\rho$	$\rho * (1 - P_K)$	$\rho * (1 - P_K)$
$L$	$\frac{\rho}{1-\rho}$	$\rho * \left( 1 + \frac{C(c, \rho)}{c-\rho} \right)$	$\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(K+1)\rho^{K+1}}{1-\rho^{K+1}}$	$L_Q + L_S$

$W_Q$	$\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$	$\frac{C(c,\rho)}{\mu(c-\rho)}$	$W - \frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\lambda_e} * \pi_0 * \frac{\rho^c}{c!} * \frac{(K-c)(K-c+1)}{2}$
$W_S$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$
$W$	$\frac{1}{\mu - \lambda}$	$\frac{1}{\mu} \left( 1 + \frac{C(c,\rho)}{c-\rho} \right)$	$\begin{cases} \frac{1}{\mu} * \left[ \frac{1}{1-\rho^K} - \frac{(K+1)\rho^{K+1}}{(1-\rho)(1-\rho^K)} \right] & \text{si } \rho \neq 1 \\ \frac{K+1}{2\mu} & \text{si } \rho = 1 \end{cases}$	$\frac{L}{\lambda_e}$

## Paramètres

- $\lambda$  : **Taux d'arrivés.** Le nombre moyen de clients qui arrivent dans le système par unité de temps.
- $\mu$  : **Taux de service.** Le nombre moyen de clients qu'un **seul serveur** peut traiter par unité de temps.
- $\lambda_e$ : **Taux effectif d'arrivés.** Le nombre moyen de clients qui entrent **réellement** dans le système par unité de temps.
- $\rho$ : **Facteur d'utilisation ou intensité de trafic.** La proportion du temps pendant lequel le serveur est occupé à rendre service. Pour un serveur unique,  $\rho = \lambda/\mu$ .

## Probabilités d'états stationnaires

- $\pi_0$ : **Probabilité que la file d'attente soit vide.** C'est la probabilité qu'il n'y ait aucun client dans le système (ou bien la probabilité que le serveur ou tous les serveurs soient inactifs).
- $P_w$ : **Probabilité d'attente.** La probabilité qu'un client arrivant doive attendre avant d'être servi.
- $\pi_n$ : **Probabilité qu'il y ait  $n$  clients dans le système.** C'est la probabilité qu'il y ait exactement  $n$  clients dans le système (en attente et en service).
- $P_K$ : **Probabilité de rejet:** La probabilité qu'un client arrivant **soit refusé** car la capacité maximale du système est atteinte.

## Mesures de performance

- $L_Q$ : **Nombre moyen de clients dans la file d'attente (longueur de la queue).** C'est le nombre moyen de clients qui sont uniquement en attente..
- $W_Q$ : **Temps moyen d'attente dans la file.** C'est le temps moyen qu'un client passe à attendre avant que son service ne commence.
- $L_S$ : **Nombre moyen de clients en train d'être servis** (nombre moyen de serveurs occupés).
- $W_S$ : **Temps moyen de service.** C'est le temps moyen qu'il faut à un serveur pour traiter un client.
- $L = L_Q + L_S$ : **Nombre moyen de clients dans le système.** C'est le nombre moyen de clients présents dans l'ensemble du système, y compris ceux qui sont en attente dans la file et ceux qui sont en cours de service.
- $W = W_Q + W_S$ : **Temps moyen de séjour dans le système.** C'est le temps total moyen qu'un client passe dans le système, de son arrivée jusqu'à la fin de son service. Il inclut le temps d'attente et le temps de service.