Partie B : Ondes
Chapitre N°1
Phénomènes de propagation à une dimension

I.1. Introduction

Ce chapitre comporte une introduction aux phénomènes de propagation des ondes, en particulier à une dimension. Au début, sont présentées les généralités et les définitions de base. Ensuite, l´équation de propagation est abordée avec la méthode de résolution pour aboutir à la solution générale.

I.2. Généralités et définitions de base

I.2.1 Concept d'onde

Le concept d'onde permet de parler de phénomènes comme les vagues à la surface de l'eau (ondes mécaniques), le son (ondes sonores ou acoustiques) et la lumière (ondes électromagnétiques). une onde est caractérisée par **son amplitude** S**(r,t),** définie en tous points de l'espace-temps. Selon le type de phénomène, l´amplitude de l´onde peut être soit un scalaire, un tenseur ou deux champs couples (Ondes électromagnétiques).

I.2.2 Différents types d'ondes

- **Ondes planes :** La grandeur physique qui se propage possède à chaque instant la même valeur en tout point d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

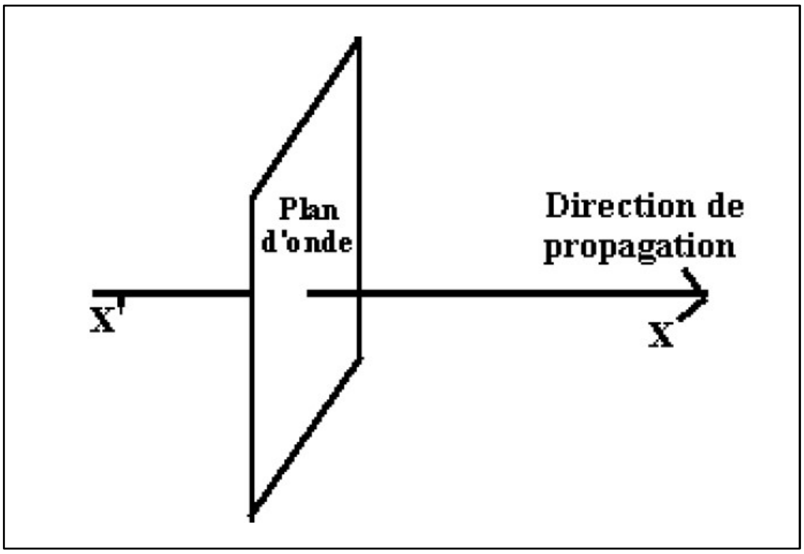

Fig. VI.1 : Onde Plane

- **Ondes longitudinales :** La grandeur physique $\vec{S}$ qui se propage possède une seule composante dans la direction de propagation :

Si la direction de propagation est XX' : $\vec{S} = \begin{pmatrix} S_X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

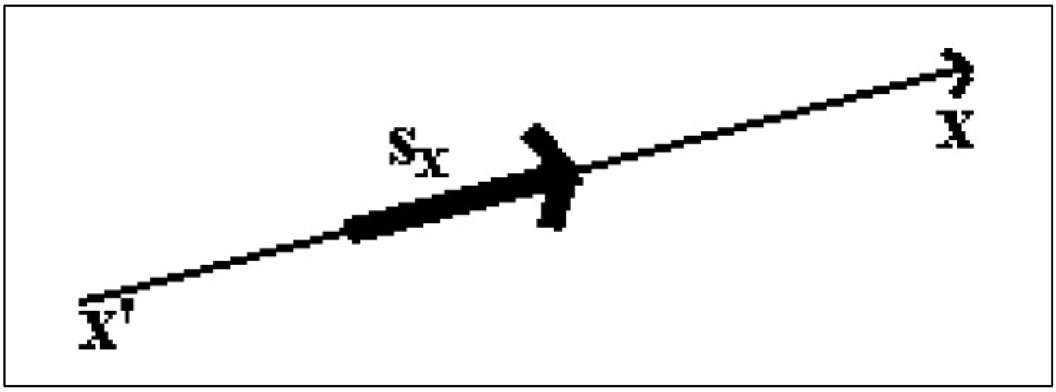

Fig. VI.2 : Onde Longitudinale

- **Ondes transversales :** La grandeur physique $\vec{S}$ ne possède pas de composante selon la direction de propagation :

Si la direction de propagation est XX' : $\vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ S_Y \\ S_Z \end{pmatrix}$

