المحاضرة 6: أساليب الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية (2)

اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام:

واختصرنا هذه الاختبارات في أهمها:

1- اختبار التوالي:

يصلح هذا الاختبار لكشف مدى عشوائية السلسلة الزمنية، لهذا يسمى في الغالب باختبار العشوائية، كذلك يستعمل في التحقق من وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، ويتم بناءه اعتمادا على الفرضيات التالية:

H_0: السلسلة عشوائية.

H_1: السلسلة ذات اتجاه عام.

يتم تكوين الاختبار باتباع الخطوات التالية:

1. ترتيب المشاهدات من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة (ترتيب تصاعدي)، وارفاقها بالدليل السفلي (الرتبة).
2. تحديد الوسيط M_d وهي المشاهدة المقابلة للرتبة (الدليل السفلي) m، حيث:

n عدد المشاهدات فردي $M_d = Y_m \Leftarrow m = \frac{n+1}{2}$

n عدد المشاهدات زوجي $M_d = \frac{Y_m + Y_{m+1}}{2} \Leftarrow m = \frac{n}{2}$

3. إعطاء إشارة سالبة للقيم التي هي أقل من M_d وموجبة لمن هي أكبر.
4. حساب R والذي يمثل عدد مرات توالي الإشارة من الموجب إلى السالب أو العكس.

اتخاذ القرار بقبول أو رفض فرضية العدم، فإذا كان:

$m < 20$: يعني حالة العينة صغيرة، في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على مخطط التوالي الذي يوضحه الشكل الموالي:

حيث RU وRl تمثل القيم الحرجة المجدولة العليا والدنيا على الترتيب، وتستخرج من الجداول الإحصائية، كما يجدر الإشارة إلى أنه يتوقع أن تكون R ضعيفة في حالة وجود مركبة الاتجاه العام، وتكون معتبرة في حالة عدم وجودها.

$m > 20$:يعني حالة العينة كبيرة في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على قانون التوزيع الطبيعي، حيث يتم رفض فرضة العدم (السلسلة تحتوي على مركبة التجاه العام)إذا كان:

$$|z| > z_{\alpha/2}$$

و العكس صحيح، حيث أن :

$$|z| = \frac{R - u_R}{\sigma_R}$$

$$u_R = m + 1$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

أما قيمة $z_{\propto/2}$ يتم الحصول عليها من جدول التوزيع الطبيعي، في الغالب القيم التي درج المختصون على استخدامها و الخاصة بمستوى المعنوية 1%، 5%، 10%. وتكون القيم الموافقة لها هي:

$$\propto = 0.01 \Rightarrow z_{0.995} = 2.57$$

$$\propto = 0.05 \Rightarrow z_{0.975} = 1.96$$

$$\propto = 0.1 \Rightarrow z_{0.95} = 1.64$$

2-اختبار نقطة الانعطاف:

الاختبار في تكوينه لا يهتم بنقاط الانعطاف بحد ذاتها التي تعكس اتجاه تغير السلسلة، وإنما تعتبر نقطة انعطاف تلك الفترة التي تكون فيها إشارة الفرق $y_t - y_{t-1}$ مختلفة عن إشارة الفترة السابقة، فإذا كانت السلسلة الزمنية بدون مركبة الاتجاه العام فإن توزيع عدد مرات تغير الإشارة يتبع التوزيع الطبيعي حتى بالنسبة للعينات الصغيرة، مما يعني ضرورة الاعتماد على جدول التوزيع الطبيعي لاستخراج القيم الحرجة (الجدولية)،

أما الإجراءات الاختبار فتكون كما يلي:

1. حساب الفرق من الدرجة الأولى للسلسلة الزمنية أي: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$

2. إعطاء إشارة موجبة للفرق الموجب وسالبة لنظيره الفرق السالب.

يرمز بالرمز u، والذي يمثل عدد مرات تغير الإشارة في $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$، مع العلم أن الاختبار يستخدم لما يكون عدد المشاهدات n أكبر من 10، وتصاغ الفرضية العدمية والبديلة فيه كما يلي:

H_0: السلسلة عشوائية.

H_1: السلسلة ذات اتجاه عام.

حيث يتم رفض فرضة العدم (السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام) إذا كان :

$$|z| > z_{\propto/2}$$

و العكس صحيح، حيث أن :

$$|z| = \frac{u - u_n}{\sigma_n}$$

$$u_n = \frac{2(n-2)}{3}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{16n - 29}{90}}$$

3-اختبار دانيال:

يعتبر أقوى وأحسن اختبار، وهو يستعين بمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان، أي على قياس الارتباط الخطي بين ترتيبين (الترتيب التصاعدي والزمن)، إجراءاته تتمثل في:

- وتصاغ الفرضية العدمية والبديلة فيه كما يلي:

H_0: السلسلة عشوائية.

H_1: السلسلة ذات اتجاه عام.

- حساب معامل الارتباط لسبيرمان باستعمال الصيغة الرياضية الموالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^2}{n(n^2-1)}$$

- d_t هو الفرق بين الترتيب التصاعدي والزمن، أي $d_t^2 = (R_t - t)^2$، أما n فيشير لعدد المشاهدات، ونتيجة لكون r_s معامل ارتباط خطي فإن قيمته تكون محصورة بين $-1 \le r_s \le 1$.

ملاحظة : في حالة الرتب مكررة المشاهدات فإننا نعوض الرتب المكررة بوسطها الحسابي.

اتخاذ القرار يتوقف على حجم العينة كما يلي:

- حالة العينات الصغيرة: أي لما $n < 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية المعدومة لما : $|r_s| > r_{\propto/2}$
- حالة العينات الكبيرة: أي لما $n \geq 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية المعدومة لما : $|z| > z_{\propto/2}$

حيث أن:

$$z = r_s\sqrt{n-1} \Leftarrow \begin{cases} z = \dfrac{r_s - u_r}{\sigma_r} \\ u_r = 0 \\ \sigma_r = \dfrac{1}{\sqrt{n-1}} \end{cases}$$