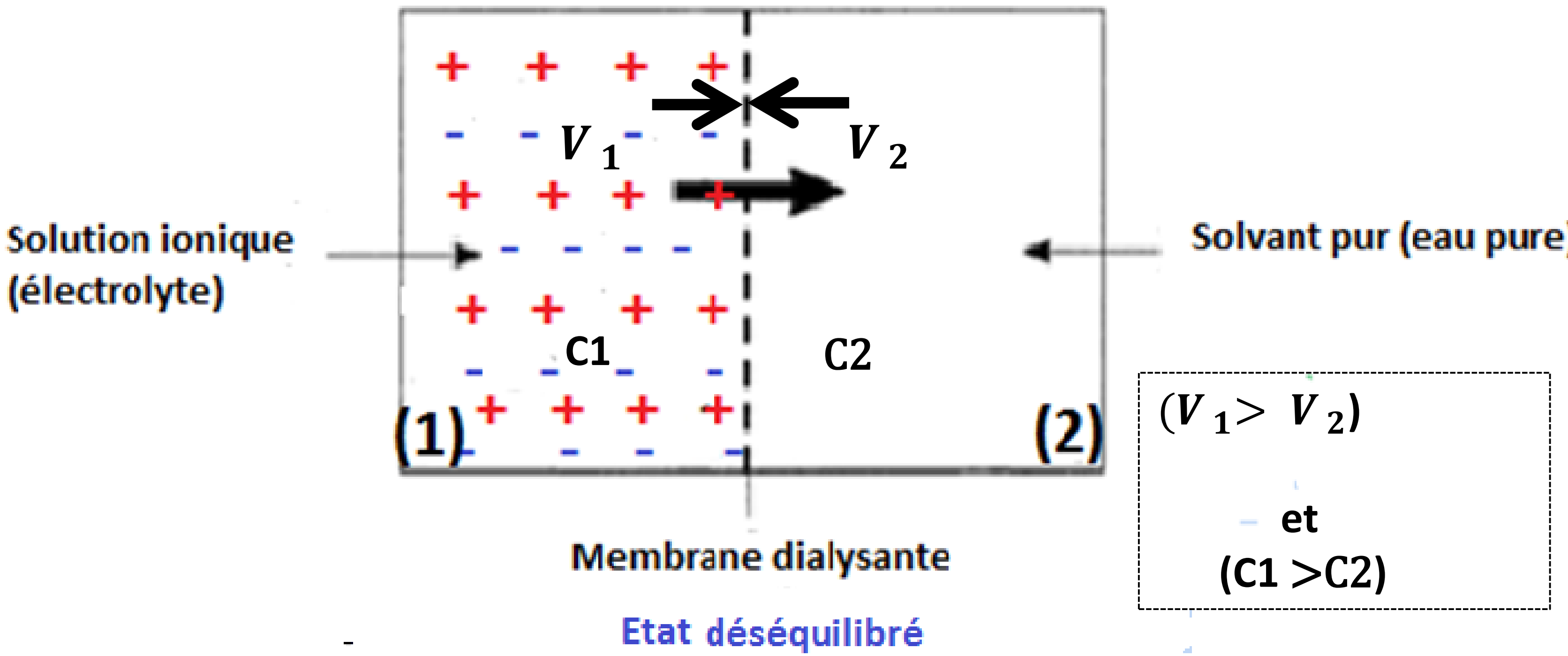
- Équilibre de Donnan- Effet de Gibbs- Donnan

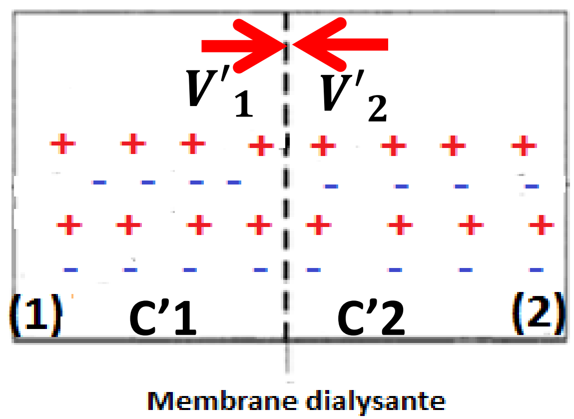
<u>Expérience</u>: Soient deux compartiments **1** et **2** séparés par une **membrane dialysante** (membrane sélective qui permet le passage des petits ions et bloque les grands ions). Le compartiment **1** contient une solution ionique **neutre électriquement** (cations + anions + solvant) et le compartiment **2** contient de l'eau pure, comme le montre la figure:



<u>Observations et résultats</u>:

On remarque une diffusion des ions (***cations et anions)*** à travers la membrane dialysante <u>contre le gradient de concentration</u> et donc <u>contre</u> le <u>gradient de potentiel électrique</u> du compartiment **1** vers le compartiment **2** jusqu'à un établissement <u>d'un équilibre</u> qui correspond à des **concentrations ioniques égales *(des cations et des anions)*** de part et d'autre de la membrane **et donc des potentiels électriques égaux** de part et d'autre de la membrane dialysante, comme le montre la figure;

- Les deux compartiments sont **électriquement neutres à l'équilibre**



Etat équilibré

$(V'_1 = V'_2)$

et

(C'1 = C'2)

Explication des résultats:

- La **différence des concentrations** des ions de part et d'autre de la membrane et donc la différence de potentiels électriques (ou **potentiels électrochimiques)** de ceux-ci, induit une diffusion des ions (une migration des charges électriques) contre le gradient de potentiel électrique, c'est –à-dire du compartiment (1) vers le compartiment (2) jusqu'à **un équilibre (une égalité) des concentrations** et par conséquent, **un équilibre (une égalité) des potentiels électriques** de part et d'autre de la membrane dialysante. **Cet équilibre** est dit: **équilibre de Donnan**.

- La différence de potentiels électrochimiques de part et d'autre de la membrane dialysante à **<u>l'état d'équilibre</u>** pour un ion donné est définie par la loi de **Nernst - Planck:**

$$V_1 - V_2 = -\frac{R\,T}{Z_{ion} \times F}\ \mathrm{Ln}\left(\frac{C(ion)_1}{C(ion)_2}\right) \quad \text{à l'équilibre}$$

Où:

- **z** : est la valence algébrique de l'ion (- ou +)
- **F** est le Faraday (96500 C).
- **C(ion)1 et C(ion)2** sont les concentrations ioniques ou équivalentes de l'ion dans le compartiment (1) et (2), respectivement.

- **À l'équilibre**, les ions (cations et anions) se répartissent de **façon homogène (égale)** de part et d'autre de la membrane, ce qui donne:

$$C'_1 = C_2{}'$$

- Il en résulte que:

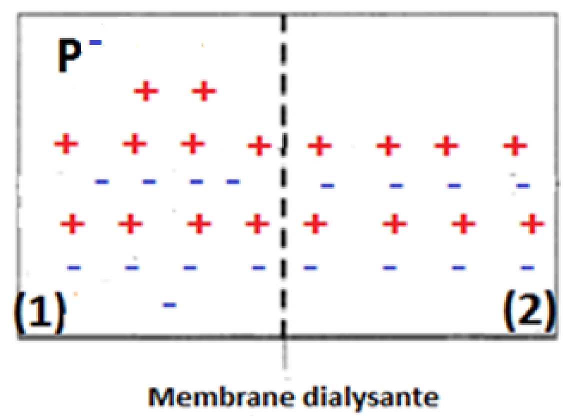
$$V'_1 - V'_2 = -\frac{R\,T}{z\,F}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{C'_1}{C'_2}\right) = 0 \Rightarrow V'_1 = V'_2$$

- Il y a donc une **égalité des potentiels électrochimiques**.

- Lorsqu'une solution ne contient que des ions diffusibles (anions et cations) et est séparée d'un solvant pur par une **membrane dialysante**, **il y a toujours une égalité des potentiels électrochimiques et des concentrations à l'équilibre** de part et d'autre ce cette membrane, **c'est l'équilibre de Donnan.**

Cas particulier:

- Si l'un des compartiments précédents , **1** par exemple, contient une **<u>protéine chargée</u>** P^- **non diffusible (piégée ou bloquée)** par la membrane dialysante. Dans ce cas, cette protéine va <u>attirer (retenir)les ions de signes opposés</u> (les cations) et expulser les autres du même signe créant donc <u>une inégalité des concentrations des ions</u> de part et d'autre de la membrane et une différence de potentiel électrique **non nulle <u>à l'équilibre,</u>** c'est **l'effet de Gibbs-Donnan.**



$(V'_1 \neq V'_2)$

$(C'_1 \neq C'_2)$

$\pi_{osm\,1} > \pi_{osm\,2}$

Etat d'équilibre -Effet de Gibbs-Donnan

- Il en résulte donc un **équilibre** qui se caractérise par:

1. **une différence de potentiel électrique** (DDP) **non nulle** de part et d'autre de la membrane dialysante appelée **potentiel de Gibbs-Donnan;**

2. **Une inégalité des concentrations** des ions présents de part et d'autre de la membrane;

3. **Une différence des pressions osmotiques** de part et d'autre de la membrane car la pression osmotique (oncotique) dans le compartiment contenant la protéine est plus élevée;

4. **Une neutralité électrique** dans les deux compartiments.

5. les rapports des concentrations des ions à l'équilibre vérifient **l'équation de Donnan** suivante. Par exemple:

$$\frac{C\prime(Na+)_1}{C\prime(Na+)_2} = \frac{C\prime(Cl-)_2}{C\prime(Cl-)_1} = \sqrt{\frac{C\prime(Ca2+)_1}{C\prime(Ca2+)_2}} = \sqrt{\frac{C\prime(SO4^{2-})_2}{C\prime(SO4^{2-})_1}} = \mathbf{r}$$

Ou: $C'(\,Na^{+})_1 \times C'(Cl-)_1 = C'(\,Na^{+})_2 \times C'(Cl-)_2$

$$=$$

$$(\sqrt{C'(Ca2+)}\;)1 \times (\sqrt{C'(SO4^{2-})}\;)1 = (\sqrt{C'(Ca2+)}\;)2 \times (\sqrt{C'(SO4^{2-})}\;)2$$

(égalité des flux diffusifs des ions de (1) à (2) et de (2) à (1))

r : est appelé **rapport** ou constante de Donnan

- Pour les **ions monovalents** (Na+ et Cl−):

  Le rapport des concentrations est **directement égal** (sans racine carrée).

- Pour les **ions divalents** (Ca2+ et SO_4 2−):

Le rapport des concentrations est **lié par une racine carrée**.

