

II-1. Introduction

Un simulateur électrique est un programme informatique, qui à partir de la description d'un circuit et de ces variables d'excitation permet de calculer n'importe quelle caractéristique ou variable électrique (tension, courant, impédance...), en importe quel endroit d'un circuit et quelles que soit les excitations appliquées. Ce programme est capable d'analyser la topologie d'un circuit et d'y appliquer les lois fondamentales des réseaux électriques. Pour ce fait, il doit connaître le fonctionnement de chaque composant de circuit. En effet, il permet d'étudier le comportement et l'évolution du système.

Grâce à un simulateur électrique, on peut directement vérifier la conformité des résultats qui sont passés par l'élaboration du prototype. L'objectif des simulateurs électriques est d'essayer d'analyser des circuits de grande complexité (plusieurs milliers des éléments non linéaires).

La simulation de circuits analogiques complexes présente deux problèmes majeurs :

- Les temps de simulation sont très importants.
- On est confronté à des problèmes de convergence (pas de résultats).

La solution proposée consiste alors à diminuer l'effort de calcul de simulateur en remplaçant le circuit ou certaines de ses fonctions internes par des modèles équivalents reproduisant le plus fidèlement possible les performances à prendre en considération. La réalisation de ces modèles est l'objectif actuel de nombreux travaux de recherche.

II-2. Techniques de simulation

II-2-1. Simulation logique

La simulation logique est une technique de simulation rapide basée sur l'évaluation de fonctions logiques et la propagation d'événements dans le modèle. Les signaux ne peuvent prendre qu'un nombre fini d'états et le temps est représenté par une valeur discrète, un multiple entier d'une unité de base appelée temps de résolution minimum (MRT - minimum resolvable time). Un événement est un changement de valeur sur un signal. La Figure II-1 donne l'algorithme général de la simulation dirigée par les événements (event-driven simulation) [2] [6] [31].

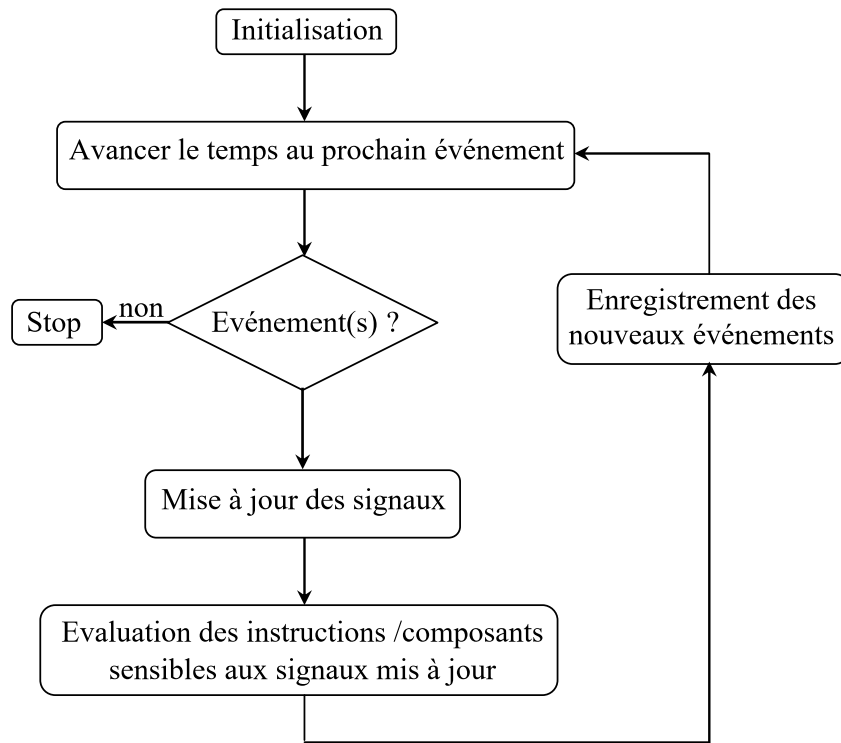


Figure.II-1 : Algorithme générale de simulation dirigée par événements [6]

La simulation démarre par l'affectation de valeurs initiales à tous les signaux. Il faut noter que l'état initial du modèle n'est pas nécessairement un état cohérent, ou stable car il n'y a pas encore de propagation des valeurs aux entrées primaires du modèle. Le temps de simulation est ensuite avancé jusqu'au moment du prochain événement prévu. Les valeurs des signaux ayant un événement à ce moment-là sont mises à jour et toutes les instructions ou les composants du modèle concernés par ces mise à jour sont réévalués. Ceci aboutit potentiellement à de nouveaux événements sur des signaux, au même instant ou à des temps futurs. La boucle se répète ainsi jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'événements à propager dans le modèle.