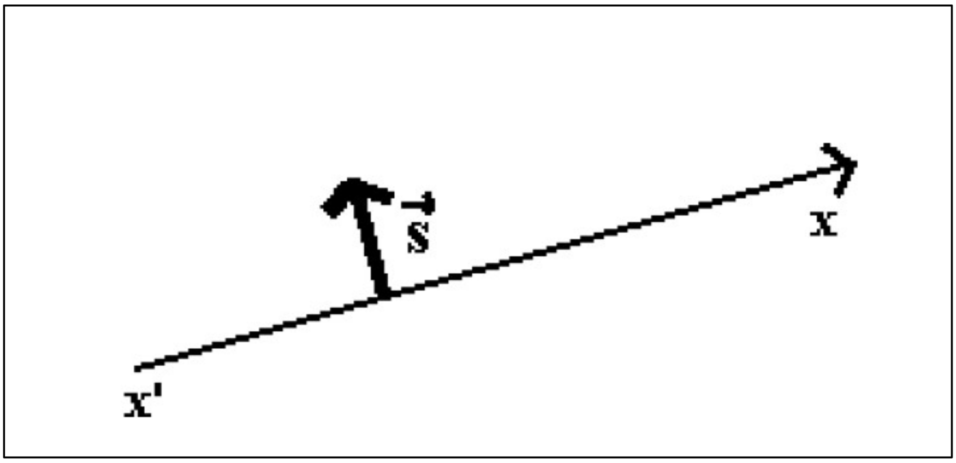

Fig. VI.3 : Onde Transversale

- **Ondes progressives :** La grandeur physique $\vec{S}$ se propage dans une direction. Il n'y a pas d'ondes dans le sens opposé.
- **Ondes stationnaires :** La grandeur physique $\vec{S}$ ne se propage pas, mais son amplitude peut dépendre de la position.
- **Ondes planes polarisées :**
  - ✓ Rectilignement (Par exemple : $S_X = 0$; $S_Y \neq 0$; $S_Z = 0$)
  - ✓ Circulairement (Par exemple : $S_X = 0$; $S_Y \neq 0$; $S_Z \neq 0$ **avec** $S_Y^2 + S_Z^2 = cst$)
  - ✓ Elliptiquement (Par exemple : $S_X = 0$;$S_Y \neq 0$;$S_Z \neq 0$ **avec** $aS_Y^2 + bS_Z^2 = cst$)

I.3. Equation de propagation

L'équation de propagation d'une onde caractérisée par la grandeur scalaire S(x,t) et se

Propageant dans la direction Ox s'écrit sous la forme:

$$\frac{\partial^2 S(X,t)}{\partial X^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S(X,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad \textbf{(1)}$$

Remarque : Le phénomène de propagation ne doit pas être confondu avec un déplacement de matière.

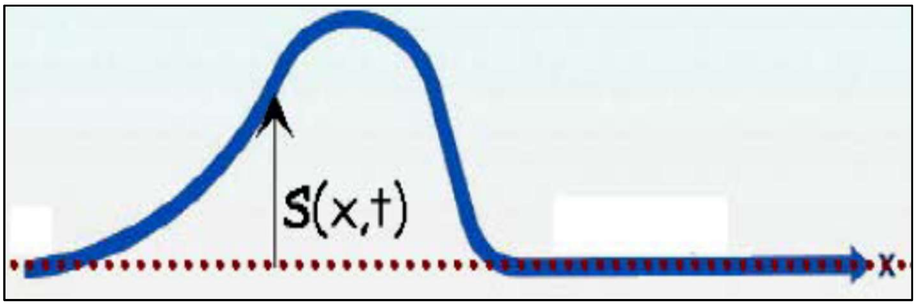

Fig. VI.4 : Propagation de l'onde S(X,t)

I.4. Solution de l'équation de propagation

I.4.1 Solution générale

Les solutions de l'équation de propagation s'écrivent :

$$S(X,t) = f\left(t - \frac{X}{v}\right) + g\left(t + \frac{X}{v}\right) \qquad \textbf{(2)}$$

- La fonction $\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{t}-\frac{X}{v}\right)$ est un signal qui se déplace dans le sens des x positifs.
- La fonction $\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{t}+\frac{X}{v}\right)$ est un signal qui se déplace dans le sens des x négatifs.