❑ La différence de potentiel membranaire (DDP) pour chaque ion présent à l'équilibre (**potentiel de Gibbs-Donnan)** sera :

$$\Delta G = V'_{ion\,(1)} - V'_{ion\,(2)} = -\frac{RT}{z\,F}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{C'\ ion\ (1)}{C'ion\ (2)}\right)$$

Remarques :

1. L’effet Donnan n’est observable qu’avec une membrane dialysante.

2. L’équation de Donnan n’est valable que si les petits ions sont soumis à un transport passif (**DIFFUSION**).

3. Chacun des ions en présence vérifie **l’équilibre de Donnan** à travers son potentiel électrique, par exemple:

- Pour les ions (Na+) avec z =(+1); $\boldsymbol{V'_1}$- $\boldsymbol{V'_2}$ = - $\boldsymbol{\frac{R\,T}{z\,F}}$ **Ln** $\boldsymbol{\left(\frac{C\prime(Na+)_1}{C\prime(Na+)_2}\right)}$

- Pour les ions (Cl^{-}) avec z = (-1); $\boldsymbol{V'_1}$- $\boldsymbol{V'_2}$ = - $\boldsymbol{\frac{R\,T}{z\,F}}$ **Ln** $\boldsymbol{\left(\frac{C\prime(Cl-)_1}{C\prime(Cl-)_2}\right)}$

- Pour les ions (Ca^{2+}) avec z = (+2) : $\boldsymbol{V'_1}$- $\boldsymbol{V'_2}$ = - $\boldsymbol{\frac{R\,T}{z\,F}}$ **Ln** $\boldsymbol{\left(\frac{C\prime(Ca2+)_1}{C\prime(Ca2+)_2}\right)}$

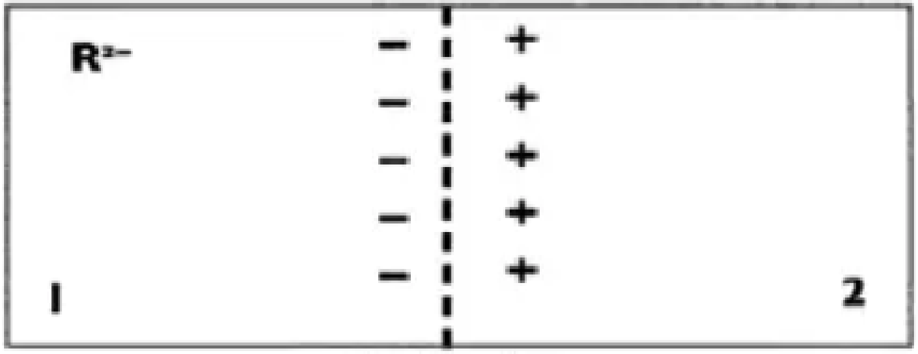
- Pour les ions (${SO_4}^{2-}$) avec z = (-2); $\boldsymbol{V'_1}$- $\boldsymbol{V'_2}$ = - $\boldsymbol{\frac{R\,T}{z\,F}}$ **Ln** $\boldsymbol{\left(\frac{C\prime(SO4^{2-})_1}{C\prime(SO4^{2-})_2}\right)}$

Remarque: On dit qu'il y a un **effet de Gibbs-Donnan**, si les concentrations des ions dans les deux compartiments à l'état initial vérifient:

$$\boldsymbol{\frac{C(Na+)_1}{C(Na+)}} \neq \boldsymbol{\frac{C(Cl-)_2}{C(Cl-)}} \neq \sqrt{\boldsymbol{\frac{C(Ca2+)_1}{C(Ca2+)}}} \neq \sqrt{\boldsymbol{\frac{C(SO4^{2-})_2}{C(SO4^{2-})}}} \neq \text{............ect}$$

❑ Le signe du potentiel dépend de la localisation de la protéine.

Par exemple: si la protéine (non diffusable à travers la membrane) dans le compartiment **1** est chargée négativement, le potentiel du compartiment **1** sera négatif ($V_1 < 0$).

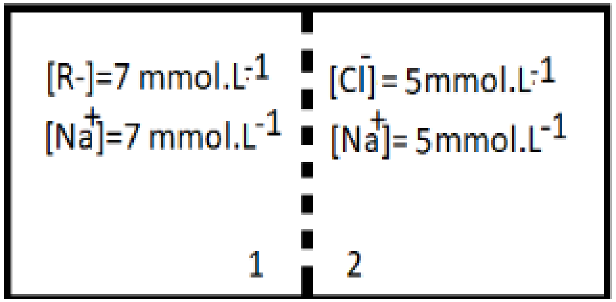


$V_1 - V_2 < 0.$
$V_2 - V_1 > 0.$

Exemple : Soit une membrane dialysante séparant deux compartiments. L'un contient la protéine (RNa) a une concentration 7 $mmol.L^{-1}$ et l'autre contient du chlorure de sodium (NaCl) a une concentration de 5 $mmol.L^{-1}$.

- *Y a-t-il un effet Donnan ?*
- *Les ions de Na^+ et Cl^- sont-ils en équilibre ?*
- *Dans quel sens les ions vont-ils se déplacer ?*

Corrigé :



❑ **Présence de l'effet Donnan** :

Puisque il y a une protéine chargée dans le compartiment(1) et la membrane séparant les deux compartiments est dialysante, l'effet Donnan existe (**100%).**

❑ Equilibre entre les ions de Na+ et de Cl- :

À l'équilibre de Donnan, chacun des ions vérifient la formule de Donnan, c'est-à- dire que chacun des rapports des ions positifs et négatifs est égale au rapport de Donnan **r** constant.

Dans cet exemple:

$$\frac{C(Na+)_1}{C(Na+)_2} = \frac{7}{5} \neq \frac{C(Cl-)_2}{C(Cl-)_1} = \frac{5}{0}\ (\infty) \neq \mathbf{cste}$$

Ou

$$\mathrm{C}(\,Na^{+})_1 \times C\,(Cl-)_1 = 0 \neq \mathrm{C}(\,Na^{+})_2 \times C(Cl-)_2 = 25\ (\mathrm{mmol.}\ l^{-1})^2 \qquad (*)$$

Donc, la répartition ionique ne définit pas un rapport constant, la situation exposée ne décrit pas un **état d'équilibre** (c'est un état de déséquilibre).

De ce fait, les petits ions (Na+ et Cl-) vont diffuser à travers la membrane jusqu'à l'établissement d'une **répartition caractéristique à l'équilibre de Donnan**, c'est- à-dire **ne vérifiant pas dans chacun des compartiments:**

- **l'homogénéité (l'égalité) des concentrations dans chacun des compartiments**;
- **l'homogénéité des potentiels électriques (ou électrochimiques) dans chacun des compartiments**;
- **l'homogénéité** des pressions osmotiques.
- **mais respectant les lois de l'électroneutralité.**

❑ **Sens de déplacement des ions (sens de la diffusion) :**

De l'équation (*), nous avons:

$$\mathrm{C}(\boldsymbol{Na^{+}})_{\mathbf{1}} \times \boldsymbol{C}\,(\boldsymbol{Cl-})_{\mathbf{1}} = \mathbf{0} < \mathrm{C}(\boldsymbol{Na^{+}})_{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{C}(\boldsymbol{Cl-})_{\mathbf{2}} = 25\ (\mathrm{mmol.}\ l^{-1})^{2}$$

Donc pour que les deux produits des concentrations soient égaux, un flux des ions de Cl^- du compartiment 2 doit diffuser vers le compartiment 1 (contre le gradient de concentration).

- Le sens de diffusion correspond à un déplacement d'ions du compartiment où le produit ionique est le plus grand vers le compartiment où le produit ionique est le plus petit **(on peut dire contre le gradient de produit ionique):**

Donc, le flux de diffusion se dirigera du compartiment 2 vers le compartiment 1.

Remarque:

1. à l'équilibre, $[\mathrm{R}^-]'_1 = [Na^+]'_1 - [Cl^-]'_1$

2. le déplacement d'un ion chargé positivement (exp: Na+, Z = +1 entrainera toujours avec lui le déplacement d'un ion chargé négativement de même valeur (exp : Cl- , Z = -1) et inversement. Ceci explique l'électroneutralité des solutions.

❑ Calcul des concentrations à l'équilibre :

On considère un déplacement de *x* mmol/l de Na+ et *x* mmol/l de Cl- du compartiment 2 vers le compartiment 1, correspondant au nombre de mmol/l nécessaire pour atteindre l'équilibre:

$$[Na^+]_1 \times [Cl^-]_1 = [Na^+]_2 \times [Cl^-]_2$$

$$(7 + x)x = (5 - x)(5 - x)$$

$$\boldsymbol{x = 1,47}$$

Soit à l'équilibre:

Compartiment I:

$[\mathbf{R^-}] = 7 mmol/l$

$[\mathbf{Cl^-}] = 1,47\ mmol/l$

$[\mathbf{Na^+}] = 8,47 mmol/l$

Compartiment II:

$[\mathbf{R^-}] = 0 mmol/l$

$[\mathbf{Cl^-}] = 3,53\ mmol/l$

$[\mathbf{Na^+}] = 3,53\ mmol/l$

Définition correcte du gradient (en physique ou en mathématiques):

Le **gradient de concentration** est un vecteur qui indique la direction ou le sens **dans lequel la concentration augmente le plus rapidement**.

Il est défini mathématiquement comme la dérivée spatiale de la concentration :

$$\vec{\nabla} C = \overrightarrow{grad} C = \frac{\partial C}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial C}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial C}{\partial z}\vec{k}$$

Cas positif ou négatif :

•Si la concentration **augmente** dans le sens d'un axe donné (par exemple vers +x), alors le **gradient est positif** dans cette direction.

•Si la concentration **diminue** dans ce sens, alors le **gradient est négatif** dans cette direction.

Remarque importante :

Dans de nombreux phénomènes physiques comme la **diffusion**, le flux de matière va **dans le sens opposé** au gradient de concentration (loi de Fick) :

$$\vec{j} = \frac{\vec{\emptyset}}{s} = -\, D \times \vec{\nabla} C$$

Cela signifie que la matière diffuse **des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration**.

Chapitre 7. L'électrostatique

1. Généralités et définitions

1.1. L'électrostatique: ou électricité statique est une discipline (branche) de la physique qui étudie les **charges électriques au repos (statiques dans le vide)**. Elle s'intéresse à l'étude des interactions mutuelles entre ces charges lorsqu'elles sont **immobiles (**pas en mouvement**)**.

1.2. La charge électrique élémentaire: On appelle charge électrique élémentaire, la charge de l'électron (**-e**) ou celle du proton (+e) qui représente **la plus petite quantité de charge électrique** constituant la matière.

- **Pour un proton (charge positive):**

q_p =+ e =1.602 . $10^{-19}\,C$ $\qquad$ m_p ≈1,67. 10^{-27} Kg

- **Pour un électron (charge négative):**

$q_é$= - e = - 1.602 . $10^{-19}\,C$ $\qquad$ $m_é$ ≈ 9,11. 10^{-31} Kg

1.3. **Unité de mesure de la charge électrique:** dans le système international des unités (**SI ou MSKA**), la charge électrique est exprimée en **Coulomb**, notée **C**.

1. 4. Propriétés de la charge électrique:

- **La masse:** La charge électrique n'existe que sur une particule qui possède une **masse** **non nulle**. Donc **la masse de la charge électrique est celle de la particule qui la porte.**

➢ **La charge électrique est une grandeur extensive (≠intensive):**

La **charge électrique totale** d'un système électrique (corps) constitué de **n** charges électriques de valeurs différentes ($q_1, q_2, \ldots\ldots, q_i, \ldots . q_n$) est **la somme de toutes les charges constituant le système**. Si **Q** est la charge totale du système, donc:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i = q_1 + q_2 + \cdots + q_i + \cdots q_n$$

➢ **La charge électrique est conservée:** la charge électrique d'un système **isolé** électriquement, est **conservée** (**reste constante**).

➢ **Invariance de la charge électrique**: En changeant de référentiel galiléen, **la charge est invariante** (reste constante).