II-2-2. Simulation analogique

La simulation analogique est beaucoup plus complexe que la simulation logique et requiert ainsi plus de ressources (temps de calcul, mémoire). L'archétype du simulateur analogique, ou électrique, est le programme SPICE. La simulation analogique implique la résolution d'équations différentielles et algébriques linéaires et non linéaires. Les solutions sont des tensions entre les noeuds du circuit et les courants dans les branches du circuit. Normalement seulement un sous-ensemble de toutes les tensions et de tous les courants est requis [2] [6].

La simulation analogique permet plusieurs types d'analyses :

- **L'analyse temporelle** (transient analysis) calcule les réponses temporelles du circuit (tensions et courants en fonction du temps) relativement à un ensemble de stimulus (sources et conditions initiales).
- **L'analyse DC** (direct current) calcule l'état du circuit pour un ensemble de stimulus fixes après un temps infiniment long (steady state). L'analyse DC est utile pour calculer le point de repos, ou de polarisation, du circuit, des fonctions de transfert, la résistance d'entrée et de sortie du circuit, les sensibilités de variables de sortie en fonction de paramètres du circuit.
- **L'analyse AC** (alternative current) calcule les réponses fréquentielles du circuit en régime de petits signaux sinusoïdaux appliqués autour du point de repos du circuit. L'analyse AC est utile pour calculer des fonctions de transfert (p. ex. gain en tension, trans-impédances) en fonction de la fréquence et des conditions de polarisation du circuit. Elle est aussi utile pour analyser l'influence du bruit et déterminer les caractéristiques de distorsion du circuit.

II-2-3. La simulation mixte logique-analogique

Le tableau II-1 récapitule les caractéristiques principales de la simulation logique et de la simulation analogique [6] [7].

Caractéristique	Simulation logique	Simulation analogique
Variables/inconnues	Signaux logiques	Tensions, courants, etc.
Valeurs des inconnues	Quantifiées ('0', '1', 'X', 'Z', etc.)	Réelles
Calcul de l'état du circuit/modèle	Evaluation de fonctions logiques	Résolution d'équations différentielles algébriques non linéaires
Etat initial (t=0)	Pas nécessairement un état stable	Etat stable (point de repos DC) requis
Itération à un temps donné	Affectation de signaux avec délais nul (délai delta)	Résolution de systèmes non linéaires
Représentation du temps	Discret, multiple du MRT	Réel
Gestion du temps	Dirigé par événement	Continue avec pas d'intégration variable
Contrôle du temps temporel	Evénements sur les signaux	Erreur de troncature locale ou équivalente
Types d'analyses	temporelle	Temporelle, DC, AC
Tableau II-1. Récapitulation des caractéristiques de la simulation logique et analogique		

Au vu de cette table, la simulation mixte logique-analogique doit résoudre les problèmes suivants:

- **Conversions entre valeurs logiques et analogiques** : Il s'agit de définir des conversions qui aient un sens physique et qui n'aboutissent pas à une perte de précision ou à des non convergences durant la simulation. Il faut noter que ces conversions ne sont que des artefacts de la simulation mixte et ne constituent pas des composants physiques dans le circuit.
- **Etat initial (à $t = 0$) du circuit/modèle** : L'analyse temporelle en simulation analogique requiert le calcul d'un point de repos DC correspondant à une solution des équations du circuit. Si ce n'est pas le cas, la suite de l'analyse a de fortes chances de diverger ou au mieux d'être incorrecte. La simulation logique n'est pas aussi sévère car l'avancement du temps mettra le circuit dans le bon état.
- **Gestion du temps** : Non seulement le temps est représenté différemment en simulation logique et en simulation analogique, mais il est géré selon des critères qui ne sont pas communs. Il s'agit donc de définir des points de synchronisation entre les deux échelles de temps de manière à prendre en compte correctement les interactions logiques-analogiques.
- **Support des analyses possibles en simulation analogique** : Seule l'analyse temporelle est réellement applicable de manière commune aux deux modes. Il s'agit donc de définir l'état de la partie logique lorsque l'on veut procéder à une analyse DC ou AC de la partie analogique. Une manière simple est de considérer la partie logique comme stable, c'est-à-dire que les signaux logiques agissant à l'interface logique-analogique doivent être considérés comme des sources constantes (après conversion des valeurs logiques en valeurs analogiques).

