



الحل النموذجي لامتحان السداسي الأول في مقياس تحليل السلاسل الزمنية



التمرين الأول : (05 ن)

1. يتم استخدام التمهيد الاسي لـ Holt – Winters على السلسلة الزمنية إذا كانت هذه الاخيرة تحتوي على مركبة الاتجاه العام والمركبة الفصلية في نفس الوقت.
2. النموذج الأول $(X_t = 0,7X_{t-1} + 0,9X_{t-3} + \varepsilon_t - 1,28\varepsilon_{t-1})$ هو نموذج ARMA(3,1) اما النموذج الثاني $(\Delta X_t = 0,28\Delta X_{t-1} + \varepsilon_t + 0,88\varepsilon_{t-2} - 0,43\varepsilon_{t-3})$ فهو نموذج ARIMA(1,1,3).
3. الصيغ الرياضية التي تستخدم في التمهيد الاسي لـ Holt – Winters وفق الشكل التجميعي هي :
تكتب السلسلة الزمنية في هذه الحالة كما يلي :

$$x_t = (a_t + b_t t) \cdot S_t + \varepsilon_t$$

$$a_t = \alpha(x_t / S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad \text{تمهيد خاص بالمتوسط:}$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad \text{تمهيد خاص بالاتجاه العام:}$$

$$S_t = \gamma(x_t / a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad \text{تمهيد خاص بالموسمية:}$$

ومن اجل التنبؤ لـ h فترة زمنية :

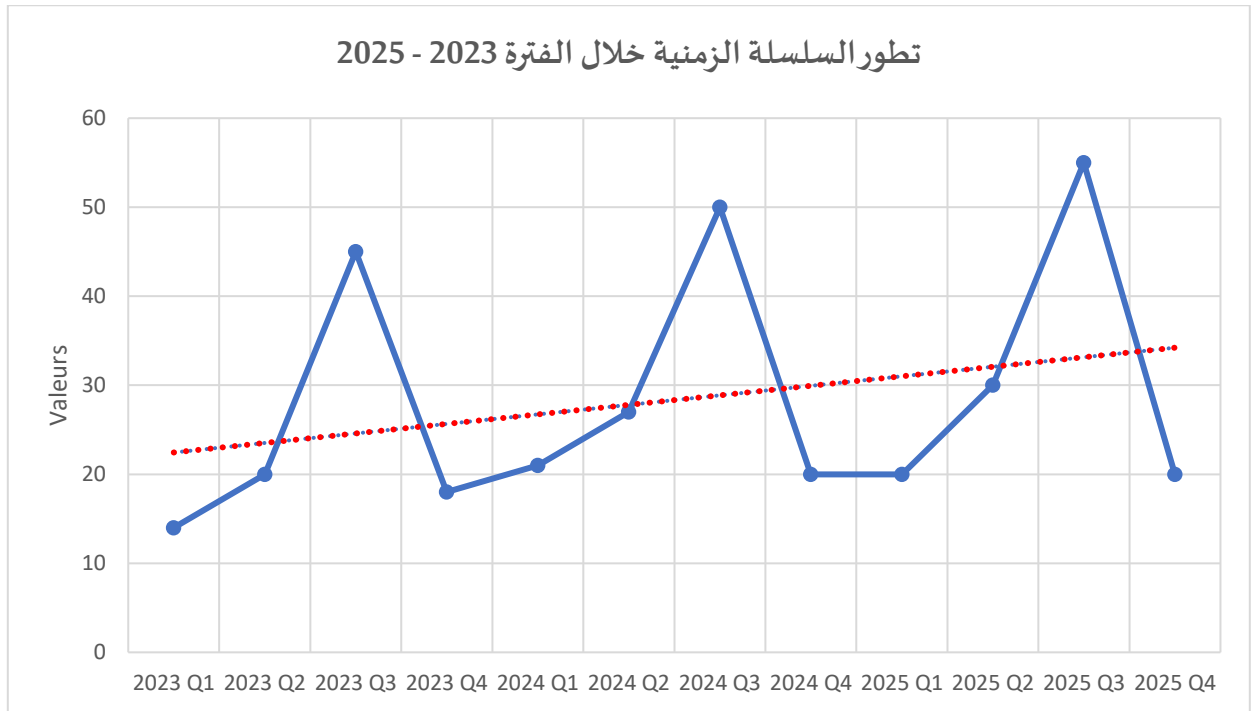
$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) \cdot S_{t-p+h} \quad \text{si } 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) \cdot S_{t-2p+h} \quad \text{si } p+1 \leq h \leq 2p$$

4. الهدف من اجراء اختبار Jarque – Bera هو التأكد من أن بواقي النموذج المقدر تتوزع توزيعا طبيعيا ام لا.
5. يستخدم معيار Akaike خلال مرحلة التشخيص والاختبار من اجل المفاضلة بين النماذج ويتم اختيار أفضل نموذج على أساس أصغر قيمة لهذا المعيار.

