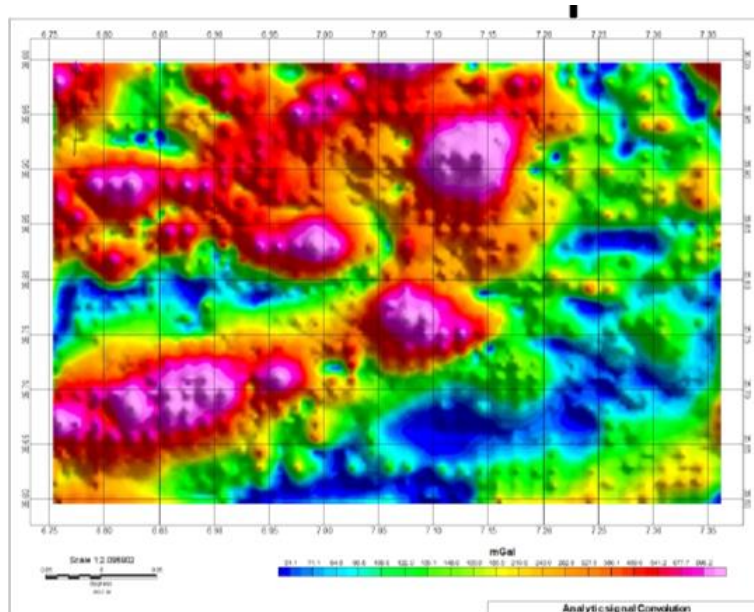


La gravimétrie



Le champ de pesanteur

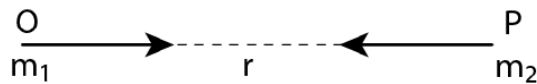
Attraction universelle:

– **Newton:** deux lois fondamentales:

- **le principe fondamental de la dynamique:**

$$\boxed{f = mg} \text{ avec } g = \text{accélération du corps} \quad (1)$$

- **La loi d'attraction universelle:**



$$\boxed{f = G \frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

avec G constante de la gravitation universelle (2)

$$G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ (cgs), ou } \times 10^{-11} \text{ (SI)}$$

de (1) et (2) on obtient l'accélération de m_2 due à la présence de m_1 :

$$\boxed{\vec{g} = G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}}$$

avec Vecteur unitaire allant de P vers O.

Cas de la sphère

- Le champ gravifique $\vec{g}$ est un vecteur dirigé de P vers le centre de la sphère

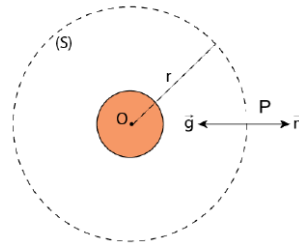
$$\vec{g} \cdot \vec{n} = -g \cdot r_0$$

Avec r_0 la normale unitaire dirigée vers l'extérieur de (S)

- Le flux de $\vec{g}$ à travers la sphère (S) s'écrit: $\phi = \int_S \vec{g} \cdot \vec{n} \cdot dS = -g \int_S r_0 \cdot dS = -g \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot r_0$
- et d'après le théorème de Gauss $\phi = 4\pi \cdot G \cdot M$ avec M la masse de la sphère

- d'où:

$$g = -G \frac{M}{r^2} r_0$$



L'attraction de la sphère, à l'extérieur, est la même que celle d'une masse ponctuelle de même masse concentrée en son centre.

L'attraction exercée par le globe terrestre sur la petite masse m située en surface est équivalente à l'attraction d'un point situé au centre de la Terre, de masse M égale à la masse de la Terre.

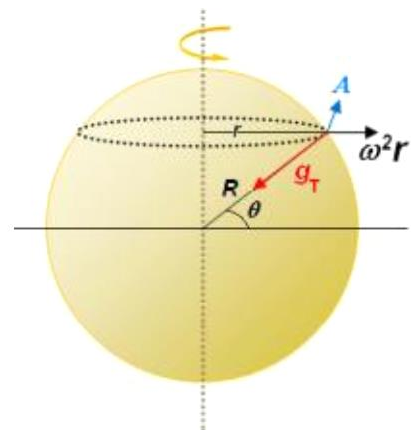
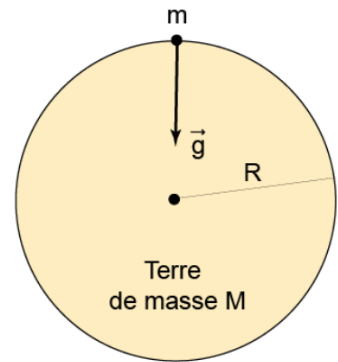
L'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ s'écrit :

$$\vec{g} = G \frac{M}{R^2} \vec{r}$$

L'unité est le milligal (cgs) ou le m^2/s (SI).