1.5. Les deux types d'électricité

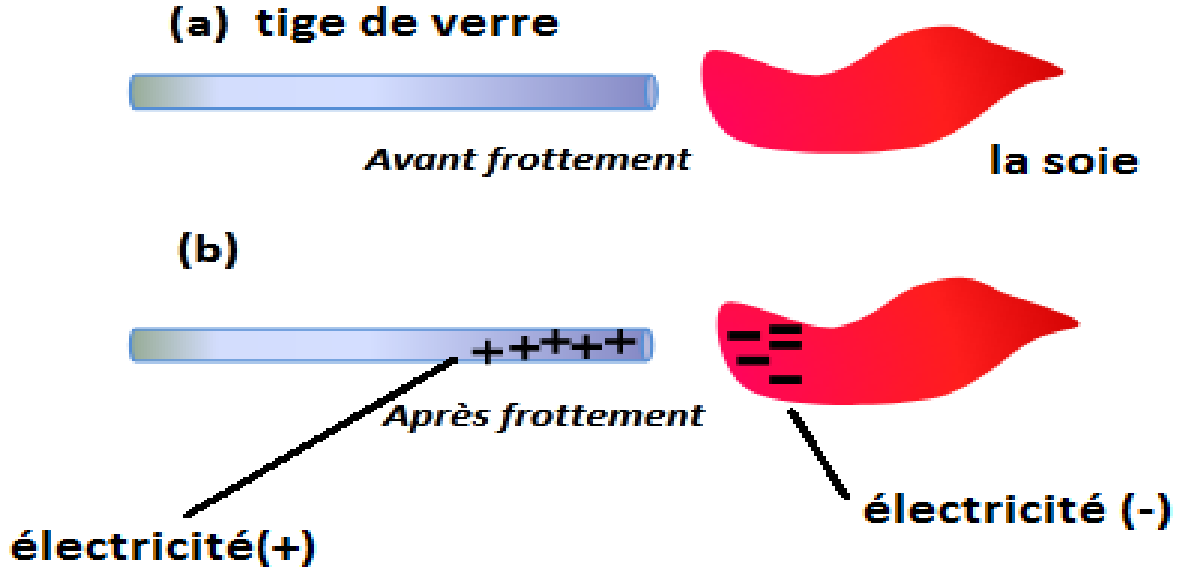
On distingue deux types d'électricité dans la nature:

- une **électricité positive**;
- et une **électricité négative**.

- Si le nombre des **charges positives** d'un corps **est égal** au nombre des **charges négatives,** ce corps est dit **électriquement neutre** (*comme l'atome à son état fondamental*);
- Si le nombre des charges positives d'un corps **est supérieur** au nombre des charges négatives, ce corps est dit **électriquement positif** (*comme un cation ou atome ionisé positivement*);
- Dans le cas contraire, le corps est dit **électriquement négatif** (*comme un anion ou atome ionisé négativement*);;

Remarque:

- On peut obtenir les deux types d'électricité par le frottement d'une tige en **verre** avec un morceau de **soie**.
- Les atomes de la soie (N, S, O,C) sont **plus électronégatifs** que ceux du verre (Si, Na, Ca).
- La soie porte donc une **électricité négative**;
- La tige du verre porte une **électricité positive** (l'électricité vitreuse).

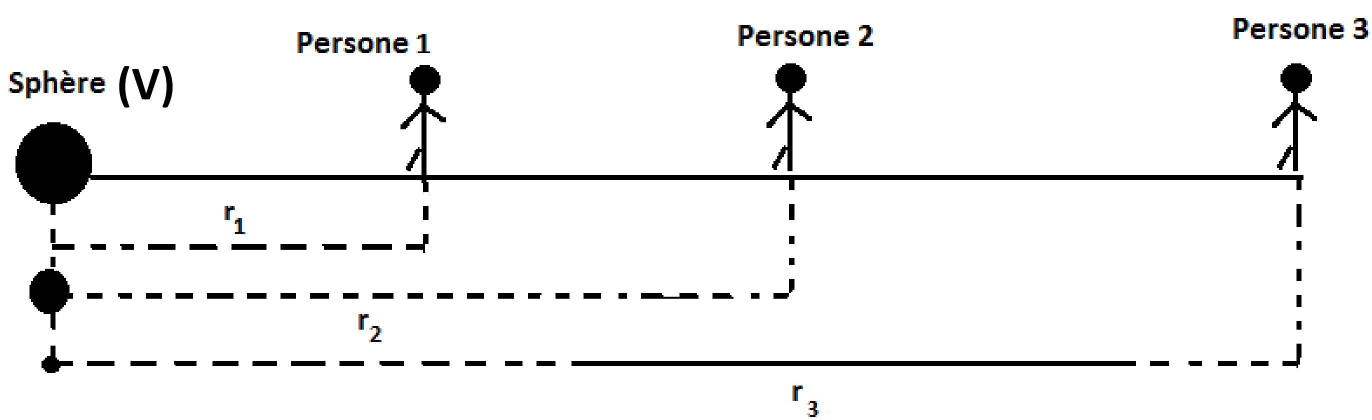


Donc:

- **l'électricité positive** provient de corps **plus électropositifs (ou moins électronégatifs)**
- Et l'électricité **négative** provient de corps **plus électronégatifs.**

1.6. La charge électrique ponctuelle:

C'est une charge accumulée dans un volume V, dont les dimensions sont très petites (négligeables) par rapport aux distances d'observation considérées dans l'étude.

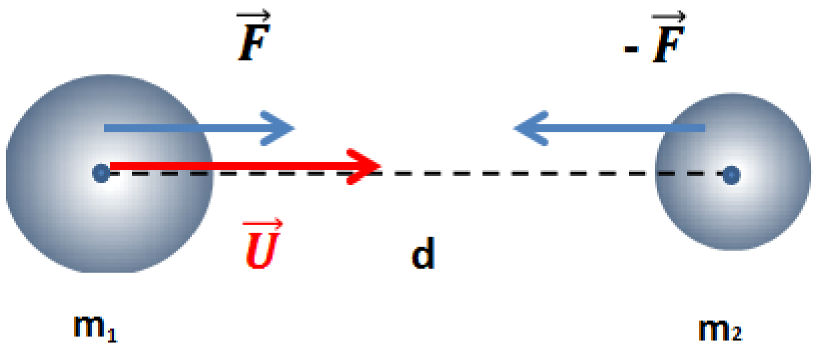


2. Loi de Coulomb –la force électrostatique –

- La loi de Coulomb est une **loi analogue en forme** à la **3ième** loi de Newton, **loi d'attraction générale** ou principe de l'action et de la réaction de Newton.

❑ Enoncé: Deux corps de masse **m1** et **m2**, séparés par une distance **d**, **s'attirent mutuellement** par une force **radiale** $\vec{F}$ (selon la droite qui joint les deux corps), dont le module est :

$$F = G\frac{m_1 \times m_2}{d^2}$$



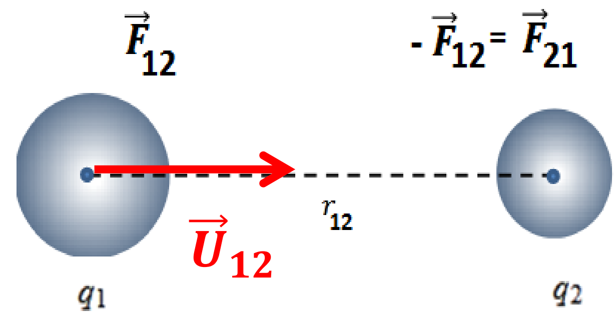
Où G est la constante de gravitation universelle (6,67. 10^{-11} N.m2.kg-2).

Enoncé de la loi de Coulomb: Deux charges électrostatiques q_1 et q_2, séparées par une distance r_{12}, **s'attirent** ou **se repoussent mutuellement** par une force **radiale** $\vec{F}_{12}$ dont le module est :

$$F_{12} = K\frac{|q_1 \times q_2|}{{r_{12}}^2}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{12} = K\frac{q_1 \times q_2}{r^2{}_{12}}\vec{U}_{12} = K\frac{q_1 \times q_2}{r^3{}_{12}}\vec{r}_{12} \text{ (N)}$$

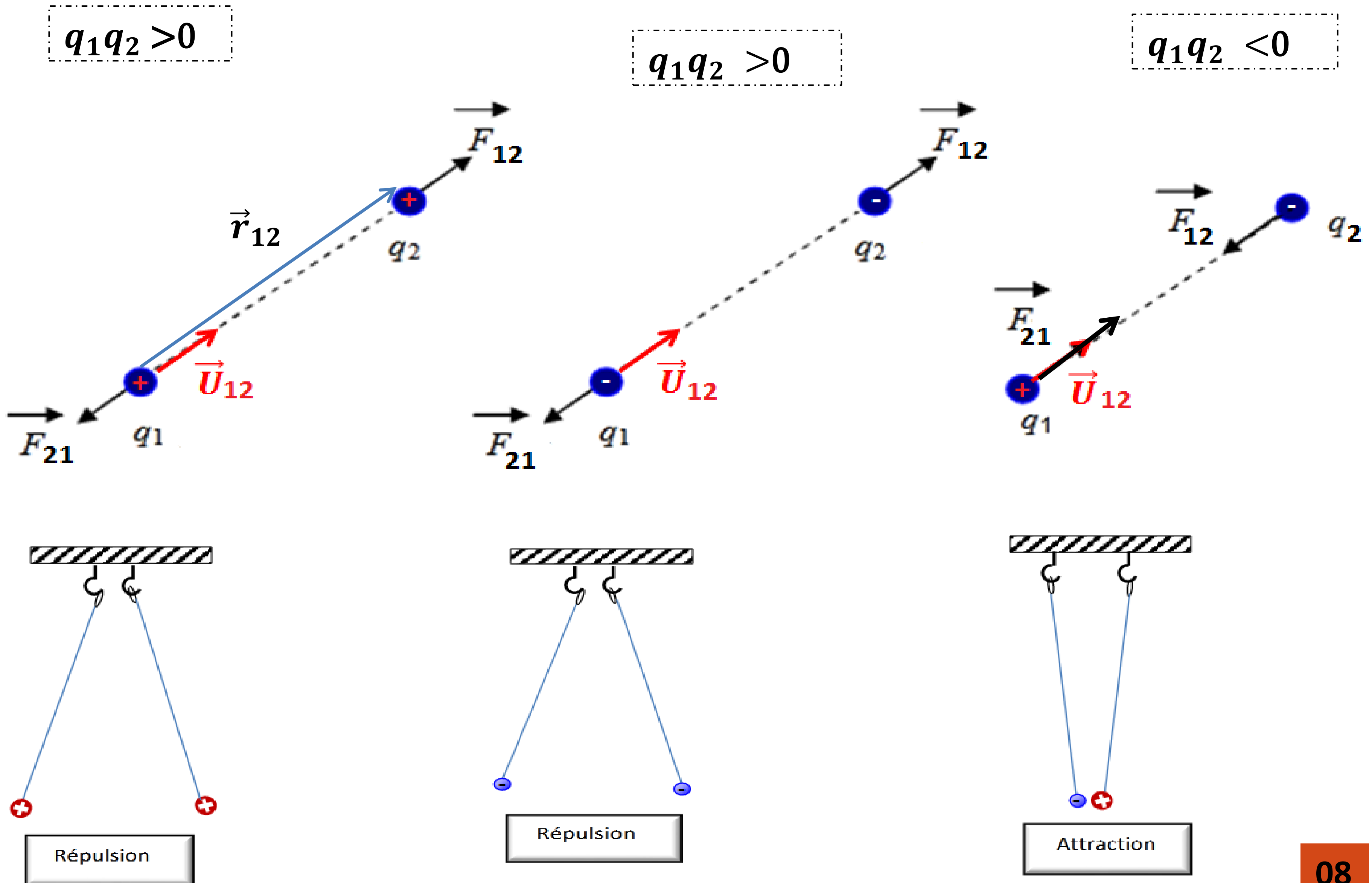
$$\vec{U}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \Leftrightarrow \vec{r}_{12} = r_{12}\,\vec{U}_{12}$$



Où **K** : est la constante électrique de Coulomb qui vaut: ($9.\,10^9$ N.$m^2.C^{-2}$).