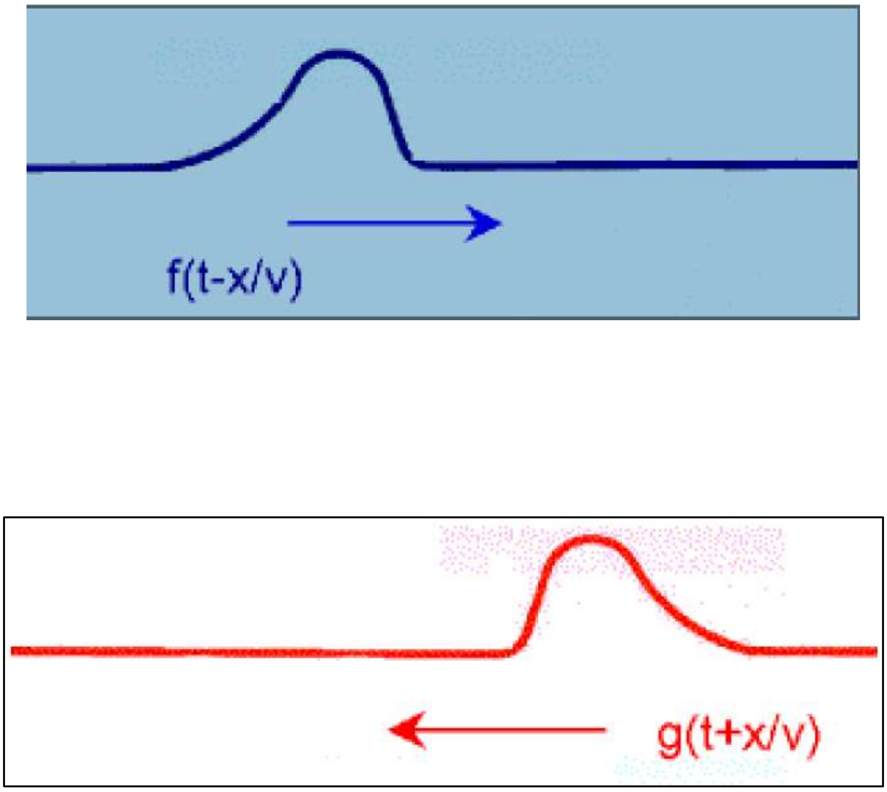

Fig. VI.5 : Signaux f(t-X/v) et f(t+X/v)

I.5. Onde progressive sinusoïdale

Les ondes les plus intéressantes sont celles qui sont périodiques, en particulier les ondes harmoniques décrites par des fonctions sinusoïdales :

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}\sin(\boldsymbol{\omega t} \pm \boldsymbol{kX}) = \boldsymbol{A}\sin\boldsymbol{\omega}\left(\boldsymbol{t} \pm \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{X}\right) \qquad \textbf{(3)}$$

- $\boldsymbol{\omega}$ **:** Pulsation de l'onde.
- $\boldsymbol{k}$ **:** Norme du vecteur d'onde (Facteur de propagation).
- $\boldsymbol{T} = \frac{2\pi}{\omega}$ **:** Période temporelle de l'onde.

- $\boldsymbol{f = \frac{\omega}{2\pi}}$ **:** Fréquence de l'onde.
- $\boldsymbol{v = \frac{\omega}{k}}$ **:** Célérité de l'onde.
- $\boldsymbol{\lambda = \frac{2\pi}{k} = \lambda T}$ **:** Période spatiale de l'onde (Longueur d'onde).

L'onde peut être écrite en mettant en évidence les deux périodes spatiale et temporelle :

$$\boldsymbol{S(X,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t \pm \frac{2\pi}{\lambda}X\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{X}{\lambda}\right)} \quad \textbf{(4)}$$

I.6. Superposition de deux ondes progressives sinusoïdales

La résultante de la rencontre de deux ondes est une simple addition des composantes. Les deux ondes se superposent mais gardent leur forme initiale. Après leur rencontre, les deux ondes reprennent leur déplacement comme avant.

L'onde physique est donc la superposition de deux ondes, on définit alors :

- $\boldsymbol{v_\varphi = \frac{\omega}{k}}$ **:** Vitesse de phase (Vitesse de onde harmonique de frequence egale a la frequence moyenne des ondes constitutives).
- $\boldsymbol{v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}}$ **:** Vitesse de groupe (Vitesse du groupement des ondes)

Une onde stationnaire résulte de la superposition de deux ondes progressives de même fréquence se propageant en sens contraire. Pour des ondes de même amplitude, elle s'écrit :

$$\boldsymbol{S(X,t) = 2A_0\sin(\omega t + \varphi)\cos(kX)} \quad \textbf{(5)}$$

- Les **nœuds** sont les points d'amplitude minimum $\mathbf{A_m}$ et leur position est donnée par : $\boldsymbol{X = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}}$
- Les **ventres** sont les points d'amplitude maximale $\mathbf{A_M}$ et leur position est donnée par : $\boldsymbol{X = n\frac{\lambda}{2}}$ **.**
- Deux nœuds ou deux ventres successifs sont séparés de $\boldsymbol{\frac{\lambda}{2}}$ **.**
- Le taux d'ondes stationnaires est le rapport $\boldsymbol{\frac{A_M}{A_m}}$ **.**