

## Partie B : Ondes

### Chapitre N°3

### Ondes acoustiques dans les fluides

#### **II.1. Introduction**

L'acoustique est la science des ondes sonores dont nous pouvons percevoir une partie avec nos oreilles. La physique des ondes sonores ne se limite pas à la propagation du son dans l'air car on peut, avec les mêmes équations, décrire les ondes sonores dans tous les fluides, liquides ou gaz. Malgré la complexité de la description des fluides en mouvement, l'équation d'onde acoustique est la plus simple qui soit, tant que les variations de pression sont petites par rapport à la pression atmosphérique.

Les ondes acoustiques sont des ondes élastiques qui se propagent dans les fluides (gaz ou liquides). Il est donc possible d'obtenir l'équation d'onde qui régit la propagation des ondes planes dans un fluide par la même démarche que celle que nous avons utilisée pour établir l'équation de propagation des ondes transversales dans une corde.

Dans la suite, nous utiliserons les symboles suivants pour étudier l'onde acoustique :

$\rho_0$  : masse volumique du fluide à l'équilibre

P : pression instantanée en un point quelconque

$P_0$  : pression à l'équilibre

$p = P - P_0$  : surpression ou pression acoustique

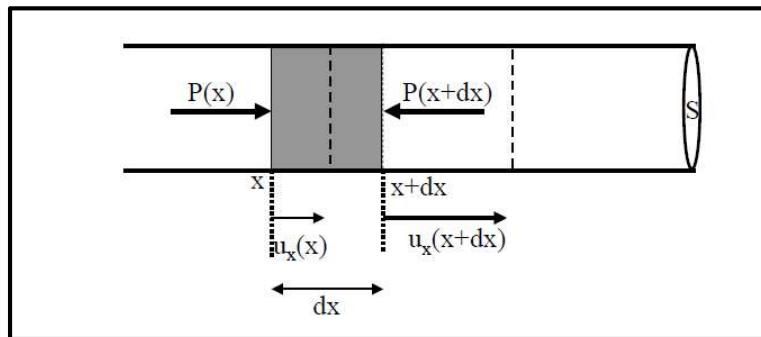
#### **II.2. Equation des ondes**

Considérons le cas d'une onde plane émise dans un fluide par une membrane vibrante plane. Lorsque celle-ci est au repos, la pression dans le fluide est uniforme et égale à  $P_0$ . En se déplaçant, par exemple dans le sens des x positifs, la membrane comprime la couche de fluide adjacente. Cette situation est instable : le fluide se détend en comprimant à son tour la tranche voisine. L'onde progresse ainsi de proche en proche par une succession de compressions et de détentes.

L'équation de propagation de l'onde sonore se propageant dans la direction **Ox** s'écrit sous la forme:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$V$  : est la vitesse de propagation  $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi}}$        $\chi$  : est le coefficient de compressibilité.



Propagation d'une onde acoustique

### II.3. Vitesse du son

Le phénomène de propagation étant un processus adiabatique, la relation liant la pression et le volume est donnée par la relation suivante :

$$P v^\gamma = \text{constante} \quad (2)$$

En tenant compte de la définition du module de compressibilité, on obtient :

$$\frac{1}{\chi} = \gamma P_0 \quad \Rightarrow \quad \chi = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (3)$$

D'où la vitesse du son dans un fluide est :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \quad (4)$$

### II.4. Onde progressive sinusoïdale

#### II.4.1 Définition

Une onde acoustique sinusoïdale, s'écrit sous la forme :

$$P(x, t) = P_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] = P_0 \cos(\omega t - kx) \quad (5)$$

Le module du vecteur d'onde est représenté par  $k$  :  $k = \frac{\omega}{c}$

En notation complexe, l'onde progressive sinusoïdale s'écrit :

$$P(x, y) = P_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad (6)$$

La pression acoustique étant définie par :  $P = -k \frac{\partial u}{\partial x}$

$$u(x, t) = \frac{P_0}{i\omega\rho_0 c} e^{i(\omega t - kx)} \quad (7)$$

On constate que pour une onde progressive la vitesse de particules est en phase avec la pression acoustique.

