

Travaux dirigés N°8

Exercice 01

Soit une corde vibrant transversalement dans le plan **XOY**. L'équation de mouvement est de forme : $y = f(x, t)$. Soient **T** et μ , la tension et la masse linéique de la corde à l'équilibre.

1. Ecrire l'équation de propagation de l'onde et en déduire la célérité **c** des oscillations.
2. On considère que l'oscillation originale est sinusoïdale, déterminer les solutions de l'équation de propagation en utilisant la méthode des séparations des variables.
3. Maintenant la corde est fixée par les deux extrémités de distance **a**, lâchée sans vitesse initiale.

Déterminer la forme de la solution générale et montrer que les fréquences de vibration de la corde sont multiples entier d'une fréquence fondamentale **f₁**. Calculer la tension **T** de la corde.

$$\text{A.N : } a = 63\text{cm} \quad \rho = 1200\text{ kg/m}^3 \quad S = 0,42\text{mm}^2 \quad f_1 = 147\text{Hz}$$

Exercice 02

I. Soit une corde de longueur **L = 63 cm** et de masse linéique $\mu = 2.10^{-2}\text{ kg/m}$. Cette corde est fixée en ses extrémités (les points **x=0** et **x=L** de l'axe **OX**) et tendue avec la tension **T₀**. La célérité des ondes transversales de la corde est **c = 500 m/s**.

1. Calculer la valeur de la tension **T₀**.
2. Ecrire l'équation d'onde d'Alembert vérifiée par le déplacement **s(x, t)**.

II. On considère l'onde stationnaire :

$$s_1(x, t) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \cos(\omega_1 t)$$

1. Montrer que la fonction d'onde **s₁(x, t)** est solution de l'équation d'Alembert de la question **I.2** pour une valeur de ω_1 que l'on déterminera littéralement en fonction de **L** et **c** puis on la calculera numériquement.
2. Déterminer littéralement et numériquement la fréquence **f₁** et la période **T₁** de cette onde.
3. Dessiner l'aspect de la corde vibrante.

III. On considère l'onde stationnaire :

$$s_2(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \sin(\omega_2 t)$$

1. Montrer que la fonction d'onde **s₂(x, t)** est solution de l'équation d'Alembert de la question **I.2** pour une valeur de ω_2 que l'on déterminera littéralement et numériquement.
2. Déterminer littéralement et numériquement la fréquence **f₂** et la période **T₂** de cette onde.

IV. On considère l'onde :

$$s(x, t) = A \left[\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \cos(\omega_1 t) + \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \sin(\omega_2 t) \right]$$

Où ω_1 et ω_2 sont les valeurs déterminées ci-dessus.

Montrer que **s(x, t)** est solution de l'équation d'onde de la question **I.2**.