- K = $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9.\,10^9$ N.$m^2.C^{-2}$.
- $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi\,10^9}$ = **8,846** $\times 10^{-12}$ **F/m**: est la permittivité électrique du vide
- $\vec{U}_{12}$:est le vecteur directeur (ou unitaire) de la force $\vec{F}_{12}$ orienté **par convention** de la charge q_1 vers la charge q_2, et porté par la droite joignant les deux charges.

- Selon le signe des deux charges, on distingue 3 cas particuliers:



- Dans le schéma précédent:

1. $\vec{F}_{12}$: est la force électrostatique exercée par la charge q_1 sur la charge q_2 à la position de cette dernière.

2. $\vec{F}_{21}$: est la force électrostatique exercée par la charge q_2 sur la charge q_1 à la position de cette dernière.

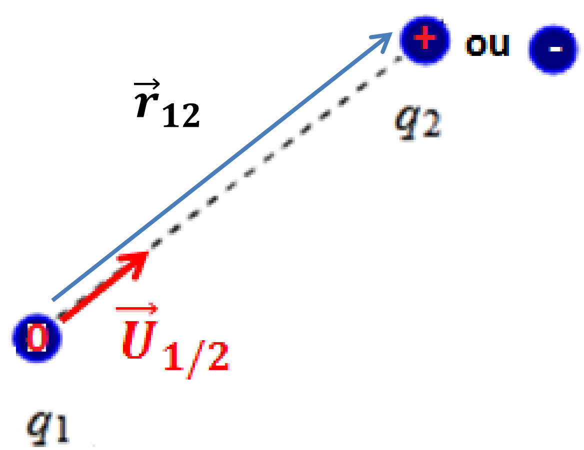
3. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (principe de l'action et de la réaction de Newton).

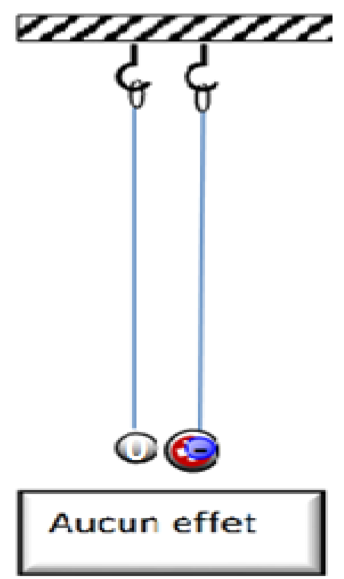
4. Dans la loi de Coulomb, si ($q_1q_2 > 0$), la force $\vec{F}_{12}$ et son vecteur directeur $\vec{U}_{12}$ sont dans le même sens et la force $\vec{F}_{12}$ est donc **répulsive.**

5. **Si** ($q_1q_2 < 0$), la force $\vec{F}_{12}$ et son vecteur directeur $\vec{U}_{12}$ sont opposés en sens et la force $\vec{F}_{12}$ est donc **attractive.**

Remarque:

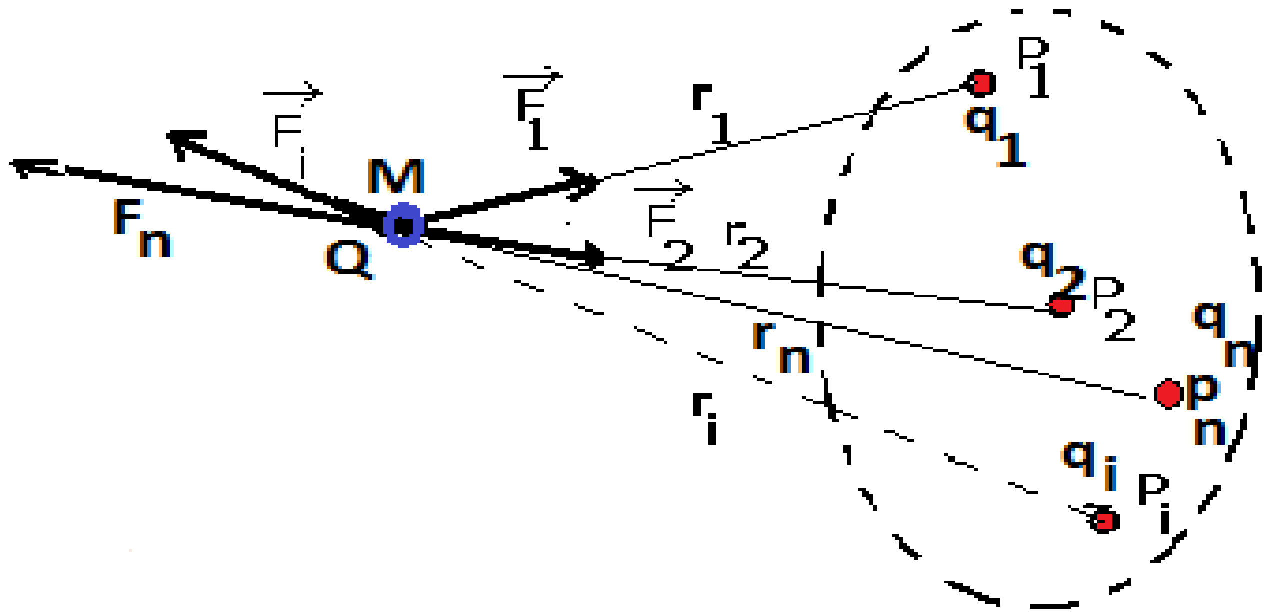
Dans le cas d'une charge **neutre électriquement** (**q_1**=0) et une autre charge **q_2**(+) ou (-) disposées de près dans l'espace, on remarque **<u>aucun effet</u>** entre les deux (ni attraction, ni répulsion).





3. Principe de superposition des forces électrostatiques

- Considérons une charge électrostatique **Q** $(+\ ou\ -)$ placée en un point **M** de l'espace et est entourée d'un ensemble de charges électrostatiques de signes différents $(+\ et\ -)$ $notées$ $(q_1, q_2, q_3, \dots, q_i, \dots, q_n)$ comme le montre la figure.



Définition:

La force électrostatique résultante exercée sur la charge **Q** au point **M**, est égale à la somme vectorielle de toutes les forces électriques exercées sur la charge **Q** par les charges environnantes. ***C'est le principe (loi) de superposition des forces*** donné par l'expression:

$$\vec{F}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K.\frac{Q.q_i}{{r_i}^3}\,\vec{r}_i = K.Q.\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{{r_i}^3}\,\vec{r}_i$$

$$= \vec{F}_1(M) + \vec{F}_2(M) + \cdots + \vec{F}_i(M) + \cdots + \vec{F}_n(M)$$

- $\vec{F}_1(M)$: est la force exercée par la charge $\mathbf{q_1}$ sur la charge **Q** au point M;
- $\vec{F}_2(M)$: … … … … … … … … … … … … … … … … ….q_2 … … … … … … … … … … ….
- Etc………………………………………………………………………………

4 . Champ électrostatique

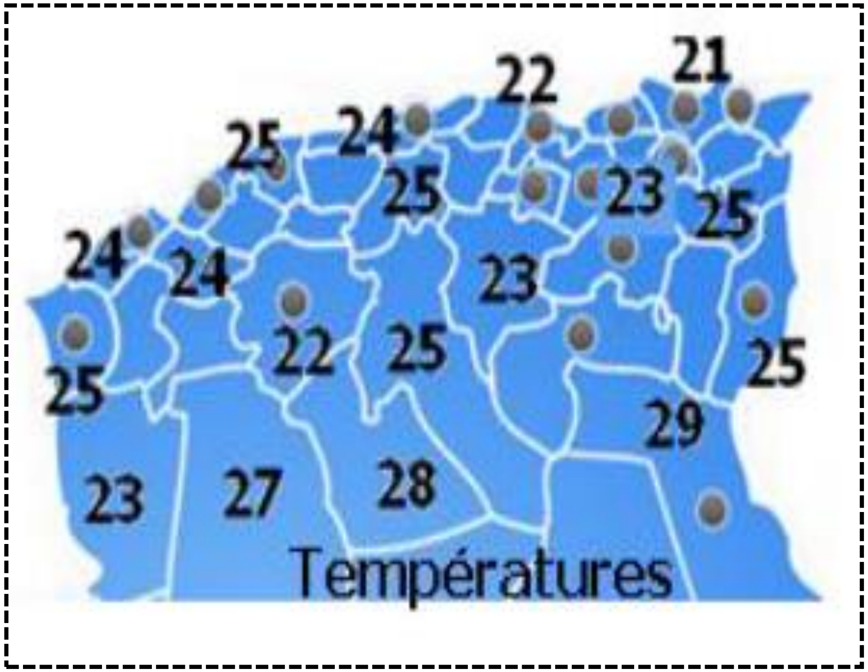
4 .1. Notion du champ

A. Champ scalaire (حقل سلمي)

Soit **F (exp:** F$(x, y, z) = x^2 + 2xy + z$) une fonction **scalaire** à plusieurs variables indépendantes: x , y et z. On peut associer à tout point de l'espace **M**(x, y, z), une valeur **F(x, y, z)** de la fonction **F**. L'ensemble de ces points forme un **champ scalaire**.

Exemple:

- Les points de l'espace géographique de l'Algérie (Bejaïa, Oran,……etc.) associés à des valeurs de température (21°C, 25°C,……etc.) forment un **champ scalaire** **de température T**.