II-3. Procédure interne d'un simulateur

D'une manière générale, les simulateurs se servent de modèles conçus à partir des équations qui représentent le comportement physique du composant. La précision de ces modèles dépend du nombre des paramètres et de la complexité des équations [1]. Le principe de ces paramètres est basé sur des méthodes d'extraction mathématique à partir des courbes expérimentales qui nécessitent des mesures précises.

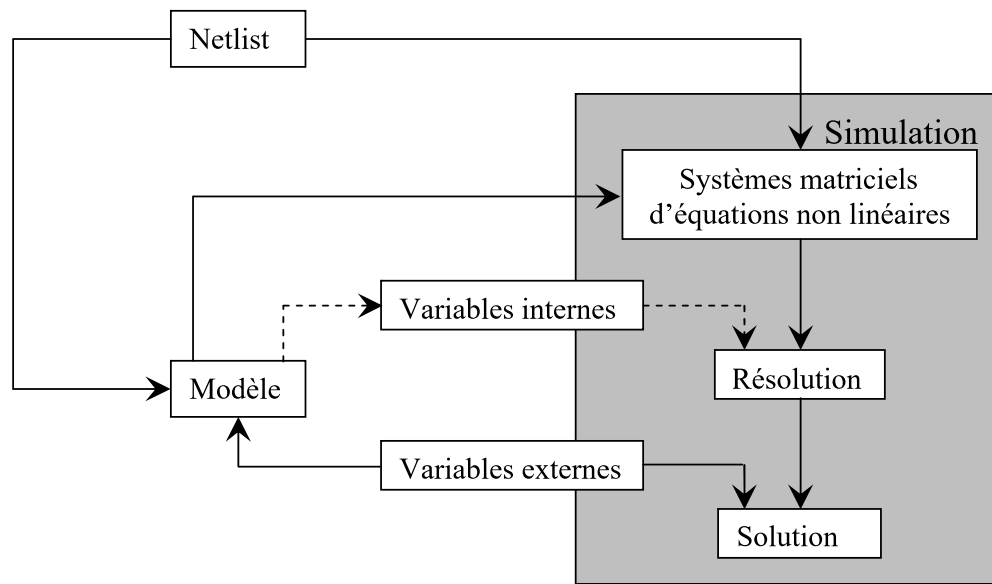


Figure.II-2 : Procédure interne d'un simulateur.

Les simulateurs sont destinés à l'analyse continue, fréquentielle et temporelle des circuits. Ils disposent pour cela l'algorithme de résolutions numériques des équations différentielles.

La figure II-2 décrit la procédure engagée lors d'une simulation, les circuits sont décrits dans un simulateur par une liste des interconnexions (*Netlist*), qui indique comment sont connectés les éléments. A chaque modèle est associé un système d'équations qui décrivent les lois aux différents nœuds (tension et courant). Le simulateur résout ses systèmes d'équations non linéaires par des méthodes d'intégration numériques, des techniques itératives et des méthodes de résolution matricielle.

II-4. Les trois analyses basiques de la simulation électrique

Pour caractériser complètement un circuit électrique, au moins trois types d'analyse doivent pouvoir être réalisés par un simulateur électrique: une analyse statique, une analyse transitoire et une analyse alternative petit signal.

II-4-1. L'analyse statique

L'analyse statique est utilisée pour déterminer les points de fonctionnement (la polarisation et les points de repos correspondant) ainsi que les caractéristiques de transfert des circuits électriques linéaires et non linéaires. Pour ce faire, le vecteur $\mathbf{X}$ étant nul, les composants réactifs sont neutralisés (les condensateurs sont remplacés par des circuits ouverts et les inductances sont remplacées par des courts-circuits) et toutes les sources indépendantes sont considérées comme statiques. Si l'opérateur $\mathbf{F}$ est linéaire la solution est directement déterminée par une méthode numérique de résolution d'un système d'équations linéaires, sinon le système est préalablement linéarisé par une méthode numérique d'analyse non linéaire.

II-4-2. L'analyse Transitoire

L'analyse transitoire est utilisée pour déterminer la réponse temporelle d'un circuit pour une durée d'observation $[0, T]$. Pour ce faire, l'intervalle $[0, T]$ est discrétisé afin d'obtenir les instants de calcul $[0, t_1, t_2, \dots, T]$. Puis, partant d'un jeu de valeurs initiales spécifié par l'utilisateur ou par une analyse statique, pour chaque instant de calcul une intégration numérique est effectuée par une méthode numérique d'intégration afin de transformer le système d'équations différentielles en système d'équations algébriques. Enfin, le système est linéarisé par une méthode numérique d'analyse non linéaire pour délivrer la solution par une méthode numérique de résolution d'un système d'équations linéaires.

