

الفصل الرابع: تحليل الحساسية

الوصول إلى الحل الأمثل في البرمجة الخطية لا يشكل في بعض الأحيان الهدف الوحيد من استعمالها، فقد نهتم بمعرفة ماذا سيحدث إذا تغيرت المعطيات التي تم الاعتماد عليها عند صياغة المسألة الأصلية كمعرفة أثر تغير ربح منتج ما أو أثر تغير الكمية المتوفرة من نوع معين من المدخلات أو أثر إضافة قيد أو إخراج قيد آخر من المسألة على الحل الأمثل المتحصل عليه مع إبقاء المعطيات الأخرى على حالها. فتقنيات الحساسية (Sensitivity technics) تمكننا من قياس أثر هذه التغيرات و ذلك دون إعادة حل البرنامج من جديد [5،1].

1.4 أثر التغير في دالة الهدف

نظرية 1.1 [1]:

- إذا كان x_s متغيراً غير أساسي في T^* فإن الحل الأمثل للبرنامج الخطي لن يتأثر لدى تغير c_s إذا تحقق الشرط الآتي:

$$\Delta c_s \leq -c_s^* \text{ حيث } c_s^* \text{ ثابت سالب تماماً}$$

- إذا كان x_s متغيراً أساسياً في T^* فإن الحل الأمثل للبرنامج الخطي لن يتأثر لدى تغير c_s ، إذا تحقق الشرط الآتي:

$$\text{Max} \{c_j^*/a_{kj}^* : a_{kj}^* > 0\} \leq \Delta c_s \leq \text{Min} \{c_s^*/a_{kj}^* : a_{kj}^* < 0\}$$

حيث: k هو دليل الصف المقابل للمتغير الأساسي c_s بينما c_j^* هي معاملات تابع الهدف في الجدول الجديد.

في حالة التغير في دالة الهدف نميز حالتين تؤخذ كل حالة في المثال التالي.

مثال 1.1: ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$(PL) \begin{cases} \text{Max}(Z = 60x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 90x_4), \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 15, \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 1000, \\ 3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \leq 1200, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

حيث الجدول المثالي لـ (PL) يعطى بـ:

T^*	x_1	x_2	x_3	x_4	e_1	e_2	e_3	b_i
x_3	1	1	1	1	1	0	0	15
e_2	4	2	0	-1	-3	1	0	955
e_3	-7	-5	0	5	-10	0	1	1050
$-Z$	-30	-30	0	0	-90	0	0	-1350

الحالة 1: نفترض أن ربح المنتج A قد يتغير بمقدار مجهول α .

سؤال: ماهو مقدار التغير الذي يبقى الحل الأمثل على حاله دون إعادة حل المسألة من جديد؟
مقدار التغير الذي يبقى الحل الأمثل على حاله هو:

T^*	$x_1(60+\alpha)$	$x_2(60)$	$x_4(90)$	$e_1(0)$	b_i
$x_3(90)$	1	1	1	1	15
$e_2(0)$	4	2	-1	-3	955
$e_3(0)$	-7	-5	5	-10	1050
$-Z$	-30	-30	0	-90	-1350
	$\alpha - 30$	-30	0	-90	-1350

$$z = (60 + \alpha)x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 90x_4 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3$$

$$90(1) + 0(4) + 0(-7) - (60 + \alpha) = 90 - (60 + \alpha) = 30 - \alpha$$

إذن لكي يبقى الحل الأمثل على حاله يجب تحقق:

$$30 - \alpha \geq 0 \Rightarrow \alpha \leq 30$$

اقتصاديا: أي زيادة في ربح المنتج من النوع A يبقى الحل الأمثل على حاله أي $x_1 = 0$ يعني عدم إنتاج النوع A .

بما أن $x_1 = 0$ معناه $s_1 = 30$ ، يعني يجب عدم إنتاج النوع A ، لأن إنتاج كل وحدة تؤدي إلى انخفاض الربح (تكلفة الفرصة البديلة) بـ 30 و.ن.

الحالة 2: نفرض أن ربح المنتج C يتغير بمقدار α .