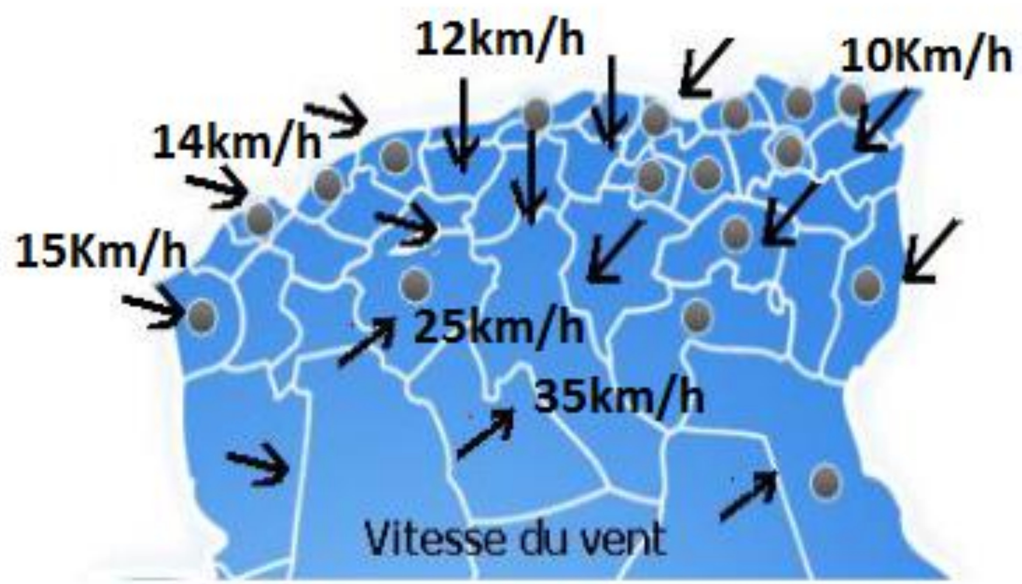


B. Champ vectoriel (حقل شعاعي)

Soit $\vec{G}$ une fonction **vectorielle** à plusieurs variables indépendantes: x, y et z. On peut associer à tout point de l'espace M(x, y, z), une valeur $\vec{G}$**(x, y, z)** de la fonction $\vec{G}$. L'ensemble de ces points forme un **champ vectoriel.**

Exemple:

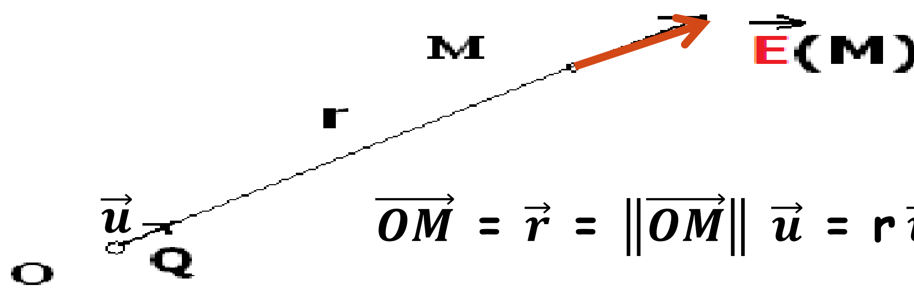
- Les points de l'espace géographique de l'Algérie (Bejaïa, Oran,…..etc.) associés à des valeurs de vitesse du vent (10 km/h, 15 km/h,…….etc.) forment un **champ vectoriel de vitesse du vent.**



4.2. Champ électrostatique créé par une charge électrostatique ponctuelle en un point de l'espace

Théorème :

Une charge électrostatique ponctuelle **Q** (supposée **+**), placée au point **O**, crée en un point ***M*** de l'espace loin du point **O** d'une distance **r**, un champ vectoriel noté $\vec{E}$(M), appelé **champ électrostatique** défini comme:



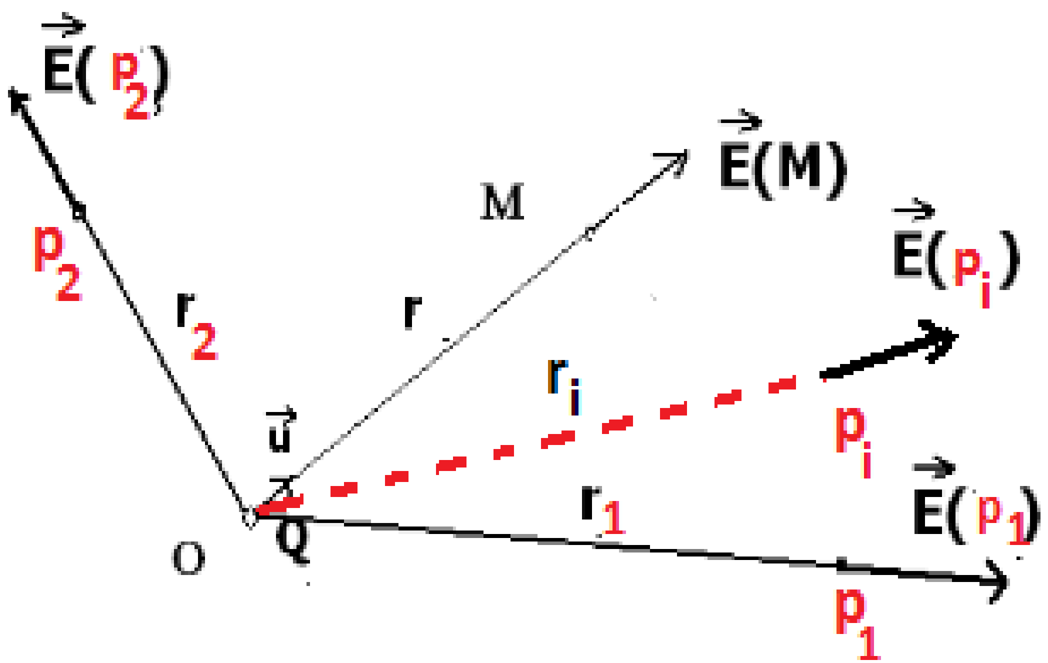
$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \|\overrightarrow{OM}\| \, \vec{u} = r\,\vec{u}$$

$$\vec{E}(M) = K.\frac{Q}{r^2}\,\vec{u} = K.\frac{Q}{\|\overrightarrow{OM}\|^3}\,\overrightarrow{OM} \quad (N/C \text{ ou } V/m)$$

où: $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$

Remarque :

En réalité, la charge électrique **Q** crée, en tous les points de l'espace environnant, des champs électrostatiques qui diffèrent les uns des autres selon la distance **r** qui les sépare de la charge source **Q**, comme le montre la figure :

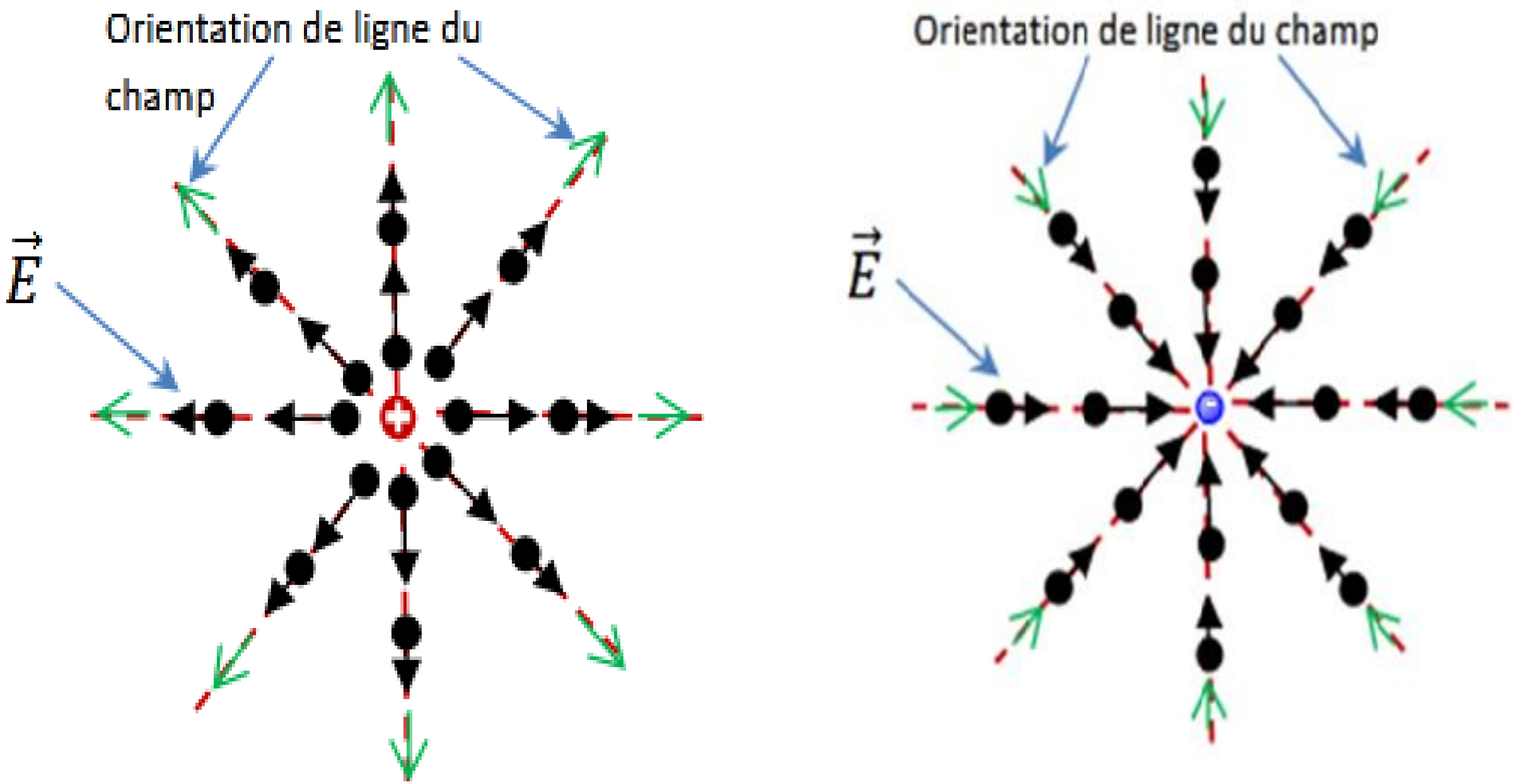


4.2. Orientation du champ électrostatique dans l'espace

lignes du champ électrostatique

Définition:

- Les lignes du champ électrostatiques sont **des lignes droites** qui relient la charge électrique source **Q** et les points de l'espace où se crée le champ électrostatique $\vec{E}$.
- **Par convention,** le champ électrostatique **est tangent** en tout point aux lignes du champ et **dirigé dans la direction des lignes du champ**.
- Si la charge source **Q** est **positive,** les lignes du champ **fuient** de la charge **Q** (ou la charge **Q** **expulse** les lignes du champ).
- Si la charge **Q** est **négative,** les lignes du champ **se dirigent** vers la charge **Q** (ou la charge **Q** **absorbe** les lignes du champ).



Orientation des lignes du champ électrostatique

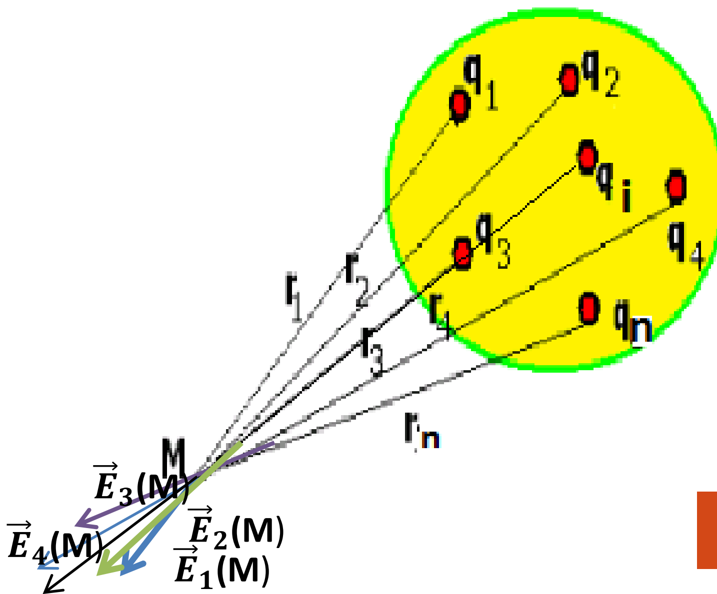
Sens du champ électrostatique

4.3 . Champ électrostatique résultant d'une distribution discontinue de charges électriques en un point de l'espace

Principe de superposition des champs électrostatiques

Soit **n** charges statiques (+) notées $(q_1, q_2, \ldots, \boldsymbol{q_i}, \ldots\ldots, q_n)$ placées à des points $\boldsymbol{p_i}$ (i =1,……,n) de l'espace et **distribuées de manière discontinue**, créant chacune un champ électrostatique au point M, comme le montre la figure.