#### II.4.2 Impédance

L'impédance acoustique est défini par le rapport de l'amplitude complexe de la pression à l'amplitude complexe de la vitesse :

$$Z(x) = \frac{P}{u} \quad (8)$$

Dans le cas d'une onde progressive :

$$Z(x) = \rho_0 c \quad (9)$$

Or l'impédance acoustique caractéristique du fluide est défini par :  $Z_C = \rho_0 c$

On obtient une propriété de l'onde acoustique plane progressive :

$$Z(x) = \rho_0 c = Z_C = \text{constante} \quad (10)$$

#### II.4.3 Energies et densités d'énergies

L'énergie cinétique d'une onde acoustique et sa densité sont définies par :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_0 v_0 \dot{u}^2 \quad (11)$$

$$\epsilon_C = \frac{1}{2} \rho_0 \dot{u}^2 \quad (12)$$

L'énergie potentielle emmagasinée et sa densité peuvent être calculées par :

$$E_p = \frac{v_0}{2k} P^2 \quad \epsilon_p = \frac{1}{2k} P^2 \quad (13)$$

La densité d'énergie totale :

$$\epsilon = \frac{1}{2} \rho_0 \dot{u}^2 + \frac{1}{2k} P^2 \quad (14)$$

Dans le cas d'une onde acoustique plane progressive sinusoïdale ;

$$\epsilon(x, t) = \frac{1}{2\rho_0 V^2} P_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \quad (15)$$

## II.4.6 Intensité de l'onde

On appelle intensité de l'onde acoustique la puissance qui traverse, par unité de temps, une surface unité perpendiculaire à la direction de propagation :

$$I(x, t) = \frac{P_0}{\rho_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \quad I_{moy} = \frac{P_0^2}{2Zc} \quad (16)$$

## II.5. Réflexion et transmission

Soit deux milieux fluides semi-infinis séparés par une surface plane. Lorsqu'une onde acoustique provenant de  $-\infty$ , se propageant dans le premier dans la direction de l'axe des  $x$  arrive à la surface de séparation, elle donne naissance à deux ondes :

- une onde réfléchie qui se propage dans le premier milieu dans le sens des  $x$  décroissants.
- une onde transmise qui se propage dans le second milieu dans le sens des  $x$  croissants.

L'onde résultante dans le premier milieu  $x \leq 0$  est caractérisée par :

$$P_1(x, y) = P_i e^{i(\omega t - kx)} + P_r e^{i(\omega t - kx)} \quad (17)$$

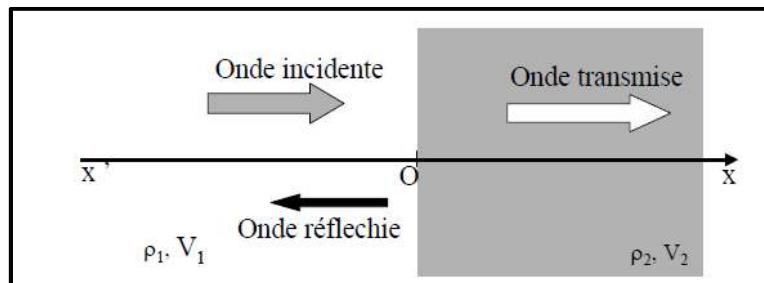
Dans le deuxième milieu  $x \geq 0$ , on a :

$$P_2(x, y) = P_t e^{i(\omega t - kx)} \quad (18)$$

Les coefficients de transmission et de réflexion sont définis par :  $\rho_P = \frac{P_r}{P_i}$      $\tau_P = \frac{P_t}{P_i}$

On en déduit :

$$\rho_P = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad \tau_P = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \rho_u = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \tau_u = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (19)$$



Réflexion à l'interface fluide-fluide