

طرق التنبؤ

المتوسطات المتحركة :

إن المتوسط (مجموع القيم على عددها) يعتبر أحد مقاييس النزعة المركزية، وفي حالة التذبذبات الصغير في الطلب فإنه يمثل عامل تهدئة، إلا أنه في التذبذبات الكبيرة يعمل إلى إخفاء هذه التذبذبات مما يجعل منه مقياساً مضللاً لا يمكن الاعتماد، ولمعالجة ذلك يتم اللجوء إلى المتوسط المتحرك وذلك باحتساب المتوسط لعدة فترات أو القيم بدلاً من المتوسط لكل فترات أو قيم السلسلة، وفي كل مرة يحسب فيها المتوسط المتحرك تترك الفترة الأقدم وتضاف قيمة الفترة اللاحقة. والمتوسط المتحرك لآخر عدد من الفترات يمكن أن يمثل التنبؤ للفترة القادمة. ويمكن رياضياً عن ذلك بالصيغة التالية:

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-n+1}}{N}$$

أي:

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=t-N+1}^t X_i$$

حيث تمثل $\hat{X}_{t+1}$ التوقع للفترة t+1.

X_t : المستوى الفعلي.

t: دليل الفترة، و N: عدد المستويات التي حسب على أساسها الوسط الحسابي ويطلق عليه اسم الأساس.

والمثال 02: أدناه بيانات الطلب للفترة (2009-2014) أحسب التنبؤ للفترة القادمة باستخدام المتوسط

المتحرك لثلاث سنوات.

السنوات	2009	2010	2011	2012	2013	2014
الطلب (بالآلاف)	7	12	14	14	18	19

الحل:

السنوات	الطلب	التنبؤ للسنة القادمة (م م 3)
1999	7	-
2000	12	-
2001	14	11=3/14+12+7
2002	14	13.3=3/14+14+12
2003	18	15.3=3/18+14+14
2004	19	17=3/19+18+14

إن التنبؤ بالطلب لسنة 1995 هو (17) ألف وحدة (عادة يستخدم المتوسط المتحرك الأخير كتنبؤ للسنة القادمة)، وإذا افترضنا أن الطلب الفعلي في السنة 2005 هو (20) ألف وحدة، فإن التنبؤ بالطلب في سنة 2006 سيكون (19=3/20+19+18) ألف وحدة).

والملاحظة الأخيرة هي أن المتوسط المتحرك يتعامل مع بيانات السلسلة الزمنية كقيم متساوية الأهمية في التنبؤ وقد لا يكون هذا ملائماً أو صحيحاً، لأن القيمة الأحدث ذات أهمية وقدرة تنبؤية أكبر وخاصة إذا

كان الاتجاه تصاعدياً (كما في المثال) أو تنازلياً، ولمعالجة هذه المشكلة يستخدم المتوسط المتحرك المرجح كأسلوب مناسب لهذا الغرض.

1-1- المتوسط المتحرك المرجح:

في المتوسط المتحرك المرجح لا يتم إعطاء قيمة واحدة أو وزن متساوي لجميع البيانات للفترات الأقدم والأحدث وإنما يتم إعطاء وزن أكبر للفترات الأحدث لأنها الأقرب لما هو موجود في الوقت الراهن في السوق بالمقارنة مع الفترات التي تسبقها، فمثلاً إذا كان الأساس يساوي 3 فيتم حساب المتوسط المتحرك المرجح بالصيغة التالية:

$$\hat{X}_{t+1} = K_1 X_t + K_2 X_{t-1} + K_3 X_{t-2}$$

حيث:

$$K_1 > K_2 > K_3$$

$$\sum_{i=1}^3 K_i = 1$$

مثال 03: لنفترض أن القائم بالتنبؤ استخدام المتوسط المتحرك لثلاث فترات مع إعطاء الفترة الأحدث وزناً (0.5) والفترة التي تسبقها (0.3) والفترة الأسبق (0.2). أحسب التنبؤ للفترات من البيانات السابقة.

الحل:

السنوات	الطلب (بالآلاف)	التنبؤ للفترة القادمة (م م 3)
1999	7	—
2000	12	—
2001	14	$12 = 0.5 \times 14 + 0.3 \times 12 + 0.2 \times 7$
2002	14	$13.6 = 0.5 \times 14 + 0.3 \times 14 + 0.2 \times 12$
2003	18	$15 = 0.5 \times 18 + 0.3 \times 14 + 0.2 \times 14$
2004	19	$17.7 = 0.5 \times 19 + 0.3 \times 18 + 0.2 \times 14$

عند مقارنة التنبؤات في هذا المثال مع المثال السابق، نلاحظ أن المتوسط المتحرك المرجح أكثر استجابة للتغيرات في الفترات الأحدث، إلا أنه يعتبر أصعب لأن استخدامه يتطلب وضع مجموعة دقيقة من الأوزان للفترات.