- Le champ électrostatique total au point M noté $\vec{E}(M)$ créé par cet ensemble de charge est donné par l'équation:



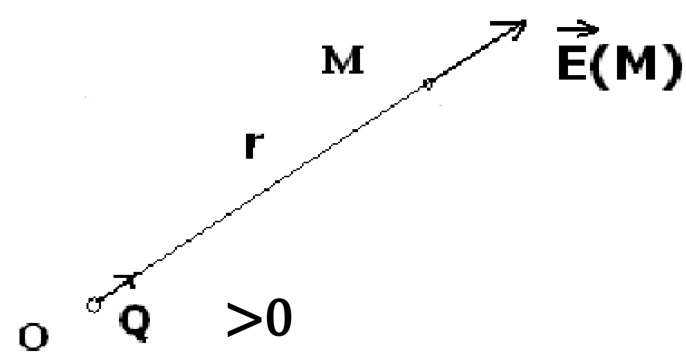
$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K.\frac{q_i}{{r_i}^3}\,\vec{r}_i = K.\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{{r_i}^3}\,\vec{r}_i$$

$$= \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M) + \cdots + \vec{E}_i(M) + \cdots . + \vec{E}_n(M)$$

C'est la loi de superposition des champs électrostatiques

4.5. Relation entre champ électrostatique et force électrostatique

Soit **Q** une charge ponctuelle (**+**) placée au point **O** et crée un champ électrostatique au point **M** de l'espace, $\vec{E}(M)$, comme le montre la figure.

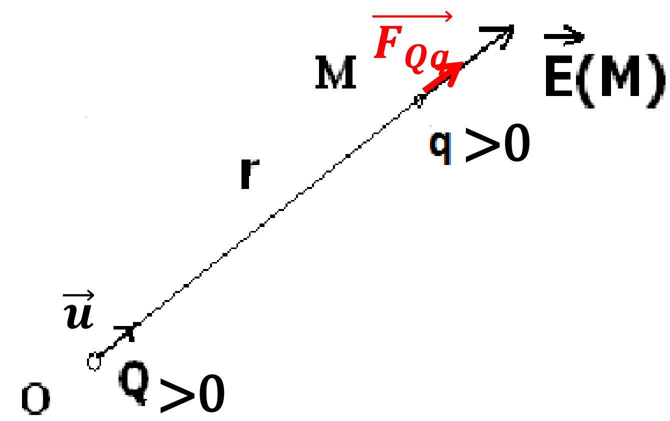


AVEC: $\vec{E}(M) = K.\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}$

- Si une deuxième charge ponctuelle **q** (+) est disposée au point **M**, cette dernière subit à l'action du champ $\vec{E}$**(M)** créé par la **charge source Q** en **O**.
- La force électrostatique exercée par la charge **Q** sur la charge **q** au point **M** est donnée par l'expression:

$$\overrightarrow{F_{Qq}} = K.\frac{Q.q}{r^2}\,\vec{u}$$
$$= q.(K.\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}\ )$$
$$\overrightarrow{F_{Qq}} = q.\vec{E}(M)$$

Avec: $\vec{E}(M) = K.\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}$ est le champ créé par la charge **Q** au point **M**.



Conclusion:

Le champ $\vec{E}$**(M)** induit au point **M** une force électrostatique $\overrightarrow{F_{Qq}}$ à cause de la présence d'une **2^{ième}** charge q disposée au point M.

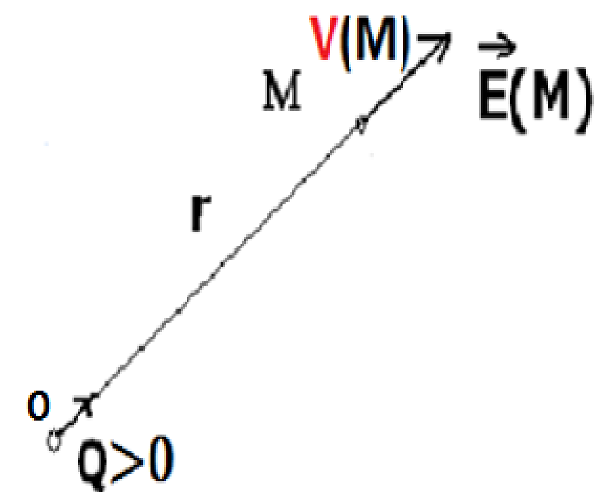
5 . Potentiel électrostatique

5.1.Potentiel électrostatique créé par une charge électrostatique ponctuelle en un point de l'espace

Théorème: Une charge électrostatique ponctuelle **Q** supposée **(+)** placée au point **O**, crée en tout point **M**(x,y,z) de l'espace situé à une distance **r** du point **O**, un **champ scalaire** appelé **potentiel électrostatique** noté **V**(M) et défini par la relation:

$$V(M) = K.\frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.\frac{Q}{r} \quad \text{en (V)}$$

- Le potentiel électrostatique est une **grandeur scalaire algébrique** qui dépend du signe de la charge source créant celui-ci.

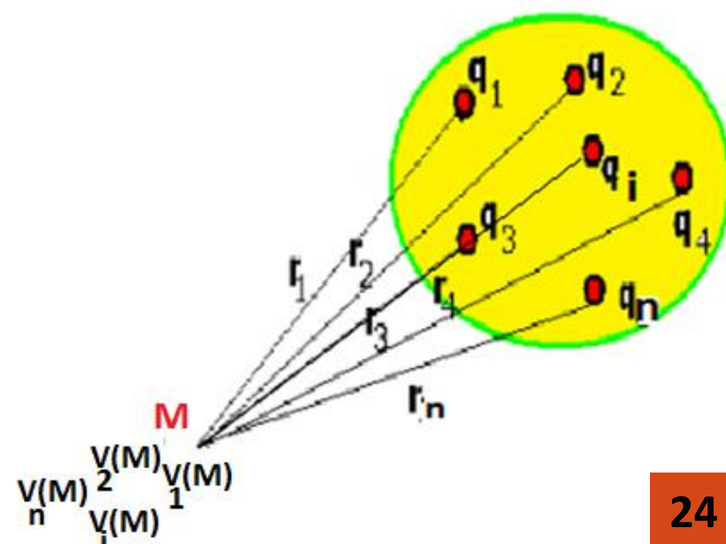


5.2. Potentiel électrostatique résultant d'une distribution discontinue de charges électrostatiques en un point de l'espace

Principe de superposition des potentiels électrostatiques

Soit **n** charges électrostatiques (+ et -) notées $(q_1, q_2, \dots, \boldsymbol{q_i}, \dots\dots, q_n)$ placées aux points $(p_1, p_2, \dots, \boldsymbol{p_i}, \dots\dots, p_n)$ de l'espace et **distribuées de manière discontinue**, créant chacune un potentiel électrostatique au point M, comme le montre la figure.

- Le potentiel électrostatique total résultant au point **M**, noté **V(M)** créé par cet ensemble de charges est donné par l'équation:



V(M) $= \sum_{i=1}^{n} V_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K.\frac{q_i}{r_i} = K.\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$

$= V_1(M) + V_2(M) + \cdots + V_i(M) + \cdots. + V_n(M)$

C'est la loi de superposition des potentiels électrostatiques

Remarques :

- $V = 0$ $pour$ $r = \infty$ (Le potentiel à l'infini est supposé égal à zéro).
- **plus** le nombre de charges contenues dans une région est **grand** plus le potentiel dans cette région **est grand**.

- Dans la relation: $\vec{F}_{Qq} = q.\vec{E}(M)$

✓ **Si** $q > 0$; la force $\vec{F}_{Qq}$ et le champ $\vec{E}$(M) sont dans **le même sens;**

✓ **Si** $q < 0$; $\vec{F}_{Qq}$ et $\vec{E}$(M) sont en **sens opposé**.

6 . Energie potentielle d'une charge électrostatique

- Soit **q** une charge électrostatique placée au point **M** de l'espace, où le potentiel électrique généré par une charge source **Q** est **V(M)**. La charge **q** acquiert alors une énergie potentielle électrique **Ep** donnée par l'équation:

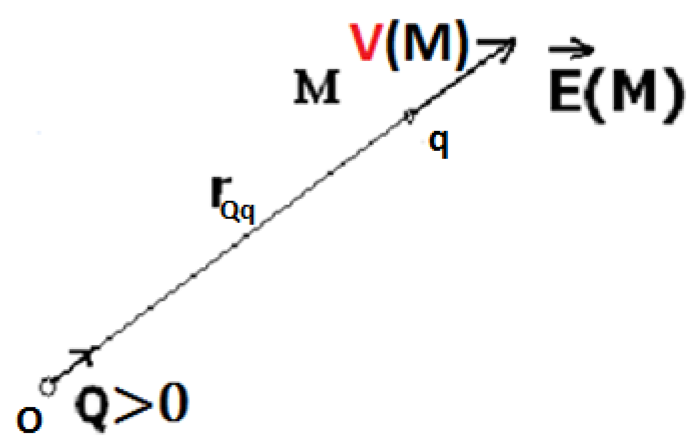
$$Ep = q.V(M) \qquad \text{avec: } V(M) = K.\frac{Q}{r_{Qq}}$$

où :

•**Q**: est la charge source générant le potentiel au point **M**, **V(M)**;

• r_{Qq} : est la distance entre la charge **Q** et la charge **q**,

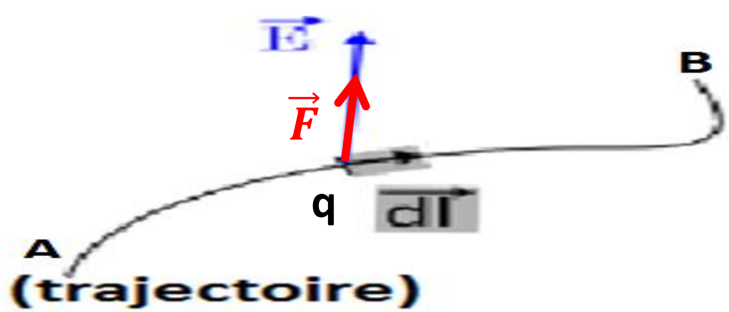
•**K** : est la constante électrique de Coulomb



7 . Travail d'une force électrostatique

Comme nous l'avons vu précédemment, une charge **q** se trouvant en un point **M** de l'espace où règne un champ électrostatique $\vec{E}$**(M)** et donc un potentiel **V(M)**, subit à l'action d'une force $\vec{F}$**(M)** et possède une énergie potentielle E_P à ce point **M**.

Supposons que cette charge se déplace par l'effet de la force électrostatique au point **M**, $\vec{F}$**(M)**, entre deux points **A** et **B** sur une trajectoire, Comme le montre la figure.



