

## Interrogation

**Exercice 01:** Soit  $(u_n)_n$  une suite réelle définie par:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

1. Calculer  $S_n = \sum_{k=2}^n u_k$ .
2. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .
3. Dédire la nature de la série  $\sum_{n \geq 1} u_n$ .
4. Dédire la somme de la série  $\sum_{n \geq 1} u_n$ .

**Exercice 02:** Étudier la nature des séries numériques suivantes:

$$1) \sum_{n \geq 0} n e^{-n}, \quad 2) \sum_{n \geq 0} \frac{2n+3}{n+1}, \quad 3) \sum_{n \geq 0} \left( \frac{1}{1+\sqrt{n}} \right)^n, \quad 4) \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n^3+1}.$$

**Exercice 03:** Déterminer le rayon et l'intervalle de convergence des séries entières suivantes:

$$1) \sum_{n \geq 0} \frac{2^n}{2n+1} x^{3n+1}, \quad 2) \sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^2-1} x^n.$$