II-4-3. L'analyse alternative petit signal

L'analyse linéaire alternative petit signal est utilisée pour déterminer les caractéristiques fréquentielles d'un circuit. Pour ce faire, tous les éléments actifs non linéaires du circuit sont modélisés par un circuit équivalent linéaire petit signal autour d'un point de fonctionnement déterminé par une analyse statique. Tous les stimuli sont sinusoïdaux et de même fréquence mais peuvent avoir des phases relatives différentes. Les impédances ou les admittances sont mises sous leur forme opérationnelle et évaluées sur l'axe imaginaire du plan de la variable complexe P ($P=j\omega$). Ainsi, l'impédance d'un condensateur est considérée sous la forme opérationnelle $Z_C = \frac{1}{j\omega}$, l'impédance d'une inductance est considérée sous la forme $Z_L = jL\omega$.

II-5. Représentation fonctionnelle d'un simulateur électrique

Un simulateur électrique standard (deuxième génération) est toujours construit à partir d'au moins quatre méthodes numériques :

- une méthode de formulation des équations.
- une méthode de résolution d'un système d'équations linéaires.
- une méthode d'intégration.
- une méthode d'analyse non linéaire.

II-6. Evolution des simulateurs

La taille, la complexité et le degré de raffinement des modèles des dispositifs actifs utilisés, sont devenus tellement importants que la conception d'un circuit intégré est totalement impossible sans l'assistance d'outils informatiques de simulation. En effet, ce n'est que par une évaluation rapide des performances d'un circuit sans avoir à le fabriquer, que l'on peut obtenir un temps de conception réduit entraînant une limitation des coûts de production. On distingue essentiellement trois catégories de simulateurs:

- La première catégorie est constituée des simulateurs logiques ou événementiels qui ne s'intéressent qu'au changement d'état logique des nœuds d'un circuit. Ils sont uniquement utilisés en électronique numérique pour évaluer fonctionnellement les performances. Sur chaque événement, le simulateur n'ayant à examiner que les éléments de circuit affectés par le changement d'état puis éventuellement à le propager, aucune résolution des lois de Kirchhoff et aucune analyse matricielle n'est requise. Ces outils sont ainsi très rapides et n'ont pratiquement aucune limitation en termes de taille et de complexité du circuit à simuler.
- La deuxième catégorie de simulateurs est également limitée à l'analyse des circuits numériques, elle est constituée des simulateurs temporels. Les dispositifs non linéaires sont remplacés par des modèles linéaires par morceaux ou tabulés, la quasi-unidirectionnalité et le fort taux d'inactivité caractérisant les "gros" circuits numériques (statistiquement plus de 80% du circuit est inactif sur une phase d'horloge) sont exploités. Ce type de simulateur "plus physique" que les simulateurs logiques permettent d'obtenir des précisions de l'ordre de quelques pourcent sur les temps de réponse pour un temps de calcul dix à cent fois plus long.
- Quant à la troisième catégorie, elle est constituée des simulateurs analogiques, ou simulateurs électriques, qui ont essentiellement pour vocation l'étude du comportement d'un circuit linéaire ou non linéaire sur un intervalle de temps continu (ou plus exactement discrétisé avec un pas de calcul théoriquement très inférieur à la plus petite constante de temps du circuit à analyser).

La simulation logique et/ou temporelle et/ou analogique peut être combinée dans un même exécutable ou en fonctionnement séparé pour constituer un type de simulateur appelé simulateurs mixtes, permettant directement l'évaluation des performances électriques des systèmes électroniques mixtes constitués de circuits analogiques et numériques intégrés sur un même substrat, c'est à dire les **SoC (Système on Chip)**.

Enfin, des simulateurs analogiques dédiés ont également été développés pour des applications spécifiques, l'exemple type est le simulateur SWITCAP qui permet l'analyse des circuits à capacités commutées. Historiquement, les premiers simulateurs électriques sont contemporains des premiers ordinateurs puisque c'est dès 1950 qu'un calculateur composé de relais électromécaniques a été programmé pour l'analyse et la conception des filtres électriques. Bien entendu leur évolution a suivi l'évolution des ordinateurs, et nous sommes passés en moins d'un quart de siècle d'un simulateur de première génération permettant difficilement la simulation de circuits composés de quelques transistors modélisés par une dizaine de paramètres à un outil de troisième génération permettant la simulation de circuits de plusieurs milliers de transistors MOS modélisés par une centaine de paramètres. Aujourd'hui, la plupart des simulateurs électriques en versions commercialisées ou versions publiques, sont des descendants du simulateur de deuxième génération **SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)** [12] développé et distribué gratuitement par l'université de Berkeley dès 1972.