1-2- طريقة المسح الاسي البسيط

وهذا الأسلوب يقلص المحددات التي تبرز في المتوسط المتحرك، لأنه يمكن من احتساب التنبؤ لأي فترة أو سنة دون وجود أية فترة بدون تنبؤ. كما أنه يقلص العمليات الحسابية والرياضية التي يتطلبها أسلوب المربعات الصغرى، ويقلص الحاجة إلى البيانات إلى الحد الأدنى حيث لا يتطلب إلا التنبؤ لفترة سابقة واحدة وبيانات الطلب الفعلي مع وزن واحد بتحديد قيمة ألفا (α %) بدلاً من عدة أوزان كما في المتوسط المتحرك المرجح، ومن خلال هذا الوزن يمكن أن يعمل الأسلوب على إعطاء أهمية أكبر للسنة الحالية

مع أهمية متناقصة تدريجياً للسنوات السابقة أو بالعكس عند تغيير هذا الوزن. ويعطى هذا النموذج بالشكل التالي:

$$\hat{Y}_t = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^n Y_{t-n}$$

بحيث يمكن اختصار هذا الشكل بالصيغة التالية:

$$\hat{Y}_t = \alpha \cdot \sum_{k=0}^n \alpha(1 - \alpha)^k Y_{t-k}$$

علماً أن α معلمة التكيف و $(1 - \alpha)$ معامل الترجيح فكلما كان k صغيراً كلما كان الترجيح هاماً وكبيراً.

ملاحظة: نلاحظ أن العلاقة معقدة نوعاً ما خاصة في الجانب التطبيقي، وبالتالي نحاول تبسيطها حسب الخطوات التالية:

- الخطوة الأولى: نأخذ الشكل المتحصل عليه بفترة واحدة ثم نضربه في $(1 - \alpha)$:
$$(1 - \alpha)\hat{Y}_{t-1} = \alpha(1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^n Y_{t-n}$$
- الخطوة الثانية: نطرح هذه العلاقة من العلاقة الأولى فنحصل على:

وبالتالي فإن العلاقة القابلة للتطبيق، والتي تستعمل في التنبؤ قصير المدى تصبح من الشكل التالي:

$$\hat{Y}_t = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{Y}_{t-1}$$

غير أن المشكلة المطروحة الآن هي القيمة الابتدائية، وللتخلص من هذا الأشكال نفرض أن:

$$\hat{Y}_t = Y_t$$

مثال 04: تبين السلسلة الزمنية التالية أسعار نوعاً معين من المحروقات في أحد الأسواق العالمية خلال 20 شهراً: (من مارس 2013 إلى أكتوبر 2014).

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
السعر	23.1	23.15	23.2	22.9	22.8	22.6	23	23.3	23.6	23.9
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
السعر	24.5	24.8	25	25.6	26	25.9	25.3	26.1	27	26.5

المطلوب: قدر أسعار المحروقات في شهرين المواليين لسنة 2014 علماً أن $\alpha = 0.95$

الحل: باستعمال صيغة المسح الآسي البسيط $\hat{Y}_t = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{Y}_{t-1}$ و وضع القيمة الابتدائية

$$\hat{Y}_t = Y_t = 23.1 \text{ ، نجد:}$$

$\hat{Y}_t$	Y_t	t	$\hat{Y}_t$	Y_t	t
24.78	24.8	12	23.1	23.1	1
24.98	25	13	23.14	23.15	2
25.569	25.6	14	23.197	23.2	3
25.978	26	15	22.91	22.9	4
25.9	25.9	16	22.805	22.8	5
25.33	25.3	17	22.61	22.6	6
26.06	26.1	18	22.98	23	7
26.95	27	19	23.284	23.3	8
26.52	26.5	20	23.584	23.6	9
26.501		21	23.884	23.9	10
26.5		22	24.469	24.5	11

• توضيح حول كيفية إجراء الحسابات:

$$\hat{Y}_2 = 0.95(23.15) + (1 - 0.95)23.1 = 23.14$$

$$\hat{Y}_3 = 0.95(23.2) + 0.05(23.14) = 23.197$$

$$\hat{Y}_4 = 0.95(22.9) + 0.05(23.197) = 22.91$$

$$\hat{Y}_5 = 0.95(22.8) + 0.05(22.91) = 22.805$$

$$\begin{array}{cccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

$$\hat{Y}_{20} = 0.95(26.5) + 0.05(26.95) = 26.52$$

أما فيما يخص التنبؤ بسعر المحروقات لشهرين الموليين (نوفمبر، ديسمبر) من عام 2014:

