

Interrogation

Exercice 01: Soit $(u_n)_n$ une suite réelle définie par:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

1. Calculer $S_n = \sum_{k=2}^n u_k$.
2. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
3. Déduire la nature de la série $\sum_{n \geq 1} u_n$.
4. Déduire la somme de la série $\sum_{n \geq 1} u_n$.

Exercice 02: Étudier la nature des séries numériques suivantes:

$$1) \sum_{n \geq 0} n e^{-n}, \quad 2) \sum_{n \geq 0} \frac{2n+3}{n+1}, \quad 3) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{1+\sqrt{n}} \right)^n, \quad 4) \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n^3+1}.$$

Exercice 03: Déterminer le rayon et l'intervalle de convergence des séries entières suivantes:

$$1) \sum_{n \geq 0} \frac{2^n}{2n+1} x^{3n+1}, \quad 2) \sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^2-1} x^n.$$