La pesanteur (ou accélération de la pesanteur) est l'accélération que subit tout point matériel du fait de:

- l'attraction newtonienne** de la masse de la Terre, encore appelée gravité,
- l'accélération centrifuge** due à la rotation de la Terre,
- l'attraction newtonienne des corps extérieurs à la Terre** (à savoir essentiellement la Lune par sa proximité et le Soleil par sa masse), appelée attraction *luni-solaire*.

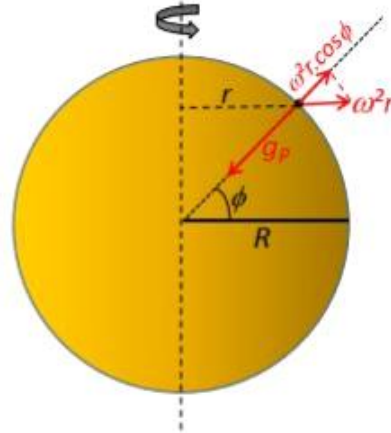


$$g = (\underbrace{g_T - \omega^2 r}_{\text{Constant dans le temps}}) + \underbrace{A}_{\text{Variable dans le temps}}$$

La vitesse angulaire de rotation de la Terre vaut : $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

En d'autres termes, la vitesse de déplacement $V = \omega \cdot r = 1700 \text{ Km.h}^{-1}$ à l'équateur.

Théorie de Clairaut



$$g(\phi) = g_p - \omega^2 r \cos \phi$$

$$g_p = g_E + \omega^2 r \quad \rightarrow \quad r = R \cos \phi$$

$$g(\phi) = g_E + \omega^2 R - \omega^2 R \cos^2 \phi = g_E + \omega^2 R (1 - \cos^2 \phi)$$

$$g(\phi) = g_E + \omega^2 R \sin^2 \phi$$

$$g(\phi) = g_E \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g_E} \sin^2 \phi \right)$$

$$g(\phi) = g_E (1 + \gamma \sin^2 \phi)$$

Du fait de la rotation, la Terre n'est pas parfaitement sphérique, elle est aplatie aux pôles. C'est un ellipsoïde aplati (sphéroïde). Donc il faudrait tenir compte de l'écart à la sphéricité en ajoutant des termes correctifs. l'aplatissement peut être défini par:

$$f = (a-b)/a$$

Clairaut a montré en utilisant les équations de l'hydrostatique que , quelle que soit la distribution de densité, on avait toujours :

$$f + \gamma = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 R}{g_E} = \frac{1}{115.5}$$

	Date	1/f
Newton	1687	230
Legendre	1789	318
Bessel	1841	299
Clarke	1866	295
Ellipsoïde international	1930	297,0
Jeffreys	1948	297,1
Ellipsoïde international	1967	298,247
Ellipsoïde international	1980	298,257

Notions de Géoïde et sphéroïde en gravimétrie.

En gravimétrie, le géoïde et le sphéroïde sont deux concepts fondamentaux qui se rapportent à la forme de la Terre et à la façon dont la gravité varie à sa surface.

1- Géoïde

Définition :

- Le géoïde est une surface équipotentielle du champ gravitationnel terrestre. Il représente la forme que prendrait la surface des océans si celle-ci était influencée uniquement par les forces gravitationnelles et la rotation de la Terre, sans autres influences telles que le vent ou les marées.

Caractéristiques :

- Le géoïde n'est pas régulier ; il présente des variations dues aux différences de masse à l'intérieur de la Terre (montagnes, vallées, etc.).
- Il est souvent utilisé comme référence pour mesurer l'altitude : l'altitude d'un point est mesurée par rapport au géoïde.

Applications :

- Le géoïde est essentiel en géodésie et en gravimétrie pour des applications telles que le nivellement, la cartographie, et la modélisation des variations du champ de gravité.