- Le travail fourni par la force $\vec{F}$ pour déplacer la charge **q** du point **A** au point **B** est:

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} = -\int_A^B dE_p$$

$$= -\int_A^B q\,dV = -q\,[V(B)-V(A)]$$

$$W(A \rightarrow B) = E_p(A) - E_P(B)$$

8 . Relation entre champ et potentiel électrostatiques

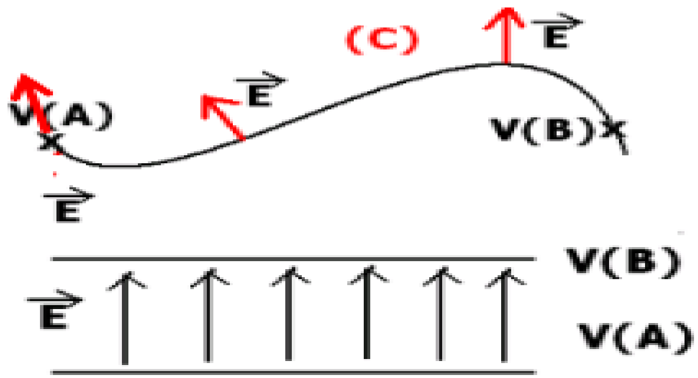
Le champ et le potentiel électrostatiques sont deux grandeurs fondamentales de l'électrostatique **intimement liées et synchronisées**. Ces deux grandeurs vérifient à tout point de l'espace l'équation suivante:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\overrightarrow{grad}V \qquad (*)$$

- Cette relation montre que, le champ électrostatique est dérivé d'un potentiel scalaire, c'est -à-dire, le champ est **conservatif**.

Cela veut dire que, le travail fourni par une force électrostatique $\vec{F}$ pour déplacer une charge électrique **q** d'un point **A** de potentiel V_A à un autre point **B** de potentiel V_B, ne dépend que des points de départ et d'arrivée, et **pas du chemin suivi**.

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} = q\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} = q(V_A - V_B) = E_p(A) - E_P(B)$$



Remarques:

- Le signe **(-)** dans la relation **(*)** indique que le vecteur du champ électrostatique $\vec{E}$ (ou ligne du champ) est dirigé des potentiels **élevés** vers les potentiels **faibles**, c'est -à- dire, **contre le gradient de potentiel électrostatique**.
- L'équation (*) en une seule dimension x s'écrit:

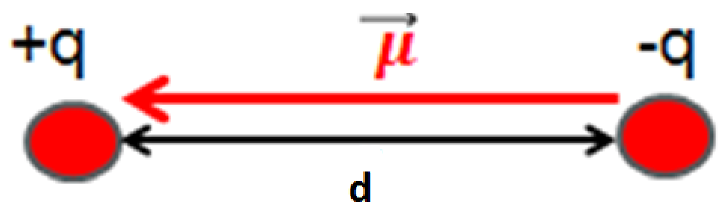
$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i} \quad \textbf{et } dV < 0$$

- Dans les équations précédentes, V(A) > V(B)

9. Dipôle électrostatique (ou électrique)

9. 1. Définition:

Un **dipôle** électrostatique est un système électrique constitué d'un **couple de charges** électrostatiques de même grandeur **q** et de signes opposées séparées par une distance **d**.



- Le dipôle électrostatique est caractérisé par un moment dipolaire noté $\vec{\mu}(mu)$ qui définit l'orientation de celui-ci, dans l'espace, dont le module est :

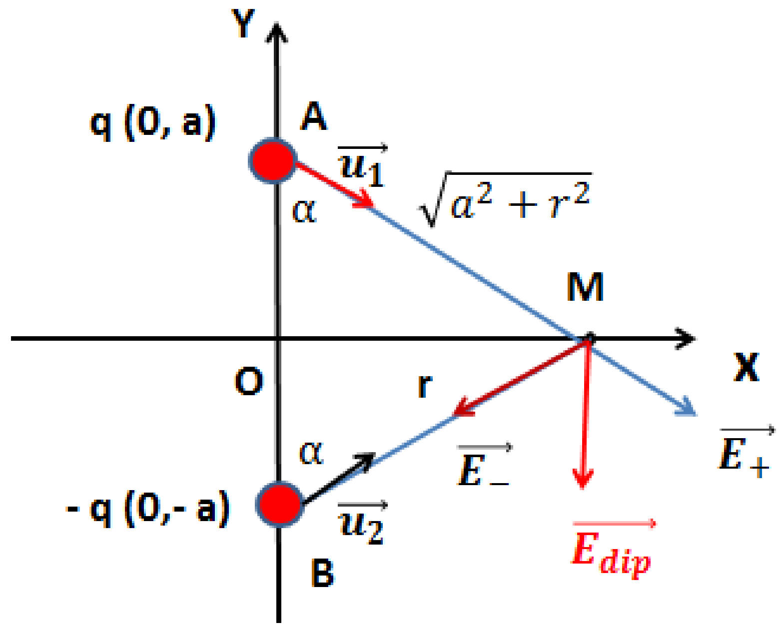
$$||\overrightarrow{\mu}|| = \mathbf{q} \times d \;\; (C.m)$$

Par convention: Le moment dipolaire $\vec{\mu}$ du dipôle est toujours dirigé de la charge négative (**-q**) vers la charge positive (**+q**).

9.2. Champ et potentiel électrostatiques créés par un dipôle électrostatique

* Champ et potentiel électrostatiques sur la médiatrice du dipôle

Soit un dipôle constitué par les charges **q** (0, a) et **-q** (0, -a) avec $q > 0$, et on désire de calculer le champ et le potentiel électrostatiques en un point **M** sur la médiatrice de ce dernier et distant de **r** de son centre **O**.



❖ **Potentiel de dipôle**: Principe de superposition:

$$V_{dip} = V_+ + V_-$$

$$= K\frac{q}{AM} + K\frac{(-q)}{BM} \qquad (1)$$ à corriger

$AM = \sqrt{a^2+r^2}$

$BM = \sqrt{a^2+r^2}$

Soit : V_{dip} = O

❖ **Champ de dipôle:** Principe de superposition:

$$\vec{E}_{dip} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$$

$$= K\frac{q}{AM^3}\overrightarrow{AM} + K\frac{(-q)}{BM^3}\overrightarrow{BM} \qquad (2)$$

$$\overrightarrow{AM} = \left\|\overrightarrow{AM}\right\|\vec{u}_1 = \sqrt{a^2+r^2}\,(\sin\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\vec{j})$$

$$\overrightarrow{BM} = \left\|\overrightarrow{BM}\right\|\vec{u}_2 = \sqrt{a^2+r^2}\,(\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\vec{j})$$

Soit : $\vec{E}_{dip} = \mathbf{Kq}\,\sqrt{a^2+r^2} \times \frac{1}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \times (-\boldsymbol{2\cos\alpha\,\vec{j}}) = -\ \mathbf{2Kq}\,\frac{\boldsymbol{\cos\alpha}}{((a^2+r^2)^1}\vec{\boldsymbol{j}}$

Avec: $\cos\alpha = \frac{\boldsymbol{a}}{\sqrt{\boldsymbol{a^2+r^2}}}$

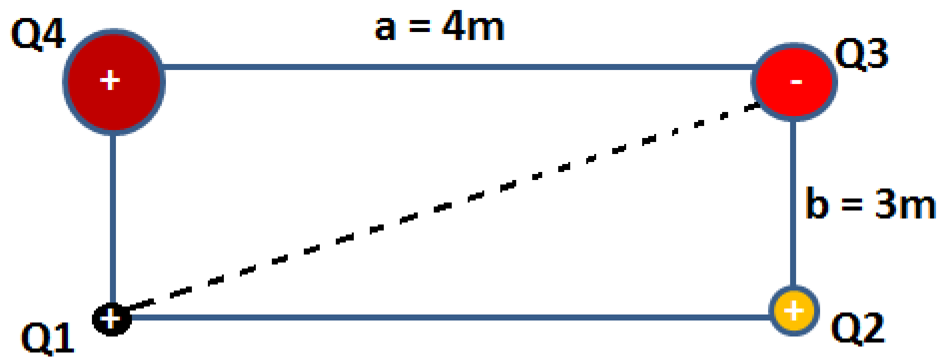
Enfin: $\vec{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{dip}} = -\ \mathbf{2Kq}\,\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{(a^2+r^2)^{3/2}}}\,\vec{\boldsymbol{j}}$

Application 1 :

- Soient **4** charges ponctuelles, **Q1** = 1C, **Q2**= 2C, **Q3**= -3C et **Q4** =4C, se trouvant aux sommets d'un rectangle de longueur a = **4** m et de largeur b = **3** m.

- Quelles est la direction et la grandeur de la force exercée sur la charge **Q1** par les **3** charges.

Réponse : F=3,41. 10^9 N et elle est dirigée selon un angle α =85,61°.

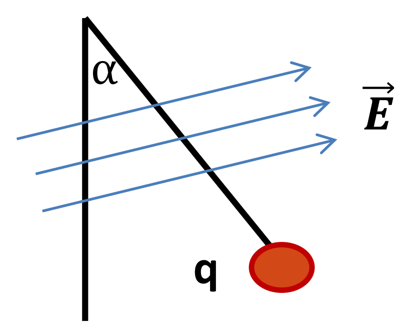


Application 2:

- Un pendule électrique constitué d'une sphère métallique de masse **m = 1g** chargée par une charge positive **q** et est suspendue à un fil inextensible et isolant au point **O**.

La charge est laissée libre dans un champ électrostatique **uniforme** $\vec{E} = (5\vec{i} + 5\vec{j})$ **N/C**.

-A l'équilibre, le fil forme avec le vertical un angle $\alpha = 45°$ (voir la figure).



1. Représenter les forces agissantes sur la sphère;
2. Trouver la valeur de la charge **q**;
3. Trouver la force tension du fil

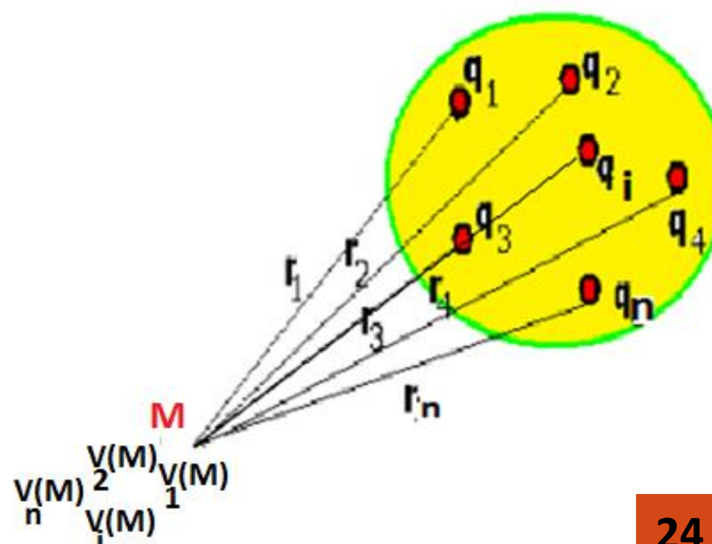
On donne: *g* = 10 N/kg

5.2. Potentiel électrostatique résultant d'une distribution discontinue de charges électrostatiques en un point de l'espace

Principe de superposition des potentiels électrostatiques

Soit **n** charges électrostatiques (+ et -) notées $(q_1, q_2, \dots, \boldsymbol{q_i}, \dots\dots, q_n)$ situées en des points $\boldsymbol{p_i}$ de l'espace et **distribuées de manière discontinue,** créant chacune un potentiel électrostatique au point M comme le montre la figure.

