

السنة الثانية علوم تجارية / امتحان مقياس الإحصاء 3 / جانفي 2026

**تمرين 1:** قائمة تتكون من 1000 طالب، من بينهم 500 طالب ناجح، نأخذ عينة  $n=30$  طالب، نسمي

متغير عشوائي  $X$  عدد الطلبة الناجحين في العينة.

1° حدد هذا التوزيع: القيم التي يأخذها  $X$  ، دالة الاحتمال، التوقع الرياضي و التباين.

2° أحسب احتمال أن يكون عدد الطلبة الناجحين 25 .

3° باستخدام التقريب للتوزيع الطبيعي، أحسب احتمال عدد الطلبة الناجحين: \_ يساوي 15

\_ أقل أو يساوي 15 .

**تمرين 2:**

موظف في بنك يعمل بمعدل 1 ساعة لكل 60 زبون، الزمن الذي يستغرقه زبون متغير عشوائي  $X$  .

1° حدد هذا التوزيع: قيم  $X$  ، دالة التوزيع، التوقع الرياضي و التباين.

2° أحسب احتمال أن يستغرق زبون 4 دقائق أو أقل.

3° أحسب احتمال أن يستغرق زبون بين 1 دقيقة و 4 دقائق.

4° من الساعة 10 إلي الساعة 12 وصل 120 زبون، أحسب احتمال وجود طاوور.

**تمرين 3:** متغير طبيعي  $X$  ، بمتوسط  $\mu$  و إنحراف معياري  $\sigma = 10$  .

1° إذا علمت أن :  $pr(X \leq 120) = 0.9772$  أوجد المتوسط  $\mu$  .

2° أحسب احتمال أن :  $pr(90 \leq X \leq 110) =$

3° أوجد حدين متناظرين  $a , b$  إذا علمت أن :  $pr(a \leq X \leq b) = 0.9544$

**تمرين 4:**

لنكن المتغيرات الطبيعية المعيارية :  $Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4$

حيث :  $Z_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$  ,  $Z_i \in ]-\infty, +\infty[$

1° حدد توزيع المتغير :  $y_1 = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + Z_4^2$

\_ القيم التي يأخذها، التوقع الرياضي و التباين.

2° حدد توزيع المتغير :  $y_2 = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 - Z_4^2$

\_ القيم التي يأخذها، التوقع الرياضي و التباين.

القيم المجدولة:

$$Z_{0.5714} = 0.18 \quad Z_{0.6915} = 0.5 \quad Z_{0.8413} = 1 \quad Z_{0.9772} = 2 \quad \chi_v^2$$

# تمارين 1

العدد الكلي  $N = 1000$  عدد الناجحات  $500$   
نسبة النجاح :  $p = \frac{500}{1000} = 0.5$   $q = 1 - p = 0.5$

نموذج  $X$  : عدد الناجحات  $n = 30$

$$X = 0, 1, 2, \dots, 30$$

$$f(x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

$$f(x) = C_{30}^x \cdot 0.5^x \cdot 0.5^{(30-x)}$$

$$\mu = n \cdot p = 30 \cdot 0.5 = 15$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q = 30 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 7.5$$

المتوسط الحسابي

التباين

نموذج  $X = 25$

$$\begin{aligned} f(25) &= C_{30}^{25} \cdot 0.5^{25} \cdot 0.5^5 = \frac{30!}{25! 5!} \cdot 0.5^{30} \\ &= 142506 \cdot 0.5^{30} = 0.000132 \end{aligned}$$

نموذج  $X$  : عدد الناجحات  $n = 30$   
 $n \cdot p > 5$

نموذج  $X$  : عدد الناجحات

$$\mu = n \cdot p = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{7.5}$$

$$Pr(X \leq 15) = Pr(X \leq 15.5)$$

$$= Pr\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{15.5 - 15}{\sqrt{7.5}}\right) = Pr(Z \leq 0.18)$$

$$= 0.5714$$

$$Pr(X = 15) = Pr(14.5 \leq X \leq 15.5) = Pr\left(\frac{14.5 - 15}{\sqrt{7.5}} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{15.5 - 15}{\sqrt{7.5}}\right)$$