سؤال: ماهو مقدار التغير الذي يغير في الحل الأمثل ويبقى العوامل (المعطيات) الأخرى ثابتة؟

T^*	$x_1(60)$	$x_2(60)$	$x_4(90)$	$e_1(0)$	b_i
$x_3(90+\alpha)$	1	1	1	1	15
$e_2(0)$	4	2	-1	-3	955
$e_3(0)$	-7	-5	5	-10	1050
$-z$	-30	-30	0	-90	-1350
	$-30 - \alpha$	$-30 - \alpha$	$-\alpha$	$-90 - \alpha$	-1350

$$z = 60x_1 + 60x_2 + (90 + \alpha)x_3 + 90x_4 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3$$

$$(1) \Leftrightarrow (90 + \alpha)(1) + 0(4) + 0(-7) - 60 = 90 + \alpha - 60 = 30 + \alpha$$

$$(2) \Leftrightarrow (90 + \alpha)(1) + 0(2) + 0(-5) - 60 = 90 + \alpha - 60 = 30 + \alpha$$

$$(3) \Leftrightarrow (90 + \alpha)(1) + 0(-1) + 0(5) - 90 = 90 + \alpha - 90 = \alpha$$

$$(4) \Leftrightarrow (90 + \alpha)(1) + 0(-3) + 0(-10) - 0 = 90 + \alpha$$

مقدار التغير في ربح المنتج C لكي يتغير الحل الأمثل هو:

$$\begin{cases} 30 + \alpha < 0 \\ \vee \\ 30 + \alpha < 0 \\ \vee \\ \alpha < 0 \\ \vee \\ 90 + \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha < -30 \\ \vee \\ \alpha < -30 \\ \vee \\ \alpha < 0 \\ \vee \\ \alpha < -90 \end{cases}$$

$$\alpha \in]-\infty, -90[\cup]-\infty, -30[\cup]-\infty, 0[$$

$$\alpha \in]-\infty, 0[$$

سؤال: ما هو مقدار التغير في الربح حتى يبقى الحل الأمثل على حاله؟

حتى يبقى الحل الأمثل على حاله يجب تحقق:

$$\begin{cases} 30 + \alpha \geq 0 \\ \wedge \\ 30 + \alpha \geq 0 \\ \wedge \\ \alpha \geq 0 \\ \wedge \\ 90 + \alpha \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \geq -30 \\ \wedge \\ \alpha \geq -30 \\ \wedge \\ \alpha \geq 0 \\ \wedge \\ \alpha \geq -90 \end{cases}$$

$$\alpha \in [0, +\infty[\quad \text{ومنـه:}$$

1.4 أثر التغير في الطرف الثاني لقيد من القيود

نظرية 1.2 [1]:

إذا أجرينا تغييراً في أحد عناصر الطرف الأيمن للشروط بأن نستبدل b_k مثلاً ونجعله $b_k + \Delta b_k$ فإن الطرف الأيمن يكتب على النحو التالي: $\hat{b} = b + \Delta b_k e_k$ حيث e_k متجه الوحدة الذي يحتوي على 1 في الإحداثي k . الحل يبقى على حاله إذا كانت العلاقة: $D^t A^t + E^t$ موجبة حيث D^t الشعاع الموجود خارج الأساس و A^t المصفوفة التي تحتوي على العناصر الموجودة في الأساس و E هو شعاع الأساس.

- نفس المثال السابق: نفرض أن المدخلات في الحل الأمثل قد تتغير بمقدار مجهول α . سؤال: ما هو مقدار التغير في الحل الأمثل دون إعادة حل المسألة من جديد؟ عند المبدأ لدينا: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ (أي: الطاقات المتاحة = الطاقات العاطلة).

T^*	$x_1(0)$	$x_2(0)$	$x_4(0)$	$e_1(15)$	b_i
$x_3(0)$	1	1	1	1	<u>15</u>
$e_2(1000)$	4	2	-1	-3	<u>955</u>
$e_3(1200)$	-7	-5	5	-10	<u>1050</u>
-z	-30	-30	0	-90	-1350

كيفية الحصول على الطرف الثاني قبل إدخال α :

$$0(1) + 0(1) + 0(1) + 15(1) + 0 = 15$$

$$0(4) + 0(2) + 0(-1) + 15(-3) + 1000 = 955$$

$$0(-7) + 0(-5) + 0(5) + 15(-10) + 1200 = 1050$$

إذا طرأ تغير بمقدار α على القيد الأول، أي الكميات المتاحة تصبح $(15 + \alpha)$ حتى لا يتغير أساس الحل يجب أن تكون قيود الطرف الثاني كلها أكبر أو تساوي الصفر. إذن:

