الحل النموذجي للامتحان السداسي

الحركة النظرية :

* قانون تركيب السرعات :

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e \quad 0{,}25$$

$\vec{v}_a$: السرعة المطلقة

$\vec{v}_r$: السرعة النسبية

$\vec{v}_e$: سرعة الجر

مع :

$$\vec{v}_a = \left.\frac{d\,\vec{OM}}{dt}\right)_R \quad 0{,}25$$

$$\vec{v}_r = \left.\frac{d\,\vec{O'M}}{dt}\right)_{R'} \quad 0{,}25$$

$$\vec{v}_e = \left.\frac{d\,\vec{OO'}}{dt}\right)_R + \vec{\omega} \wedge \vec{O'M} \quad 0{,}25$$

$\vec{OM}$: شعاع الموضع المطلق

$\vec{O'M}$: " " النسبي

$\vec{\omega}$ = شعاع الدوران الزاوي

R : المعلم المطلق

R' : " النسبي

* قانون تركيب التسارعات :

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_c + \vec{a}_e \quad 0{,}25$$

$\vec{a}_a$: التسارع المطلق

$\vec{a}_r$: التسارع النسبي

$\vec{a}_c$: تسارع كوريوليس

$$\vec{a}_a = \left.\frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}\right)_R$$

$$\vec{a}_r = \left.\frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2}\right)_{R'} \quad 0{,}25$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r \quad 0{,}25$$

$$\vec{a}_e = \left.\frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}\right)_R + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{O'M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) \quad 0{,}25$$

* من قانون تركيب التسارعات

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c \quad 0{,}25$$

$$\Rightarrow \vec{a}_r = \vec{a}_a - \vec{a}_e - \vec{a}_c$$

نضرب طرفي المساواة في الكتلة m

$$\Rightarrow m\vec{a}_r = m\vec{a}_a - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c$$

$$m\vec{a}_r = \sum \vec{F} + \vec{f}_e + \vec{f}_c \quad 0{,}25$$

$\vec{f}_e = -m\vec{a}_e$ قوة الجر $\vec{f}_e$ 0,25

$\vec{f}_c = -m\vec{a}_c$ " كوريوليس $\vec{f}_c$ 0,25

إذن عند تطبيق المبدأ الأساسي للتحريك في المعلم النسبي إذا كان غير عطالي ⟸

بالإضافة إلى القوى الحقيقية (المادية) $\vec{F}$ المطبقة على المتحرك ⇐ المتحرك سوف يخضع إلى قوى زائفة هي قوة الجر $\vec{f_e}$ وقوة كوريوليس $\vec{f_c}$ مصدرها حركة المعلم النسبي R' بالنسبة للمعلم المطلق R.

* **نظرية العزم الحركي**

"مشتقة شعاع العزم الحركي بالنسبة للزمن يساوي عزم محصلة القوى $\vec{F}$ المطبقة على المتحرك"

$$\left.\frac{d\vec{L}}{dt}\right|_R = \vec{OM}\wedge\vec{F} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$$

مع $\vec{L} = \vec{OM}\wedge\vec{P}$.

* في وجود قوى غير محافظة (قوى احتكاك) ⇐ $\vec{f}$

"التغير في الطاقة الميكانيكية للمتحرك ⇐ يساوي عمل القوى الغير محافظة"

$$\boxed{\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = W(\vec{f})}$$

$\vec{f}$ = قوى غير محافظة.

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2\pi \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta l_0}{\sqrt{g}\sqrt{l_0}} + \frac{\sqrt{l_0}\Delta g}{g\sqrt{g}}\right]}{2\pi \frac{\sqrt{l_0}}{\sqrt{g}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta l_0}{l_0} + \frac{\Delta g}{g}\right]$$ 0,5

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\left[0,01 + 0,01\right]$$

$$\frac{\Delta T}{T} = 0,01 = 1\%$$ 0,5

ب)

$\vec{V_1}\begin{pmatrix}+1\\3\\4\end{pmatrix}$; $\vec{V_2}\begin{pmatrix}-2\\2\\3\end{pmatrix}$

$\vec{V_3}\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}$

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$= -2 + 6 + 12 = \cancel{16}$$

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = \cancel{16}$$ 0,5

$$\vec{V_2}\wedge\vec{V_3} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 2\end{vmatrix}$$

$$= -5\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$$ 0,5

:(2)

$$T = K\, l_0^{\alpha}\, g^{\beta}$$

0,25 $\Rightarrow [T] = [K]\,[l_0^{\alpha}]\,[g^{\beta}]$

$$T = 1 \times L^{\alpha}\left(\frac{L}{T^2}\right)^{\beta}$$

$$T = L^{\alpha} L^{\beta} T^{-2\beta}$$

$$T = L^{\alpha+\beta}\, T^{-2\beta}$$

بالمطابقة نجد:

