

Traitement avancé du signal
Série d'exercices n° 1

Exercice 1

Déterminer la transformée en z de chacune des séquences suivantes et indiquer le domaine de convergence :

- a) $\delta(n + 5)$ b) $\delta(n - 5)$
c) $(-1)^n u(n)$ d) $(1/2)^{n+1} u(n+3)$
e) $(-1/3)^n u(-n-2)$ f) $(1/4)^n u(3 - n)$
g) $2^n u(-n) + (1/4)^n u(n - 1)$ h) $(1/3)^n - 2u(n - 2)$

Exercice 2

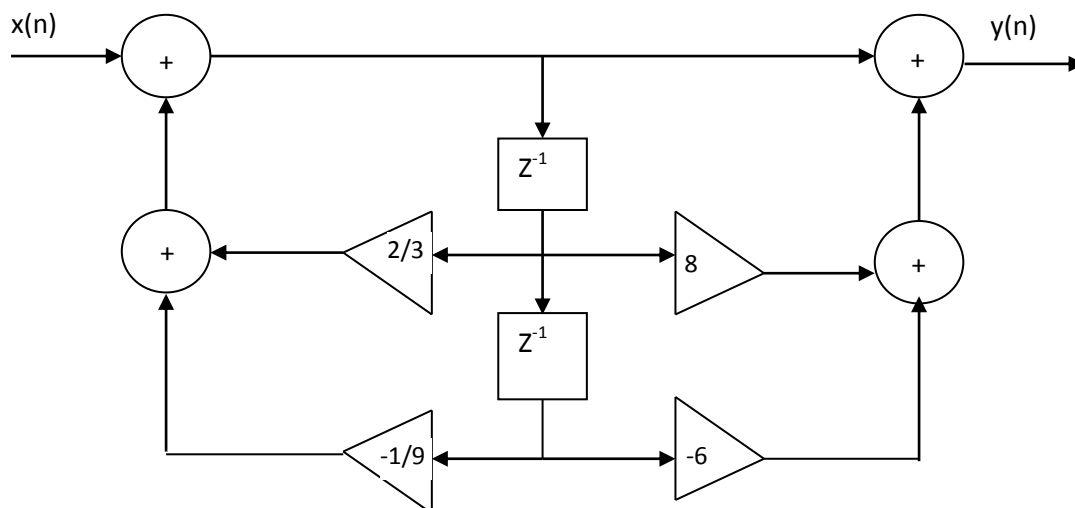
Déterminer la transformée en Z inverse des fonctions suivantes en utilisant la décomposition en fractions simples :

- a) $X(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}, \quad |z| > \frac{1}{2}$ b) $X(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}, \quad |z| < \frac{1}{2}$
c) $X(z) = \frac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, \quad |z| > \frac{1}{2}$ d) $X(z) = \frac{z^{-1} - \frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)^2}, \quad |z| > \frac{1}{2}$

Exercice 3

Considérons un système linéaire causal temps-invariant dont l'entrée $x(n]$ et la sortie $y[n)$ sont reliées selon le schéma bloc représenté sur la figure 1.

- a) Déterminer l'équation aux différences reliant $x[n)$ et $y[n)$.
b) Le système est-il stable ?



Exercice 4

Un système linéaire est décrit par l'équation aux différences suivante :

$$y[n) = y[n - 1] - 0.5 y[n - 2] + x[n) + x[n - 1]$$

- a) Déterminer la fonction de transfert du système.

b) Déterminer la réponse impulsionnelle du système.

Exercice 5

On veut synthétiser un filtre numérique passe bas en utilisant le modèle de filtre analogique de Butterworth et la transformation bilinéaire. Les spécifications du filtre sont comme suit :

Fréquence d'échantillonnage : 10000 Hz

Bande passante : de 0 à 1000 Hz avec une oscillation de moins de 1 dB

Domaine d'arrêt : de 1500 Hz 5000 Hz supérieur à 15 dB

1. Déterminer la fonction de transfert $H(z)$ du filtre qui satisfait aux spécifications précédentes.
2. Dessiner la structure en cascade pour la réalisation ce filtre.

Exercice 6

Soit $h(n)$ la réponse impulsionnelle d'un filtre RIF avec $h(n)=0$ pour $n<0$ et $n>N$. Supposons que $h(n)$ est réelle. On désire que le filtre soit à phase linéaire en imposant une certaine condition de symétrie à la réponse impulsionnelle $h(n)$.

La réponse en fréquence du filtre peut être exprimée comme :

$$H(e^{j\omega}) = \hat{H}(e^{j\omega}) e^{j\theta(\omega)}$$

où $\hat{H}(e^{j\omega})$ est réel.

- (1) Trouver $\theta(\omega)$ pour $0 \leq \omega \leq \pi$ lorsque $h(n)$ satisfait la condition

$$h(n) = h(N-1-n)$$

- (2) Trouver $\theta(\omega)$ pour $0 \leq \omega \leq \pi$ lorsque $h(n)$ satisfait la condition

$$h(n) = -h(N-1-n)$$