II-7. Algorithmique de résolution de circuits analogiques

Les circuits analogiques font intervenir divers éléments de natures différentes. Le circuit est caractérisé par l'agencement des ces éléments, et les éléments définissent les relations entre les grandeurs analogiques (tension, courant) à leurs bornes. On trouve :

- des éléments linéaires : relations linéaires entre tension et courant (résistance).
- Des éléments à mémoire : relations faisant intervenir le temps pour une analyse transitoire, ou la fréquence pour une analyse AC (capacités, bobines).
- Des éléments non linéaires : relations non linéaires entre tension et courant (diodes, transistors...).

II-7-1. Formulation du problème

Simuler un circuit électronique consiste tout d'abord à lui associer un modèle mathématique puis à calculer numériquement sa réponse à une excitation spécifique. Pour ce faire, on passe du circuit physique à un système d'équations par une méthode de formulation des équations, en représentant chaque composant de base (résistance, condensateur, inductance, ...) par son modèle mathématique et en appliquant les contraintes de connexions imposées par les lois de Kirchhoff. Le fonctionnement du circuit peut ainsi être formalisé par un système d'équations différentielles implicite de la forme [33] :

$$F(X, \dot{X}, t) = 0 \quad (\text{II-1})$$

L'opérateur **F** est en général un opérateur non linéaire fonction du temps par l'intermédiaire du vecteur **U(t)** des sources indépendantes (stimulus), du vecteur **X** des variables inconnues et du vecteur dérivé $\dot{X}$.

Si cette formulation "standard" est de très loin la plus utilisée actuellement en simulation électrique, ce n'est pas la seule possible.

En effet, un circuit constitué de n éléments dynamiques (condensateurs et inductances) peut toujours être mis sous la forme d'une seule équation différentielle d'ordre n pouvant être mise sous une forme canonique dite à variable d'état (ou normale) constituée d'un système explicite des n dérivées du vecteur d'état **X** correspondant aux n équations différentielles d'ordre un telles que :

$$\dot{X} = F(X, t) = [A]X + bu \quad (\text{II-2})$$

La matrice **[A]** étant la matrice d'état. Ce second formalisme, qui permet d'utiliser directement l'arsenal mathématique mis au point pour l'étude des systèmes dynamiques, est très satisfaisant intellectuellement mais pratiquement, jusqu'à présent il n'a conduit qu'à la réalisation d'outils de simulation pouvant être numériquement instables.

II-7-2. Méthodes de formulation des équations

Pour déterminer le système d'équations décrivant le circuit à analyser, ce dernier doit être préalablement représenté par un réseau de branches idéales interconnectées, chaque branche étant caractérisée par une relation mathématique appelée équation de constitution. D'autre part, pour pouvoir modéliser un circuit électrique, le système d'équations doit respecter deux contraintes: Chaque équation de constitution et les lois de Kirchhoff en tension et en courant qui fixent les contraintes topologiques de connexion, doivent être respectées à tout instant, c'est à dire sur chaque pas de calcul.

- L'analyse nodale

Il existe de nombreuses méthodes de formulation permettant une mise en équation automatique, c'est à dire sans possibilité d'oubli et de double emploi. Toutes ces méthodes peuvent être regroupées en deux familles distinctes. La première famille cherche une mise en équation en imposant la mise forme des équations en fonction de critères théoriques: d'après les lois de Kirchhoff, un réseau électrique composé de **B** branches et **N+1** noeuds, possède **B** équations de branche, **N** équations de noeud sur les courants et ainsi **B-N** équations sur les tensions. Le nombre d'équations à résoudre est donc égal à **N** ou **B-N** selon la méthode utilisée. Si généralement, le nombre d'équations est faible, le défaut majeur de ces méthodes est qu'elles conduisent à mettre les équations de constitution sous la forme d'une matrice impédance ou admittance qui peut ne pas exister.

