

Traitement avancé du signal
Série d'exercices n° 3

Exercice 1

La relation entre les paramètres a_k du modèle AR d'ordre p modélisant un signal $x(n)$ et la fonction d'autocorrélation est donnée par les équations de Yule-Walker :

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} -\sum_{l=1}^p a_l r_{xx}(k-l) & k \geq 1 \\ -\sum_{l=1}^p a_l r_{xx}(-l) + \sigma^2 & k = 0 \end{cases}$$

où σ^2 est la variance du bruit d'excitation du modèle.

- 1) Montrer que pour un processus AR(1) :

$$r_{xx}(k) = \frac{\sigma^2}{1-a_1^2} (-a_1)^k$$

- 2) Tracer $r_{xx}(k)$ et la densité spectrale de puissance pour $a_1=-0.8$ et $\sigma^2=1$.
3) Tracer $r_{xx}(k)$ et la densité spectrale de puissance pour $a_1=0.8$ et $\sigma^2=1$.

Exercice 2

La relation entre les paramètres b_k du processus MA d'ordre q et la fonction d'autocorrélation est une relation non linéaire donnée par les équations suivantes :

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{l=0}^{q-k} b_l^* b_{l+k} & \text{pour } k = 0, 1, \dots, q \\ 0 & \text{pour } k \geq q+1 \end{cases}$$

- 1) Montrer que la fonction d'autocorrélation pour un processus MA(1) est donnée par :

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} \sigma^2(1+b_1^2) & \text{pour } k = 0 \\ \sigma^2 b_1^2 & \text{pour } k = 1 \\ 0 & \text{pour } k \geq 2 \end{cases}$$

- 2) Tracer $r_{xx}(k)$ et la densité spectrale de puissance pour $b_1=-0.8$ et $\sigma^2=1$.