

Série de TD No. 03

Exercice 01: Dessiner les domaines D et calculer les intégrales doubles suivantes:

$$I_1 = \iint_D e^{x+y} dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}.$$

$$I_2 = \iint_D (x + y) dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}.$$

$$I_3 = \iint_D (xy) dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1-x}{1+x}\}.$$

$$I_4 = \iint_D (xy) dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 2, x^2 - 1 \leq y \leq x + 2\}.$$

$$I_5 = \iint_D y dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

$$I_6 = \iint_D xy \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq x, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

$$I_7 = \iint_D dx dy, \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}.$$

Les intégrales: I_3, I_4, I_6 sont laissées aux étudiants.

Exercice 02: Calculer les intégrales suivantes:

$$I_1 = \iiint_D x \cos y dx dy dz, \text{ où } D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq z \leq 1\}.$$

$$I_2 = \iiint_D xyz dx dy dz, \text{ où } D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1 - y - z\}.$$

$$I_3 = \iiint_D z^2 dx dy dz, \text{ où } D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - a^2 \leq 0\}.$$