• التنبؤ لشهر نوفمبر 2014:

$$\hat{Y}_{(11,2014)} = 0.95(Y_{(10,2013)} + 0.05(\hat{Y}_{10,2014}) = 0.95 \times 26.5 + 0.05 \times 26.52 = 26.501$$

$$\hat{Y}_{(12,2014)} = 0.95(Y_{(11,2013)} +$$

$$0.05(\hat{Y}_{11,2014}) = 0.95 \times 26.5 + 0.05 \times 26.501 = 26.5$$

1-3- طريقة المسح الاسي المضاعف:

يستعمل نموذج المسح الآسي المضاعف (LED) في حالة وجود مركبة الاتجاه العام إضافة إلى المركبة العشوائية أي أن هذه الطريقة تطبق على النماذج من الشكل $y_t = a_t + b_t + \varepsilon_t$ ولتطبيق هذه الطريقة نمر بمرحلتين:

-المرحلة الأولى: التقدير حسب التمهيد الاسي البسيط

ليكن النموذج التالي: $y_t = a_t + b_t + \varepsilon_t$ ، حيث: $\hat{Y}_t = \alpha \cdot Y_t + (1-\alpha) \cdot \hat{Y}_{t-1}$ ، كما رأينا في الطريقة السابقة (طريقة المسح الاسي البسيط).

-المرحلة الثانية: عملية التقدير الثنائي وذلك حسب الصيغ التالية:

$$\hat{Y}_t = \alpha \cdot Y_t + (1-\alpha) \cdot \hat{Y}_{t-1}$$

$$a_t = 2 \cdot \hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1}$$

$$b_t = \frac{1}{1-\alpha} (\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1})$$

وبالتالي فإن القيم المقدرة تحسب بالعلاقة التالية $\hat{Y}_{t+k} = a_t + b_t \cdot k$ أما القيم التنبؤية فتحسب بالصيغ التالية:

$$Y_{t-1,t}^p = a_t + b_t , (t = 2, n+1)$$

$$Y_{n,n+k}^p = a_{n+1} + b_{n+1} \cdot h , (h = 2, 3, 4, \dots)$$

ملاحظات:

- إن التوليفة الخطية تستمد من نموذج هندسي (نموذج KOYKY): فهو هندسي لأن ترجيحات التوليفة الخطية تتناقص أسياً، حيث أن مجموع الترجيحات تكون متساوية إلى الواحد.
- عندما تكون قيمة α قريبة من الصفر فإن الترجيح يكون موزع على قيم عديدة في الماضي، فهنا التمهيد، يعتمد على القيم القديمة أو السابقة. أما إذا كانت قيمة α قريبة من الواحد فهنا نعطي الأهمية للقيم الجديدة أو الحالية وبالتالي فإن التمهيد يعتمد على القيم الحالية. حيث أن اختيار قيمة α يتوقف على أهمية القيم الحالية أو القيم السابقة.
- ان القيمة الملائمة لمعامل التمهيد α هي تلك القيمة التي تجعل مجموع المربعات الاخطاء في التنبؤات السابقة اصغر ما يمكن:

$$\text{Min} \sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \text{Min} \sum \varepsilon^2$$

مثال 05: ليكن لديك الجدول التالي، والمطلوب تحديد التنبؤ للفترات المتبقية من الجدول باستعمال طريقة الاسي حيث: $\alpha = 0.5$ التمهيد .

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	10	20	20	30	40	40	50	50				

الحل:

• حساب $\hat{Y}_t$: حيث ان القيمة الابتدائية هي: $\hat{Y}_t = Y_t = 10$

- $\hat{Y}_2 = 0.5(20) + (0.5)10 = 15$
- $\hat{Y}_3 = 0.5(20) + 0.5(15) = 17.5$
- $\hat{Y}_4 = 0.5(20) + 0.5(17.5) = 18.75$
- $\hat{Y}_5 = 0.5(30) + 0.5(18.75) = 23.75$
- $\hat{Y}_6 = 0.5(30) + 0.5(23.75) = 29.375$
- $\hat{Y}_7 = 0.5(40) + 0.5(29.375) = 34.6875$
- $\hat{Y}_8 = 0.5(40) + 0.5(34.6875) = 39.84375$
- $\hat{Y}_9 = 0.5(50) + 0.5(39.84375) = 44.921875$