2- Sphéroïde

Définition :

- Le sphéroïde est une forme mathématique qui représente une approximation de la Terre, souvent utilisée dans les modèles géodésiques. Il est généralement considéré comme un ellipsoïde de révolution, où la Terre est légèrement aplatie aux pôles et renflée à l'équateur.

Caractéristiques :

- Le sphéroïde est plus simple à manipuler mathématiquement que le géoïde, car sa forme est régulière et prévisible.
- Le modèle sphéroïdal est utilisé pour les calculs de distances, les systèmes de navigation, et les représentations cartographiques.

Applications :

- Les sphéroïdes sont utilisés dans les systèmes de référence géodésiques, tels que le WGS84, qui est le système de référence utilisé par le GPS.

3- Comparaison entre Géoïde et Sphéroïde

- **Nature** : Le géoïde est une surface réelle qui varie naturellement, tandis que le sphéroïde est une approximation mathématique simplifiée de la forme de la Terre.

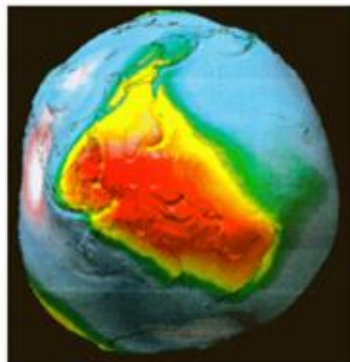
- **Utilisation** : Le géoïde est principalement utilisé pour des mesures précises de l'altitude et des variations de gravité, tandis que le sphéroïde est utilisé pour des calculs géodésiques et des applications de navigation.

- **Relation** : Dans la pratique, les altitudes et les données gravimétriques sont souvent exprimées par rapport au géoïde, mais celles-ci peuvent être converties en valeurs sphéroïdales pour des applications spécifiques.

En résumé,

le géoïde et le sphéroïde sont deux concepts essentiels qui aident à comprendre la forme de la Terre et la façon dont la gravité varie, chacun ayant ses propres applications et utilités dans le domaine de la gravimétrie.