- L'analyse nodale modifiée (la MNA)

L'analyse nodale modifiée, permet de s'affranchir directement du problème de l'impossibilité de gérer les sources de tension idéales et de l'inexistence éventuelle de matrices admittances. Pour ce faire, la matrice MNA est exprimée sous la forme :

$$\begin{pmatrix} [Y_R] & [B] \\ [C] & [D] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{V} \\ \vec{J} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{I} \\ \vec{F} \end{pmatrix} \quad (\text{II-3})$$

La construction du système d'équations est un peu compliquée. La matrice $[Y_R]$ est la matrice nodale réduite excluant les contributions dues aux sources de tension et aux éléments contrôlés en courant. Le vecteur $\vec{V}$ est le vecteur tension de noeud, $\vec{J}$ est le vecteur courant des branches définies en tension, $\vec{F}$ est le vecteur tension des branches définies en tension, la matrice $[Y_R]$ et le vecteur $\vec{I}$ sont construits comme pour l'analyse nodale. Si il n'y a pas de branche définie en courant avec des courants commandés, la matrice $[B]$ est construite avec des zéros et des uns tels que :

$b_{ij} = 0$: Si le noeud i n'est pas connecté à la branche j .

$b_{ij} = +1$: Si le noeud i est le noeud positif de la branche j .

$b_{ij} = -1$: Si le noeud i est le noeud négatif de la branche j .

Dans le cas contraire, la matrice $[B]$ devra contenir les coefficients de couplage fixant les différentes relations. Quant aux matrices $[C]$ et $[D]$ au vecteur $\vec{F}$ ils contiennent les relations de branches des **P** branches définies en tension.

II-7-3. Méthodes de résolution d'un système d'équations linéaires

La vitesse de résolution du système formée va avoir une incidence directe sur la rapidité des simulateurs qui vont être effectués. En effet, cette étape est réalisée de nombreuses fois pour établir une convergence à un point de calcul donné.

Le nombre de fois N qu'elle est réalisée est de la forme :

$$N = N_{ir} * N_{pc} \quad (II-4)$$

N_{ir} : est le nombre d'itérations requises (résolution d'un système non linéaire).

N_{pc} : est le nombre de points de calcul requis par l'analyse (transitoire, DC ou AC).

Si on essaye de résoudre le système par la méthode de KRAMER qui demande l'inversion de la matrice $[A]$, on obtient un nombre très importants d'opérations requises $2*(n+1)$ pour une matrice de taille $n*n$.

- Elimination de Gauss

Cette méthode consiste à obtenir par des opérations élémentaires sur les lignes de la matrice A , une matrice triangulaire haute figure. II-3. De ce fait, la solution sera automatique. La $n^{ième}$ valeur sera obtenue directement et les autres par propagation ascendantes des résultats. On parle en fait d'obtention par substitution.

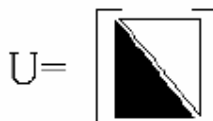


Figure. II-3 : Matrice triangulaire inférieure.

Le nombre total d'opérations requises est égal à $\frac{1}{n^3}$.

Le nombre d'opérations pour obtenir la matrice A sous forme matricielle reste cependant important. On préfère à cette méthode la décomposition LU qui rend plus rapide l'obtention des résultats.

- Décomposition LU

Elle s'inspire de la méthode de Gauss, on effectuera les opérations suivantes :

$$U = (\Pi E_i) A \quad (II-5)$$

Avec : E_i est la matrice élémentaire pour des opérations sur les lignes.

Il existe alors trois types de transformations élémentaires :

1. Echange de deux lignes.
2. Multiplication d'une ligne par une constante.
3. (ligne j) $\leftarrow$ (ligne i) + Cte (ligne k).

Les deux derniers types 2 et 3 ont comme propriétés de former des matrices triangulaires inférieures.

On supposant dans un premier temps que les opérations de type 1 sont inexistantes, on obtient

$$\mathbf{A} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{U} \quad (\text{II-6})$$

Avec :

$$\mathbf{L} = (\Pi E_i)^{-1} \text{ triangulaire inférieure.}$$

Si maintenant on prend en compte les opérations de type 1, on peut écrire :

$$\Pi E_i = (\Pi E_i')_p \quad (\text{II-7})$$

Avec :

P : matrice des échanges de deux lignes.

On a alors $\mathbf{L} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}$ se qui revient à mettre le système sous la forme :

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B}' \quad (\text{II-8})$$

Avec :

L : la matrice triangulaire inférieure (Lower).

U : matrice triangulaire supérieure (Upper).

Une fois ces opérations réalisées, la résolution du système devient automatique, on a deux étapes de résolution à effectuer :

- substitution directe $\mathbf{L} \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{B}'$ qui donne la matrice Y par substitution comme dans la méthode de Gauss.
- substitution inverse $\mathbf{U} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{Y}'$ qui donne la valeur des inconnus recherchés X toujours par substitution.