التمرين الثاني: (08 ن)

1- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية :



نلاحظ من خلال الشكل أعلاه وجود مركبة الاتجاه العام والموسمية في السلسلة والذي يرى بالعين المجردة

2- استخدم تمهيد اسي لـ Holt – Winters وفق الشكل التجميعي للتنبؤ بقيم السلسلة الزمنية لسنة واحدة مع العلم

$$\alpha=0.3, \beta=0.05, \gamma=0.7 \text{ ان}$$

تكتب السلسلة الزمنية في هذه الحالة كما يلي :

$$x_t = (a_t + b_t t) + S_t + \varepsilon_t$$

$$a_t = 0,3(x_t - S_{t-p}) + (1 - 0,3)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

تمهيد خاص بالمتوسط:

$$b_t = 0,05(a_t - a_{t-1}) + (1 - 0,05)b_{t-1}$$

تمهيد خاص بالاتجاه العام :

$$S_t = 0,7(x_t - a_t) + (1 - 0,7)S_{t-p}$$

تمهيد خاص بالموسمية :

ومن اجل التنبؤ لـ h فترة زمنية :

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) + S_{t-p+h} \quad \text{si } 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) + S_{t-2p+h} \quad \text{si } p+1 \leq h \leq 2p$$

	x_t	a_t	b_t	S_t	S_t^*	$\hat{x}_t$	e_t
2023 Q1	14	-	-	-10.25	-10.25	-	-
2023 Q2	20	-	-	-4.25	-4.25	-	-
2023 Q3	45	-	-	20.75	20.75	-	-
2023 Q4	18	24.25	0	-6.25	-6.25	-	-
2024 Q1	21	26.35	0.1	-6.82	-8.295	14	-
2024 Q2	27	27.74	0.16	-1.79	-3.265	22.2	4.8
2024 Q3	50	28.07	0.17	21.56	20.085	48.65	1.35
2024 Q4	20	27.4	0.13	-7.05	-8.525	21.99	-1.99
2025 Q1	20	27.13	0.11	-7.04	-9.365	19.235	0.765
2025 Q2	30	28.45	0.17	0.54	-1.785	23.975	6.025
2025 Q3	55	29.82	0.23	24.09	21.765	48.705	6.295
2025 Q4	20	28.83	0.17	-8.29	-10.615	21.525	-1.525
2026 Q1						19.635	
2026 Q2						-1.785	
2026 Q3						21.765	
2026 Q4						-10.615	

التمرين الثالث : (07 ن)

انطلاقاً من البيانات التالية :

t	1	2	3	4	5	6	7
x_t	10	3	-1	3	2	5	3

1- حساب معاملات الارتباط الذاتي الثلاثة الأولى (n=7, k=1,2,3):

$$r_1 = \frac{\sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-1} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x}_1)^2} \sqrt{\sum_{t=k+1}^n (x_{t-1} - \bar{x}_2)^2}}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n x_t, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n x_{t-k}$$

- حساب r_1 :

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^7 (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-1} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^7 (x_t - \bar{x}_1)^2} \sqrt{\sum_{t=2}^7 (x_{t-1} - \bar{x}_2)^2}}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{6} \sum_{t=2}^7 x_t = \frac{1}{6} (3 - 1 + 3 + 2 + 5 + 3) = \frac{15}{6} = 2,5$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{6} \sum_{t=2}^7 x_{t-1} = \frac{1}{6} (10 + 3 - 1 + 3 + 2 + 5) = \frac{22}{6} = 3,66$$

