

الأعمال الموجهة رقم 1

السؤال 1: أوجد نشر ماك لوران-يونغ من الرتبة 4 للدوال التالية:

$$f(x) = \frac{x}{\sin x}, \quad g(x) = \sqrt{1 + \sin x} \quad (\text{تترك للطالب})$$

السؤال 2: باستعمال طريقتين أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2) - \sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2}$$

• نفس السؤال للنهايات التالية: (يترك للطالب)

$$1) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^2} \ln(1 + e^x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{1 - x + \ln x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + a \tan x)^{\frac{1}{x \sin x}}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(2x))}{x \sin x}$$

السؤال 3:

$$1) \text{ باستعمال نشر ماك لوران-يونغ برهن المتراجحة التالية: } x - \frac{x^2}{2} < \ln(1 + x) < x$$

$$2) \text{ باستعمال السؤال السابق أحسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\ln u_n) \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \text{ بحيث المتتالية معرفة بالحد العام:}$$

$$u_n = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n^2}\right)$$

السؤال 4: (يترك للطالب)

$$1) \text{ أوجد نشر ماك لوران-يونغ من الرتبة 3 للدالة: } f(x) = (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$

$$2) \text{ أوجد النهاية } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}, \text{ ثم استنتج النهاية } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

السؤال 5: أوجد النشر المحدود من الرتبة المطلوبة للدوال التالية:

$$1) \text{ الدالة } \ln(e^{2x} + 2e^x + 3), \text{ من الرتبة 2 في جوار } 0.$$

$$2) \text{ الدالة } \sqrt{8 + \sqrt{1 + 6x}}, \text{ من الرتبة 3 في جوار } 0. \quad (\text{يترك للطالب})$$

$$3) \text{ الدالة } \text{ch}(\ln(\text{ch } x)), \text{ من الرتبة 6 في جوار } 0. \quad (\text{يترك للطالب})$$

$$4) \text{ الدالة } \ln(1 + x^2), \text{ من الرتبة 2 في جوار } 1.$$

السؤال 6:

$$1) \text{ أوجد مجموعة تعريف الدالة: } f(x) = \frac{\ln x}{2-x}$$

$$2) \text{ أكتب النشر المحدود للدالة } f \text{ من الرتبة 4 في جوار } 1.$$

$$3) \text{ بمقارنة عبارة نشر ماك لوران-يونغ مع نتيجة السؤال 2، استنتج قيم المشتقات } f^{(k)}(1) \text{ من أجل } k \in \{0, \dots, 4\}.$$