Cette méthode de résolution est très utilisée, car le nombre d'opérations est réduit et devient n^2 .

L'un des principaux problèmes posés par l'algorithme d'élimination, c'est qu'il a besoin d'effectuer une division par le pivot. Ce pivot doit être non nul et autant que faire ce peut, pas trop petit, une phase préalable de permutations de lignes et de colonnes est nécessaire pour optimiser numériquement la procédure. D'autre part, lors de la décomposition des matrices, certains termes nuls de la matrice initiale peuvent devenir non nuls et la matrice se remplit.

Différentes techniques de conditionnement, jouant sur le choix du pivot par une organisation des lignes et des colonnes, doivent être utilisés pour conserver le caractère creux de la matrice initiale. Enfin, une des spécificités de l'analyse nodale est de générer des matrices pratiquement symétriques, et l'effort en termes de nombre d'opérations pour symétriser la matrice est souvent faible pour un gain global important. Ce faisant, le conditionnement des méthodes de formulation des équations et du point de vue informatique une procédure qui peut s'avérer assez coûteuse en terme de temps de calcul et fortement dépendante du type de procédure utilisée.

II-7-4. Méthodes numériques d'analyse non linéaire

Si un circuit contient des composants non linéaires, il requiert pour l'analyse statique et l'analyse transitoire, une méthode numérique pour résoudre une équation algébrique non linéaire implicite de la forme :

$$G(x) = 0 \quad (\text{II-9})$$

Pour l'analyse statique, la forme précédente est respectée par principe, puisque toutes les dérivées sont nulles et pour l'analyse transitoire, la forme précédente est respectée à l'instant **K**, de part l'utilisation d'une méthode d'intégration numérique. Pratiquement, en simulation électrique les méthodes d'analyse utilisées sont basées sur la méthode de « **Newton Raphson** » dont la formulation de son algorithme est la suivante :

$$x_{f+1} = x_f - \frac{f(x_f)}{f'(x_f)} \quad \text{Jusqu'à} \quad |x_{f+1} - x_f| \leq \varepsilon |x_f| \quad (\text{II-10})$$

Le principe de cet algorithme est montré dans la figure II-4. Il consiste à se converger vers la solution à l'aide de la pente que la caractéristique présente pour chaque étape.

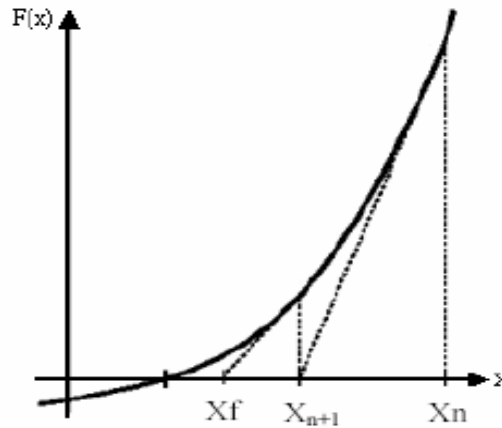


Figure.II-4 : Principe de l'algorithme de Newton Raphson.

Les itérations sont arrêtées et l'algorithme doit avoir converger lorsque la différence entre les deux dernières itérations est inférieure à la valeur proportionnelle à la constante ϵ .

ϵ : est donc le coefficient de convergence et de précision de l'algorithme.

Cependant si le point de départ était dans les zones à caractéristique sensibles (pente horizontale ou verticale) l'algorithme n'aurait aucune chance de converger. C'est la raison pour la quelle on modifie légèrement dans les types de simulateur SPICE la valeur de **GMIN**.

II-7-5. Méthodes numériques d'intégration

Dans une analyse transitoire, certains éléments dits à mémoire, font intervenir des équations différentielles. Ces éléments sont en particulier les capacités et les inductances.

Intégrer numériquement une équation différentielle consiste à partir de la valeur initiale x_0 et calculer successivement les valeurs $x(t_1)$, $x(t_2)$... $x(t_k)$...jusqu'à la valeur finale $x(t_N)$ correspondante à la solution recherchée. En simulation électrique, l'intégration numérique transforme un système d'équations différentielles en un système d'équations algébriques, en d'autre terme il transforme un réseau dynamique éventuellement non linéaire en un réseau résistif éventuellement non linéaire.

- La méthode d'intégration d'Euler

C'est la méthode la plus simple qui fait intervenir seulement deux points : celui de l'itération intérieure et celui de l'itération calculée :

$$X(n+1) = X(n) + h.f(X(n+1), t(n+1)) \quad (\text{II-11})$$

Cet algorithme donne une précision relativement bonne.