$$= Pr(-0.18 \leq Z \leq 0.18) = Pr(Z \leq 0.18) - Pr(Z \leq -0.18)$$

$$= F(0.18) - [1 - F(0.18)] = 0.5714 - 1 + 0.5714$$

$$= 0.1428$$

2 حل السؤال

(ساعات 60)  $\rightarrow$   $C_{40;60}$

٥١ حل السؤال

$\lambda \rightarrow$  1 زبون

$$\lambda = \frac{60}{60} = 1 \text{ ساعة}$$

٥٥

الزمن الذي يحتاجه زبون واحد لخدمة هو  $\lambda$  ،  $X$  هو وقت الخدمة

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{\lambda}x}$$

$$F(x) = 1 - e^{-x}$$

$$x \in [0, +\infty[$$

٥٥

$$\begin{cases} \mu = \lambda = 1 \\ \sigma^2 = \lambda^2 = 1 \end{cases}$$

٥٥ المتوسط الحسابي  
٥٥ التباين

٥٢ احتمال أن يخرج زبون 4 دقائق أو أقل

$$Pr(X \leq 4) = F(4) = 1 - e^{-4} = \underline{0.98168}$$

٥٥ ٥٥

٥٣ احتمال أن يخرج زبون 1 ساعة أو أقل

$$Pr(1 \leq X \leq 4) = F(4) - F(1) = 1 - e^{-4} - [1 - e^{-1}]$$

$$= e^{-1} - e^{-4} = \underline{0.34956}$$

٥٥

٥٥

٥٤ احتمال أن يخرج زبون 1 ساعة أو أكثر

٥٥ ١٢٠  $\rightarrow$   $C_{40;120}$

$\lambda \rightarrow$  1 زبون

$$\lambda = \frac{120}{120} = 1 \text{ ساعة}$$

٥٥

٥٥ احتمال أن يخرج زبون 1 ساعة أو أكثر

$$Pr(X > 1) = 1 - F(1) = 1 - [1 - e^{-1}] = \underline{0.36787}$$

٥٥

3 مسألة

$$\begin{cases} \mu \\ \sigma = 10 \end{cases} : X \text{ normal}$$

$$Pr(X \leq 120) = Pr\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{120 - \mu}{10}\right) = 0,9772 \quad (0,5) \quad (01)$$

$$\Rightarrow Pr\left(Z \leq \frac{120 - \mu}{10}\right) = 0,9772 \quad (0,5)$$

$$Pr(Z \leq 2) = 0,9772 \quad (0,5) \quad Z = 2 : \text{جدول}$$

$$\Rightarrow \frac{120 - \mu}{10} = 2 \Rightarrow \boxed{\mu = 100} \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} Pr(90 \leq X \leq 110) &= Pr\left(\frac{90 - 100}{10} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{110 - 100}{10}\right) \quad (0,2) \\ &= Pr(-1 \leq Z \leq 1) = Pr(Z \leq 1) - Pr(Z \leq -1) \quad (0,5) \\ &= Pr(Z \leq 1) - Pr(Z > +1) = Pr(Z \leq 1) - [1 - Pr(Z \leq +1)] \quad (0,5) \\ &= F(1) - 1 + F(1) = 2 \cdot F(1) - 1 = 2(0,8413) - 1 = \boxed{0,6826} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Pr(a \leq X \leq b) &= Pr\left(\frac{a - 100}{10} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{b - 100}{10}\right) = 0,9544 \quad (0,3) \\ \Rightarrow Pr\left(Z \leq \frac{b - 100}{10}\right) - Pr\left(Z \leq \frac{a - 100}{10}\right) &= 0,9544 \quad (0,5) \end{aligned}$$

$$Pr\left(Z \leq \frac{a - 100}{10}\right) = Pr\left(Z > \frac{b - 100}{10}\right) \quad \left[ \begin{array}{l} \frac{a - 100}{10} : \text{اليمين} \\ \frac{b - 100}{10} : \text{اليسار} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Cepbia } b : a \\ (0,5) \end{array}$$

$$\Rightarrow Pr\left(Z \leq \frac{b - 100}{10}\right) - Pr\left(Z > \frac{b - 100}{10}\right) = 0,9544$$

$$\Rightarrow Pr\left(Z \leq \frac{b - 100}{10}\right) - [1 - Pr\left(Z \leq \frac{b - 100}{10}\right)] = 0,9544$$

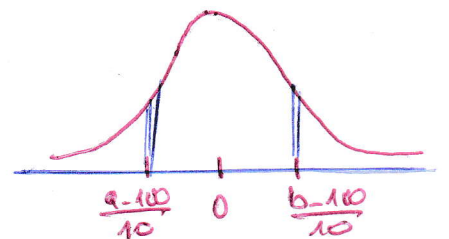
$$\Rightarrow F\left(\frac{b - 100}{10}\right) - 1 + F\left(\frac{b - 100}{10}\right) = 0,9544 \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot F\left(\frac{b - 100}{10}\right) = 1,9544$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{b - 100}{10}\right) = 0,9772$$

$$\Rightarrow \frac{b - 100}{10} = 2 \Rightarrow \boxed{b = 120}$$

$$\Rightarrow a - 100 = -20 \Rightarrow \boxed{a = 80}$$



$$Z = 2 : \text{جدول} \quad (0,5)$$

$z_1, z_2, z_3, z_4$  :  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4$

$y_2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2$  :  $\bar{y}_2$

$V=4$  :  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4$   $\chi^2$   $\rightarrow$   $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4$

$y_2 \in [0, \infty)$

$u = v = 4$

$\delta^2 = 2v = 8$

:  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4$

:  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4$

$y_2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_4^2$  :  $\bar{y}_2$

$V=3-1=2$  :  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$   $\chi^2$   $\rightarrow$   $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$

$y_2 \in [0, \infty)$

$u = v = 2$

$\delta^2 = 2v = 4$

:  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$

:  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$