

Exercice 1:

On définit la masse volumique ρ d'un cylindre de masse m , de rayon r et de hauteur h , par la relation suivante:

$$\rho = \frac{m^\alpha}{\pi h^\beta r^2}. \quad (1)$$

- 1) Trouvez les constantes α et β , à l'aide de l'analyse dimensionnelle.
- 2) Dédurre l'expression de la masse volumique ρ .

Exercice 2:

Une masse ponctuelle m est attachée à l'extrémité libre d'un ressort de constante de raideur k et de masse négligeable, tandis que l'autre extrémité du ressort est fixée à un point immobile. Dans le cadre de l'approximation de l'oscillateur harmonique, la période d'oscillations propres (T_0) d'un tel système s'écrit sous la forme suivante :

$$T_0 = c k^\alpha m^\beta \quad (2)$$

où c , α et β sont des constantes.

À l'aide de l'analyse dimensionnelle, déterminez les valeurs de α et β .

Exercice 3:

- 1) Pour chaque formule, vérifie son homogénéité dimensionnelle :

1. **Énergie cinétique** : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ où m est la masse et v la vitesse.

2. **Pression** : $P = \frac{F}{S}$ où F est une force et S une surface.

3. **Puissance électrique** : $P = RI^2$ où R est une résistance et I l'intensité du courant.

4. **Période d'un pendule simple** : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ où L est une longueur et g l'accélération de la pesanteur.

5. **Force de gravitation** : $F = G\frac{m_1m_2}{r}$ où m_1 et m_2 sont des masses, r une distance, et G une constante.

Exercice 4:

Soit le référentiel orthonormal $\vec{R}(O; x, y, z)$ et la base est $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans le plan Oxy , on définit deux vecteurs $\vec{A} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ et $\vec{B} = -\vec{i} + \vec{j}$:

Calculer:

- 1) La module du vecteur $\vec{A}$ et $\vec{B}$.
- 2) Les vecteurs $\vec{C} = 3(\vec{A} + \vec{B})$, $\vec{D} = 3\vec{A} + 2\vec{B}$ et $\vec{F} = -\vec{A} + 2\vec{B}$
- 3) Le produit scalaire $\vec{A} \bullet \vec{B}$ et l'angle θ entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$.
- 4) Le produit vectoriel $\vec{A} \wedge \vec{B}$.
- 5) L'aire du parallélogramme formé par $\vec{A}$ et $\vec{B}$.
- 6) Le vecteur unitaire $\vec{V}$ porté par $\vec{F}$.
- 7) La projection de $\vec{B}$ sur $\vec{D}$.

Exercice 5:

Soient un champ scalaire $f(x, y, z)$ et un champ vectorielle $\vec{V}(x, y, z)$, donnés par :

$$f(x, y, z) = 2x^3y^2z^4, \quad (3)$$

$$\vec{V}(x, y, z) = (x^2yz^2) \vec{i} + (-2x^2y^2z) \vec{j} + (x^2y^2z) \vec{k}. \quad (4)$$

- 1) Calculer le gradient de $f(x, y, z)$ noté $\vec{\nabla} f(x, y, z)$.
- 2) Calculer le rotationnel du gradient de $f(x, y, z)$ noté $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} f(x, y, z)$.
- 3) Calculer la divergence de $\vec{V}(x, y, z)$ noté $\vec{\nabla} \bullet \vec{V}(x, y, z)$.
- 4) Calculer le rotationnel de $\vec{V}(x, y, z)$ noté $\vec{\nabla} \wedge \vec{V}(x, y, z)$.