Caractéristiques globales



Terre animée

Le globe

- pratiquement sphérique

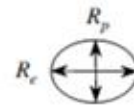
- géoïde

- dimensions

rayon polaire (R_p) = 6356,77 km

rayon équatorial (R_e) = 6378.16 km

rayon moyen (sphère de volume égal)
= 6371 km

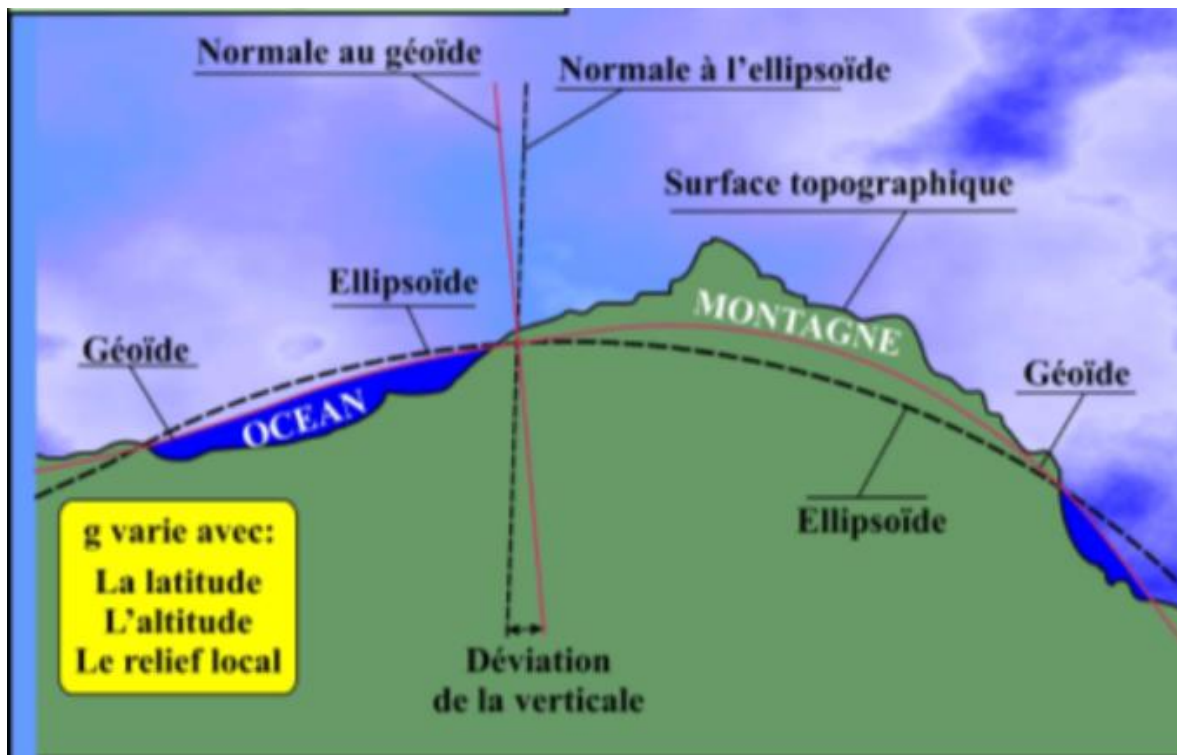
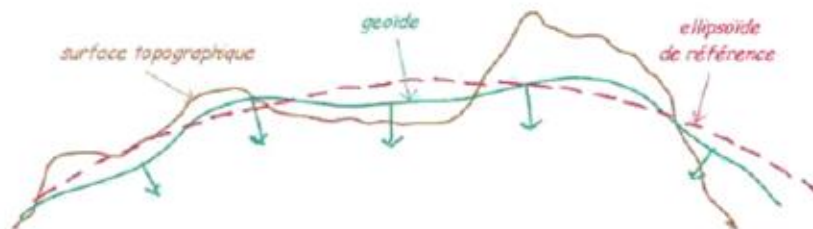
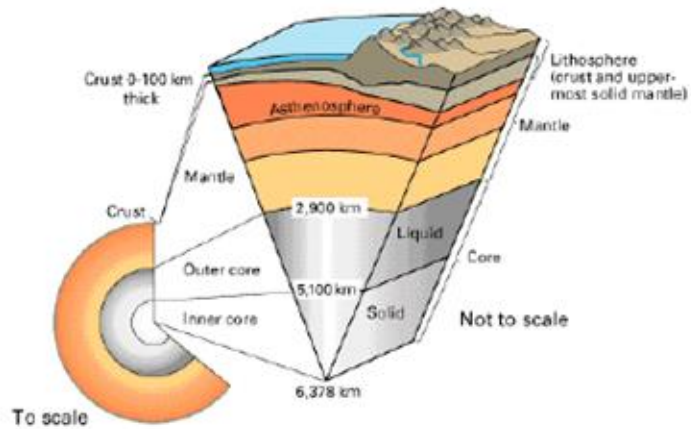
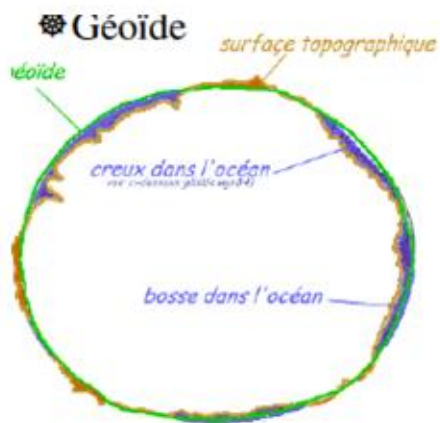


