I. BOUTANA-HAFSAOUI

Partie B : Ondes
Chapitre N°2
Cordes vibrantes

II.1. Introduction

Ce chapitre comporte une étude simplifiée des phénomènes de propagation des ondes transversales, à une dimension, le long d´une corde.

On considère une corde tendue, rectiligne selon la coordonnée x, et on étudie la propagation d'un faible ébranlement le long de la corde suivant l'axe $0y$.

II.2. Equation des ondes

Un exemple d´ondes mécaniques transversales est la propagation d´une oscillation le long d´une corde.

Dans le cas de corde de longueur infinie, l´onde progressive n´est pas perturbée et aucune réflexion n´est observée.

Quand la longueur de la corde est finie, les vibrations transversales ne peuvent pas se propager au-delà de son ou ses extrémités fixées et donnent nécessairement naissance à une onde réfléchie. Il y a donc formation d´onde stationnaire.

L'équation de propagation de l'onde d´une corde vibrante se propageant dans la direction Ox s'écrit sous la forme:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

c : est la célérité donnée par : $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Avec :

T : La tension considérée constante [N].

μ : La masse linéique (par unité de longueur) de la corde [kg/m].

hafsaoui@univ-jijel.dz

Remarque : C'est l'équation d'Alembert, appelée aussi équation des cordes vibrantes.

II.3. Ondes progressives harmoniques

Si la corde est homogène de longueur infinie, de masse linéique μ et tendue par une tension **T**.

Dans le cas où on considère à **x=0** un mouvement sinusoïdal :

$$y(0,t) = a\cos\omega t$$

Le mouvement de la corde obéit à l'équation d'Alembert (1) avec :

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

La solution est une onde transversale se propageant le long de la corde à la vitesse c.

$$y(x,t) = a\cos(\omega t - kx) \qquad \textbf{(2)}$$

II.4. Oscillations libres d'une corde de longueur finie

Considérant une corde homogène de longueur **L**, de masse linéique μ, fixée à ses deux extrémités et tendue par une tension **T.**

L'élongation reste nulle à tout instant en **x=0 et x=L** :

$$y(0,t) = y(L,t) = 0$$

Les conditions initiales : $\begin{cases} y(x,0) = y(x) \\ \left.\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = v(x) \end{cases}$

$$y(x,t) = Y\cos(\omega t + \theta)\cos(kx + \psi) \qquad \textbf{(3)}$$

II.5. Réflexion et transmission

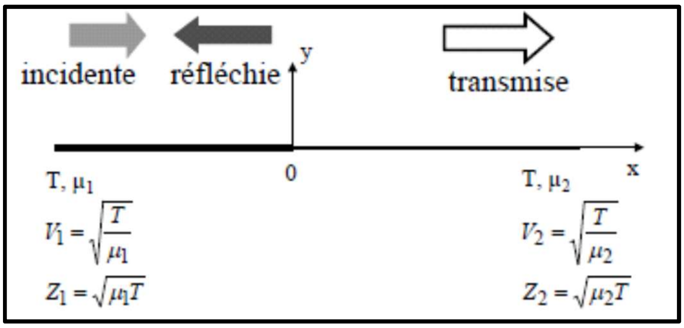
Soit deux cordes de longueur semi-infinie, reliées en . Leurs masses linéiques sont respectivement μ_1 et μ_2 . Lorsqu'une onde venant de **-∞** se propage vers **x=0** dans la première corde, elle donne naissance au point de jonction **x=0**, à une onde réfléchie et une onde transmise.

L'écriture de la continuité du déplacement et de la force en **x**=0, permet d'obtenir le coefficient de réflexion ρ et le coefficient de transmission τ définis respectivement par :

$$\boldsymbol{\rho = \frac{Y_r}{Y_i} \quad \tau = \frac{Y_t}{Y_i}}$$

$\boldsymbol{Y_i}$,$\boldsymbol{Y_r}$ et $\boldsymbol{Y_t}$ sont les amplitudes des déplacements associés respectivement à l'onde incidente, l'onde réfléchie et l'onde transmise. On en déduit :

$$\boldsymbol{\rho = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \tau = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}}$$



Réflexion transmission dans deux cordes semi-infinies