$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta$. 0,25

$-2\beta = 1 \Rightarrow \beta = -1/2$ 0,25

$\alpha = -\beta \Rightarrow \alpha = 1/2$

ومنه:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$ 0,5

- حساب الارتياب النسبي $\frac{\Delta T}{T}$ باستخدام طريقة التفاضل الكلي.

$$T = f(l_0, g)$$

$$\Rightarrow dT = \frac{\partial f}{\partial l_0}dl_0 + \frac{\partial f}{\partial g}dg$$

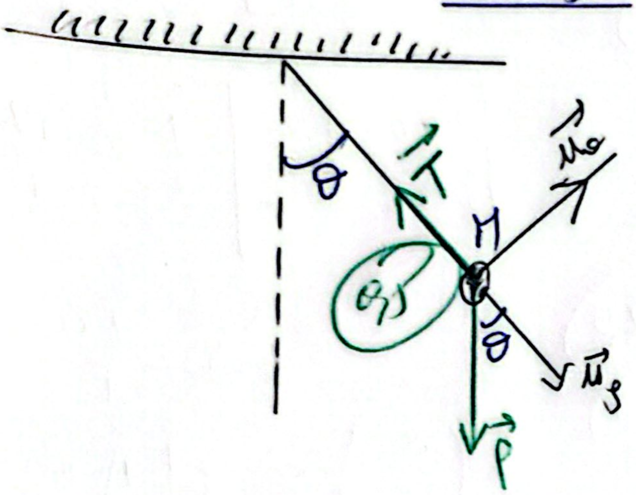
$$\Rightarrow dT = 2\pi\left[\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{dl_0}{\sqrt{l_0}} - \frac{1}{2}\frac{\sqrt{l_0}\,dg}{g\sqrt{g}}\right]$$

$$\Rightarrow \Delta T = 2\pi\frac{1}{2}\left[\frac{dl_0}{\sqrt{g}\sqrt{l_0}} + \frac{\sqrt{l_0}\,dg}{g\sqrt{g}}\right]$$

14 - (0,75)

- حجم متوازي الوجوه

تمرين ②:



- القوى المؤثرة هي:

$\vec{P}$: الثقل (0,25)

$\vec{T}$: توتر الخيط (0,25)

- المبدأ الأساسي للتحريك بفرض أن الكتلة ثابتة

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$ (0,5)

- شعاع الموضع: $\vec{OM} = l\,\vec{u_\rho}$

التسارع في الاحداثيات القطبية هو:

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u_\rho} + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{u_\theta}$$

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = \|\vec{V_1}\|\,\|\vec{V_2}\|\cos\theta$$ (0,25)

$$\cos\theta = \frac{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}{\|\vec{V_1}\|\,\|\vec{V_2}\|}$$

$$\|\vec{V_1}\| = \sqrt{26}$$

$$\|\vec{V_2}\| = \sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{16}{\sqrt{26}\sqrt{17}} = 0,76$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos(0,76)$$ (0,5)

$$\theta = 40°,53$$

- الجداء المختلط:

$$\vec{V_1}\cdot(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3}) = x_1x'_1 + y_1y'_1 + z_1z'_1$$

$$= (-1)(-5) + (3)(+4) + (4)(-6)$$

$$= +5 + 12 - 24 = -7$$

$$\vec{V_1}\cdot(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3}) = -7$$ (0,5)

- مساحة المثلث:

$$S = \frac{1}{2}\|\vec{V_2}\wedge\vec{V_3}\|$$ (0,4)

$$= \frac{1}{2}\sqrt{25+16+36}$$

$$S = \frac{\sqrt{77}}{2}$$ (0,5)

$$\Rightarrow W = \int_0^2 [x - a(2x)]\, dx + \int_0^2 (3(2x) - 2x)(2dx)$$

$$= \int [x - 2ax + 6x - 2x)\, 2dx$$

$$= 2\int [5x - 2ax]\, dx$$

$$= \frac{2}{\cancel{6}}\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{2a}{2}x^2\right]_0^2 \quad (1)$$

$$= 2\left[\frac{5}{2}\times 4 - a\times 4\right]$$

$$= 2[10 - 4a]$$

$$\boxed{W = (20 - 8a)}\ J \quad (1)$$

$\rho = l_0 \Rightarrow \rho = \ldots$

$$\Rightarrow \vec{a} = (-l_0\dot{\theta}^2)\vec{u_\rho} + l_0\ddot{\theta}\vec{u_\theta} \quad (1)$$

$$\Rightarrow mg(\cos\theta\vec{u_\rho} - \sin\theta\vec{u_\theta}) - T\vec{u_\rho} = m\left[-l_0\dot{\theta}^2\vec{u_\rho} + l_0\ddot{\theta}\vec{u_\theta}\right] \quad (1)$$

بالإسقاط وفق $\vec{u_\theta}$:

$$-mg\sin\theta = m\, l_0\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l_0}\sin\theta = 0 \quad (2)$$

وهو المطلوب

تمرين (3):

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$W = \int F_x\, dx + F_y\, dy \quad (0,5)$$

$$y = 2x \Rightarrow dy = 2\, dx \quad (0,5)$$