- Le potentiel électrostatique total au point **M** noté **V(M)** créé par cet ensemble de charge est donné par l'équation:



$$V(M) = \sum_{i=1}^{n} V_i(M) = \sum_{i=1}^{n} K.\frac{q_i}{r_i} = K.\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

$$= V_1(M) + V_2(M) + \cdots + V_i(M) + \cdots . + V_n(M)$$

C'est la loi de superposition des potentiels électrostatiques

Remarques :

- $V = 0$ $pour$ $r = \infty$ (Le potentiel à l'infini est supposé égal à zéro).
- **plus** le nombre de charges contenues dans une région est **grand** plus le potentiel dans cette région **est grand**.

6 . Energie potentielle d'une charge électrostatique

On considère une charge électrique **q** placée en un point **M** de l'espace, où le potentiel électrique généré par une charge source **Q** est **V(M)**. Cette charge acquiert alors une énergie potentielle électrique **Ep** donnée par l'équation:

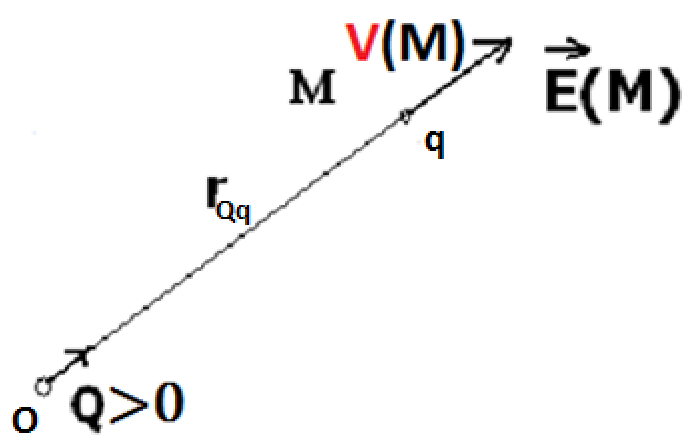
$$Ep = q.V(M) \qquad \text{avec: } V(M) = K.\frac{Q}{r_{Qq}}$$

où :

•**Q**: est la charge source générant le potentiel au point **M**, **V(M)**;

• r_{Qq} : est la distance entre la charge **Q** et la charge **q**,

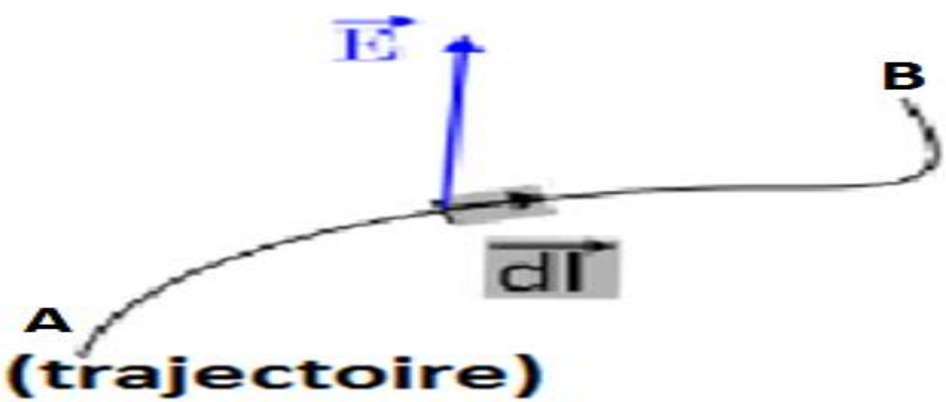
•**K** : est la constante électrique de Coulomb



7 . Travail d'une force électrostatique

Comme nous l'avons vu précédemment, une charge **q** se trouvant dans un potentiel **V(M)** ,et donc, dans un champ électrostatique $\vec{E}$**(M)**, possède une énergie potentielle E_P au point **M**.

Supposons que cette charge se déplace par l'effet de la force électrostatique au point **M**, $\vec{F}$**(M)**, entre deux points ***A*** et **B** sur une trajectoire, Comme le montre la figure.



- Le travail fourni par la force $\vec{F}$ pour déplacer la charge **q** du point **A** au point **B** est:

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} = - \int_A^B dE_p$$

$$= - \int_A^B q\,dV = - q\,[V(B) - V(A)]$$

$$W(A \rightarrow B) = E_p(A) - E_P(B)$$

8 . Relation entre champ et potentiel électrostatiques

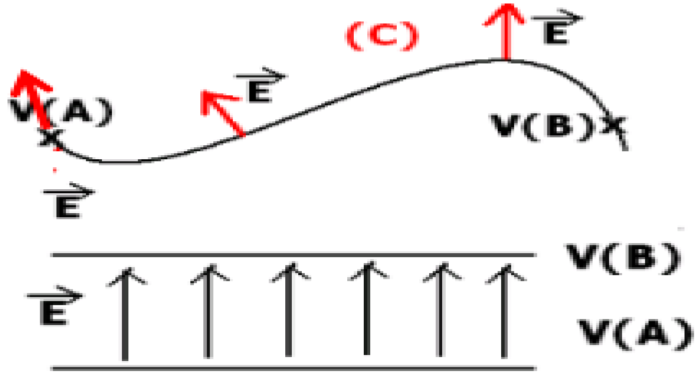
Le champ et le potentiel électrostatiques sont deux grandeurs fondamentales de l'électrostatique **intimement liées et synchronisées**. Ces deux grandeurs vérifient à tout point de l'espace l'équation suivante:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\overrightarrow{grad}V \qquad (*)$$

- Cette relation montre que, le champ électrostatique est dérivé d'un potentiel scalaire, c'est -à-dire, le champ est **conservatif**.

Cela veut dire que, le travail fourni par une force électrostatique $\vec{F}$ pour déplacer une charge électrique **q** d'un point **A** de potentiel V_A à un autre point **B** de potentiel V_B, ne dépend que des points de départ et d'arrivée, **pas du chemin suivi**.

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dl} = q\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} = q(V_A - V_B) = E_p(A) - E_P(B)$$



Remarques:

- Le signe **(-)** dans la relation **(*)** indique que le vecteur du champ électrostatique $\vec{E}$ (ou ligne du champ) est dirigé des potentiels **élevés** vers les potentiels **faibles**, c'est -à- dire, **contre le gradient de potentiel électrostatique**.
- L'équation (*) en une seule dimension x s'écrit:

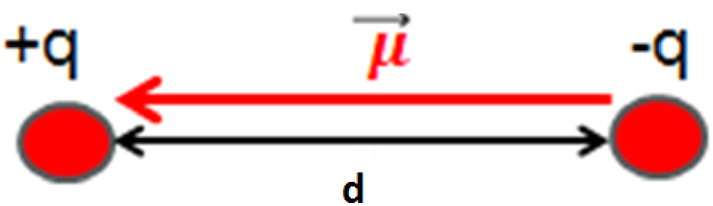
$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i} \quad \text{et } dV < 0$$

- Dans les équations précédentes, V(A) > V(B)

9. Dipôle électrostatique (ou électrique)

9. 1. Définition:

Un **dipôle** électrostatique est un système électrique constitué d'un **couple de charges** électrostatiques de même grandeur et de charges opposées séparées par une distance **d**.



- Le dipôle électrostatique est caractérisé par un moment dipolaire noté $\vec{\mu}(mu)$ qui définit l'orientation de celui-ci, dans l'espace, dont le module est :

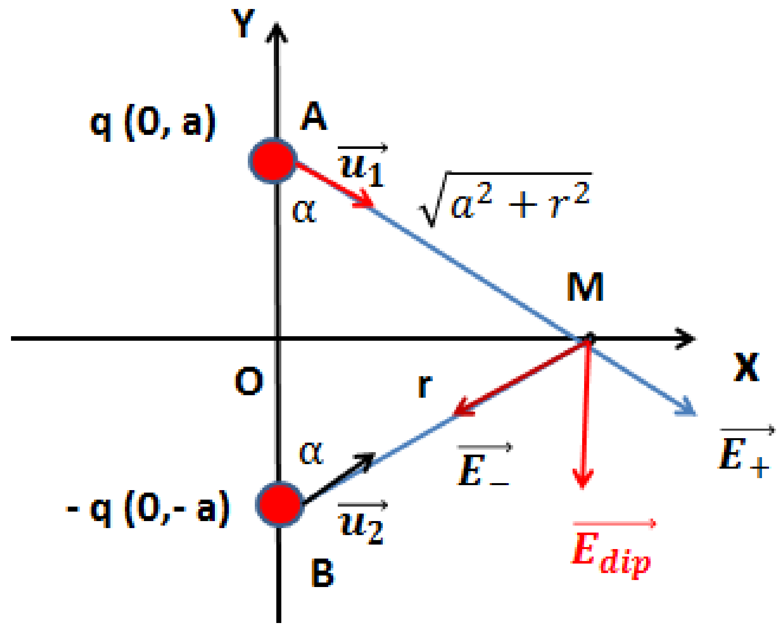
$$\boxed{||\overrightarrow{\mu}|| = \mathbf{q} \times d \ \ (C.m)}$$

Par convention: Le moment dipolaire $\vec{\mu}$ du dipôle est toujours dirigé de la charge négative (-q) vers la charge positive (+q).

9.2. Champ et électrostatique créé par un dipôle électrostatique

A. Champ et potentiel électrostatiques sur la médiatrice du dipôle

Soit un dipôle constitué par les charges **q** (0, a) et **-q** (0, -a) avec que **q >0**, et on désire de calculer le champ et le potentiel électrostatiques en un point **M** sur la médiatrice de ce dernier et distant de **r** de son centre **O**.



❖ **Potentiel de dipôle**: Principe de superposition: $V_{dip} = V_+ + V_-$

$$= K\frac{q}{AM} + K\frac{(-q)}{BM} \qquad (1)$$

$AM = \sqrt{a^2 + r^2}$

$BM = \sqrt{a^2 + r^2}$

Soit : $V_{dip} = 0$

❖ **Champ de dipôle:** Principe de superposition: $\vec{E}_{dip} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$

$$= K\frac{q}{AM^3}\overrightarrow{AM} + K\frac{(-q)}{BM^3}\overrightarrow{BM} \qquad (2)$$

$$\overrightarrow{AM} = \left\|\overrightarrow{AM}\right\|\vec{u}_1 = \sqrt{a^2+r^2}\,(\sin\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\vec{j})$$

$$\overrightarrow{BM} = \left\|\overrightarrow{BM}\right\|\vec{u}_2 = \sqrt{a^2+r^2}\,(\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\vec{j})$$

Soit : $\vec{E}_{dip} = \mathbf{Kq}\sqrt{a^2+r^2} \times \frac{1}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \times (-\mathbf{2}\boldsymbol{\cos\alpha}\,\vec{\boldsymbol{j}}) = -\ \mathbf{2Kq}\,\frac{\boldsymbol{\cos\alpha}}{((a^2+r^2)^1}\vec{\boldsymbol{j}}$

Avec: $\cos\alpha = \frac{\boldsymbol{a}}{\sqrt{\boldsymbol{a}^2+r^2}}$

Enfin: $\vec{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{dip}} = -\ \mathbf{2Kq}\,\frac{\boldsymbol{a}}{(\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{r}^2)^{3/2}}\,\vec{\boldsymbol{j}}$

Application:

- Soient **4** charges ponctuelles, **Q1** = 1C, **Q2**= 2C, **Q3**= -3C et **Q4** =4C, se trouvant aux sommets d'un rectangle de longueur a = **4** m et de largeur b = **3** m.

- Quelles est la direction et la grandeur de la force exercée sur la charge **Q1** par les **3** charges.

Réponse : F =3,41. 10^9 N et elle est dirigée selon un angle α =85,61°.