- La méthode d'intégration trapézoïde

Cette méthode consiste à considérer la moyenne effectuée sur les deux derniers points. Sa formulation est la suivante :

$$X(n+1) = X(n) + \frac{h}{2} [f(X(n), t(n)) + f(X(n+1), t(n+1))] \quad (\text{II-12})$$

Cet algorithme est plus précis que le précédent.

- Les méthodes d'intégration de Gear

Les algorithmes de GEAR font intervenir les coefficients a_i qui permettent d'obtenir une meilleure stabilité. En effet le calcul de la nouvelle itération prendra en compte plus de points antérieurs.

$$X(n+1) = \frac{4}{3}X(n) - \frac{1}{3}X(n-1) + \frac{2}{3}h.f(X(n+1), t(n+1)) \quad (\text{II-13})$$

Cet algorithme présente l'avantage d'être plus stable que les précédents, au détriment de la précision.

Le simulateur gère lui-même le passage d'un algorithme à l'autre suivant les problèmes d'oscillation rencontrés.

Le simulateur PSPICE propose l'algorithme du trapèze ainsi que celui de Gear d'ordre 2 comme résolvant du système d'équations. Par contre pour le cas de logiciel Simplorer les méthodes de trapèze et d'Euler sont celles utilisées.

II-8. Les limites d'utilisation d'un simulateur

De part les différentes erreurs de calculs associées aux différentes méthodes numériques et de part sa complexité, si un simulateur électrique est un outil de conception de circuits intégrés incontournable et puissant, c'est également un outil conditionnellement fiable, dont l'utilisation peut parfois s'avérer délicate et incertaine. L'utilisateur averti doit toujours pouvoir interpréter les résultats et si nécessaire affiner ou modifier les différents paramètres de réglage et de contrôle des algorithmes.

II-9. La simulation électrique sous SPICE

La référence en matière de simulateur analogique de circuits intégrés est le programme SPICE, développé à l'université de Berkeley. Il a donné lieu à de nombreuses versions industrielles basées sur un même langage de description structurelle, nommé dans ce document langage SPICE. Une bibliothèque de composants modélisés dans le code même du simulateur est fournie et

comporte des éléments passifs (résistances, capacités, inductances, inductances mutuelles), des composants semi-conducteurs (diodes, transistors bipolaires, à effet de champ JFET et MOSFET), des sources idéales indépendantes de tension et de courant et enfin des sources idéales contrôlées polynomiales (sources de tension ou courant contrôlées par des tensions ou des courants). L'écriture de nouveaux modèles de composants est une tâche difficile de programmation, qui dépend des algorithmes utilisés par le simulateur, elle est donc réservée à des spécialistes.

Des simulateurs plus récents, tels que **Saber**, **Eldo**, **Spectre** proposent, quant à eux, des langages de description comportementale, qui facilitent l'écriture de nouveaux modèles. Ils possèdent d'autre part une bibliothèque étendue de primitives comportant des modèles comportementaux de macro-blocs (amplificateurs, comparateurs, commutateurs analogiques, portes logiques, etc...).

La première étape effectuée par ces programmes consiste en la mise en équation du réseau électrique par application des lois de Kirchhoff. Signalons que la taille du système d'équations est une fonction exponentielle du nombre de noeuds et conditionne donc fortement la vitesse de simulation. Plusieurs types d'analyse peuvent alors être réalisés pour étudier le comportement du circuit:

- L'étude du point de fonctionnement du circuit ou analyse DC qui correspond à une étude en régime permanent.
- L'étude de la réponse temporelle dite analyse transitoire.
- L'étude de la réponse fréquentielle ou petits signaux (analyse AC), pour laquelle le circuit est linéarisé autour du point de fonctionnement.
- Les analyses de bruit, généralement fréquentielles, mais il existe aussi des techniques de simulation transitoire de bruit, utilisées par exemple dans le simulateur Eldo.
- L'étude de la sensibilité, qui consiste en la définition du pourcentage de variation de grandeurs électriques du circuit en fonction de certains paramètres de conception, en linéarisant le circuit autour d'un point de polarisation.
- La définition des pôles et zéros, à la suite d'une analyse fréquentielle, par exemple par l'algorithme QZ de recherche de valeurs propres.
- Les analyses statistiques de type Monte-Carlo afin de déterminer la dispersion des performances du circuit en fonction des fluctuations statistiques de paramètres de conception. Un grand nombre de simulations sont ici requises. Cette étude permet ensuite de définir la valeur nominale des composants pour obtenir un rendement optimal.