• حساب قيم $\hat{\hat{Y}}_t$ حيث أن القيمة الابتدائية هي: $\hat{\hat{Y}}_t = \hat{Y}_t = 10$

- $\hat{\hat{Y}}_2 = 0.5(15) + 0.5(10) = 12.5$
- $\hat{\hat{Y}}_3 = 0.5(17.5) + 0.5(12.5) = 15$
- $\hat{\hat{Y}}_4 = 0.5(18.75) + 0.5(15) = 16.875$
- $\hat{\hat{Y}}_5 = 0.5(23.75) + 0.5(16.875) = 20.3125$
- $\hat{\hat{Y}}_6 = 0.5(29.375) + 0.5(20.3125) = 24.84375$
- $\hat{\hat{Y}}_7 = 0.5(34.6875) + 0.5(24.84375) = 29.765625$
- $\hat{\hat{Y}}_8 = 0.5(39.84375) + 0.5(29.765625) = 34.8046875$
- $\hat{\hat{Y}}_9 = 0.5(44.921875) + 0.5(34.8046875) = 39.86328125$

حساب قيم a_t

- $a_1 = 2 \cdot \hat{Y}_2 - \hat{\hat{Y}}_2 = 2 \times 15 - 12.5 = 17.5$
- $a_2 = 2 \times 17.5 - 15 = 20$
- $a_3 = 2 \times 18.75 - 16.875 = 20.625$
- $a_4 = 2 \times 23.75 - 20.3125 = 27.1875$
- $a_5 = 2 \times 29.375 - 24.84375 = 33.90625$
- $a_6 = 2 \times 34.6875 - 29.765625 = 39.609375$
- $a_7 = 2 \times 39.84375 - 34.8046875 = 44.8828125$

- $a_8 = 2 \times 46.48 - 41.67 = 51.29$
- $a_9 = 2 \times 48.24 - 44.95 = 51.53$

حساب قيم b_t

- $b_1 = \frac{1}{1-\alpha}(\hat{Y}_1 - \hat{\hat{Y}}_1) = \frac{0.5}{1-0.5} \cdot (10 - 10) = 0$
- $b_2 = 15 - 12.5 = 2.5$
- $b_3 = 15 - 12.5 = 2.5$
- $b_4 = 23.75 - 19.375 = 4.375$
- $b_5 = 31.875 - 25.625 = 6.25$
- $b_6 = 35.93 - 30.77 = 5.16$
- $b_7 = 42.96 - 36.86 = 6.1$
- $b_8 = 46.48 - 41.67 = 4.81$
- $b_9 = 48.24 - 44.95 = 3.29$

• حساب السلسلة المقدرة:

- $\hat{Y}_1 = a_1 + b_1 = 10 + 0 = 10$
- $\hat{Y}_2 = 17.5 + 2.5 = 20$
- $\hat{Y}_3 = 20 + 2.5 = 22.5$
- $\hat{Y}_4 = 28.125 + 4.37 = 32.495$
- $\hat{Y}_5 = 38.125 + 6.25 = 44.375$
- $\hat{Y}_6 = 41.09 + 5.16 = 46.25$
- $\hat{Y}_7 = 49.06 + 6.1 = 55.16$
- $\hat{Y}_8 = 10 + 0 = 10$

• حساب القيم التنبؤية:

- $Y_{8,9}^p = 51.29 + 4.81 \cdot 2 = 60.91$
- $Y_{8,10}^p = 51.29 + 4.81 \cdot 3 = 65.72$
- $Y_{8,11}^p = 51.29 + 4.81 \cdot 4 = 70.73$
- $Y_{8,12}^p = 51.29 + 4.81 \cdot 5 = 75.34$

• إتمام الجدول

Y_t^p	b_t	a_t	$\hat{\hat{Y}}_t$	$\hat{Y}_t$	Y_t	T
10	0	10	10	10	10	1
20	2.5	17.520	12.5	15	20	2
22.5	2.5	28.125	15	17.5	30	3
32.5	4.375	38.125	19.375	23.75	40	4
44.375	6.25	41.09	25.625	31.875	40	5
46.25	5.16	49.06	30.77	35.93	40	6
55.16	6.1	51.29	36.86	42.96	50	7
56.1	4.81	/	41.67	46.48	50	8
60.9	/	/	44.95	48.24	/	9
65.72	/	/	/	/	/	10
70.53	/	/	/	/	/	11
75.34	/	/	/	/	/	12