$$\begin{aligned}\sum_{t=2}^7 (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-1} - \bar{x}_2) &= [(3 - 2, 5)(10 - 3, 66) + ((-1) - 2, 5)(3 - 3, 66) + (3 - 2, 5)((-1) - 3, 66) + (2 - 2, 5)(3 - 3, 66) + (5 - 2, 5)(2 - 3, 66) + (3 - 2, 5)(5 - 3, 66)] = 0 \\ \sum_{t=2}^7 (x_t - \bar{x}_1)^2 &= [(3 - 2, 5)^2 + ((-1) - 2, 5)^2 + (3 - 2, 5)^2 + (2 - 2, 5)^2 + (5 - 2, 5)^2 + (3 - 2, 5)^2] = 19,5 \\ \sum_{t=2}^7 (x_{t-1} - \bar{x}_2)^2 &= [(10 - 3, 66)^2 + (3 - 3, 66)^2 + ((-1) - 3, 66)^2 + (3 - 3, 66)^2 + (2 - 3, 66)^2 + (5 - 3, 66)^2] = 67,5 \\ r_1 &= \frac{0}{\sqrt{19,5}\sqrt{67,5}} = 0\end{aligned}$$

- حساب r_2 :

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{1}{5} \sum_{t=3}^7 x_t = \frac{1}{5} (-1 + 3 + 2 + 5 + 3) = \frac{12}{5} = 2,4 \\ \bar{x}_2 &= \frac{1}{5} \sum_{t=3}^7 x_{t-1} = \frac{1}{5} (10 + 3 - 1 + 3 + 2) = \frac{17}{5} = 3,4 \\ \sum_{t=3}^7 (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-1} - \bar{x}_2) &= [((-1) - 2,4)(10 - 3,4) + (3 - 2,4)(3 - 3,4) + (2 - 2,4)((-1) - 3,4) + (5 - 2,4)(3 - 3,4) + (3 - 2,4)(2 - 3,4)] = -22,4 \\ \sum_{t=3}^7 (x_t - \bar{x}_1)^2 &= [((-1) - 2,4)^2 + (3 - 2,4)^2 + (2 - 2,4)^2 + (5 - 2,4)^2 + (3 - 2,4)^2] = 19,2 \\ \sum_{t=3}^7 (x_{t-1} - \bar{x}_2)^2 &= [(10 - 3,4)^2 + (3 - 3,4)^2 + ((-1) - 3,4)^2 + (3 - 3,4)^2 + (2 - 3,4)^2] = 65,2 \\ r_2 &= \frac{-22,4}{\sqrt{19,2}\sqrt{65,2}} = -0,63\end{aligned}$$

- حساب r_3 :

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{1}{4} \sum_{t=3}^7 x_t = \frac{1}{4} (3 + 2 + 5 + 3) = \frac{13}{4} = 3,25 \\ \bar{x}_2 &= \frac{1}{4} \sum_{t=3}^7 x_{t-1} = \frac{1}{4} (10 + 3 - 1 + 3) = \frac{15}{4} = 3,75 \\ \sum_{t=3}^7 (x_t - \bar{x}_1)(x_{t-1} - \bar{x}_2) &= [(3 - 3,25)(10 - 3,75) + (2 - 3,25)(3 - 3,75) + (5 - 3,25)((-1) - 3,75) + (3 - 3,25)(3 - 3,75)] = -8,75 \\ \sum_{t=3}^7 (x_t - \bar{x}_1)^2 &= [(3 - 3,25)^2 + (2 - 3,25)^2 + (5 - 3,25)^2 + (3 - 3,25)^2] = 4,75 \\ \sum_{t=3}^7 (x_{t-1} - \bar{x}_2)^2 &= [(10 - 3,75)^2 + (3 - 3,75)^2 + ((-1) - 3,75)^2 + (3 - 3,75)^2] = 62,76 \\ r_3 &= \frac{-8,75}{\sqrt{4,75}\sqrt{62,76}} = -0,50\end{aligned}$$

2- حساب معاملات الارتباط الذاتي الجزئية من الدرجة الأولى والثانية (n=7, k=1,2):

- حساب ϕ_{11} :

$$\phi_{11} = \frac{|P_1^*|}{|P_1|} = \frac{|\rho_1|}{|1|} = \frac{\rho_1}{1} \Rightarrow r_{11} = \frac{r_1}{1} = \frac{0}{1} = 0$$

- حساب ϕ_{22} :

$$\phi_{22} = \frac{|P_2^*|}{|P_2|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_1^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \Rightarrow r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{-0,63 - 0^2}{1 - 0^2} = -0,63$$

أستاذ المقياس : بوميمز فيصل