Surface $S \approx 510 \times 10^6 \text{ km}^2$

Volume $V \approx 1,083 \times 10^{12} \text{ km}^3$

Masse $M \approx 5,975 \times 10^{21} \text{ T}$

Masse volumique moyenne de 5,52 T/m³

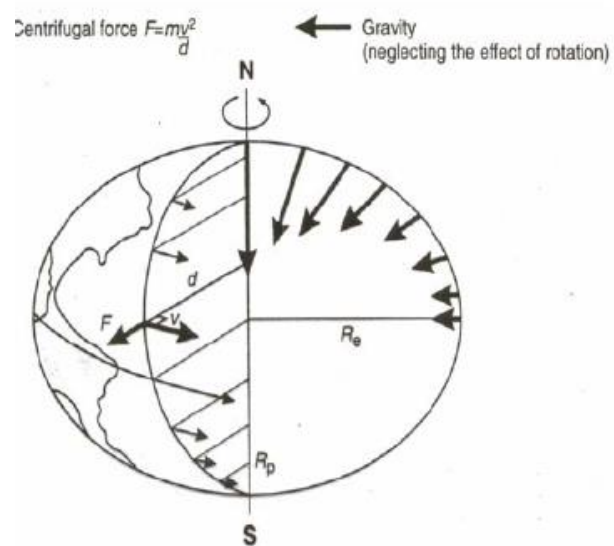


La gravité terrestre

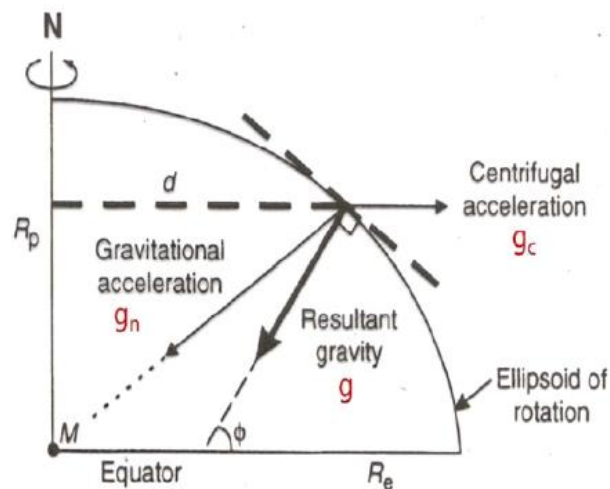
Pour prédire le champ gravitationnel de la terre en tout point, sa forme et ses variations de densité doivent être connus. À cause de sa rotation, la terre n'est pas sphérique. Sa forme peut être approximée par un ellipsoïde de révolution quelques fois appelée sphéroïde.

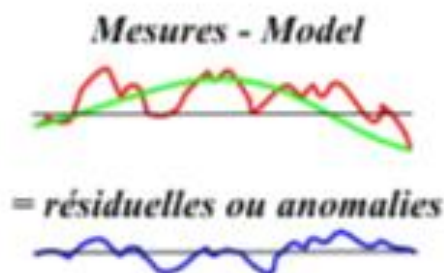
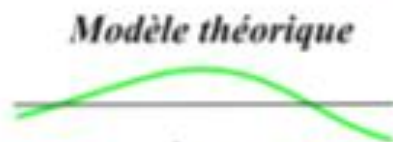
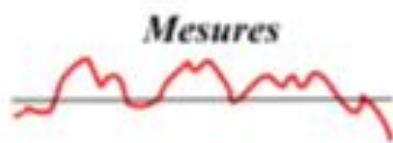
Le sphéroïde donne la gravité qui serait observée au niveau de la mer sur une terre de forme sphéroïdale (approximant de près sa forme réelle) et dont la densité ne varie qu'en profondeur et non pas latéralement.

Les lois de Newton nous donnent déjà la définition de g_N . De part la rotation de la terre, une force centrifuge existe également ce qui crée une composante supplémentaire g_c pour le champ de gravité. La gravité mesurée à la surface de la terre g est donc la somme de g_N (Newton, voir plus haut) et de g_c (voir figure ci-dessous).



On note que de l'équateur aux pôles, g_N croît et g_c décroît.





La première modélisation du champ de pesanteur terrestre (modèle essayant de reproduire les mesures réelles) se base sur un ellipsoïde d'aplatissement 1/298,27.

Modèle de Clairaut:

$$g_{\text{théorique}} = g_0 [1 + (5/2 \cdot u - f) \sin^2 \lambda]$$

g_0 : g à l'équateur (9,780327 ms^{-2}) u : rapport F_c/g_0
 f : aplatissement de l'ellipsoïde (1/298,27) λ : latitude du point

$$g_{\text{théorique}} = g_0 [1 + \beta_1 \sin^2 \lambda - \beta_2 \sin^2 2\lambda]$$

$\beta_1 = 0,0053024$ $\beta_2 = 0,0000058$

Pour reproduire le champ mesuré, ce modèle devra être affiné (corrigé) en tenant compte des particularités locales: Après une correction XX du modèle de départ, les données résiduelles seront nommées anomalies XX .