$$0(1) + 0(1) + 0(1) + (15 + \alpha)(1) + 0 = 15 + \alpha$$

$$0(4) + 0(2) + 0(-1) + (15 + \alpha)(-3) + 1000 = 955 - 3\alpha$$

$$0(-7) + 0(-5) + 0(5) + (15 + \alpha)(-10) + 1200 = 1050 - 10\alpha$$

كي لا يتغير الحل الأمثل يجب تحقق:

$$\begin{cases} 15 + \alpha \geq 0 \\ \wedge \\ 955 - 3\alpha \geq 0 \\ \wedge \\ 1050 - 10\alpha \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \geq -15 \\ \wedge \\ \alpha \leq 955/3 \\ \wedge \\ \alpha \leq 105 \end{cases}$$

ومنـه: $\alpha \in [-15, 105]$

$[-15, 0]$ هو: مقدار التخفيض من المدخلات للنوع الأول حتى يبقى الحل الأمثل على حاله.

$[0, 105]$ هو: مقدار الزيادة المسموح به من النوع الأول من المدخلات حتى يبقى الحل الأمثل على حاله.

ملاحظة 1.2: قمنا باستثناء الصفر "0" معناه لا يوجد تغير في المدخلات (لا يوجد تغير في الحل الأمثل).

سؤال:

لو نفرض أن سعر المدخلات من النوع الأول هو $P_1 = 60$ للوحدة الواحدة. فما هو قرار المؤسسة؟

لدينا: $e_1 = 0$ يقابله $y_1 = 90$ ، أي سعر الظل هو 90 معناه أن سعر الظل < سعر السوق.

لدينا: **الربح الصافي = سعر الظل - سعر السوق**

$$90 - 60 = 30 \quad \text{أي:}$$

إذن قرار المؤسسة هو الحصول على كميات إضافية من المدخلات من النوع الأول.

$y_1 = 90$ معناه أن الحل الأمثل يتطلب استخدام كل الكميات من النوع الأول مما يؤدي إلى زيادة في

الربح الصافي بمقدار 30 و.ن.

أقصى كمية تتحصل عليها المؤسسة حتى لا يتغير الحل الأمثل هي 105 وحدة من النوع الأول.

أساس الحل يتغير عند كمية من المدخلات أكثر من 105 وحدة، ومنه المؤسسة تفضل شراء كمية إضافية

عند أقصى كمية تساوي 105 وحدة من المدخلات من النوع الأول حتى تحافظ على أساس الحل الأمثل

والزيادة تكون $3150 = 105 \times 30$.

إذا كان سعر السوق أكبر من سعر الظل فهنا بيع المدخلات أفضل كون سعر السوق أكبر من سعر الظل

(توجه المدخلات إلى البيع في السوق).

لدينا: أقصى تخفيض هو 15 وحدة حتى لا يتغير أساس الحل الأمثل.

الربح الصافي الوحدوي = سعر السوق - سعر الظل

3.4 إضافة قيد في المسألة

لدراسة مدى تأثير إضافة قيد جديد إلى المسألة وفي حالة تحقق هذا القيد باستخدام قيم الحل الأمثل يمكن في هذه الحالة اعتبار هذا القيد هو قيда فائضا لا يؤثر على الحل [4].

مثال 1.3:

نفس المثال السابق.

نفترض أننا حصلنا على الحل الأمثل ونريد معرفة أثر إدخال قيد جديد في المسألة. إذا افترضنا أن هناك نوع رابع من المدخلات لم يؤخذ بعين الاعتبار عند البحث عن الحل الأمثل، لأننا ظننا أن هذا النوع بالذات موجود بكميات معتبرة نسبيا وبالتالي لا يمكن أن يؤثر على الحل الأمثل ثم تبين أن هناك احتمال أن الكميات المتوفرة من هذا النوع قد تصبح محدودة وبالتالي من الممكن أن تؤثر على الحل الأمثل.

سؤال: تقنيات الحساسية تمكننا من معرفة ما هي أدنى كمية يجب توفيرها من هذا النوع من المدخلات بحيث لا يتأثر الحل الأمثل من إدخال هذا القيد الجديد في المسألة. نرجع إلى المثال السابق ونفترض أن هناك قيد رابع يجب إدخاله في المسألة بحيث كل وحدة من الأنواع الأربعة تتطلب 8,1,4,2 وحدة من هذا النوع الجديد من المدخلات.

A	B	C	D
2	4	1	8

البرنامج يصبح:

$$(PL) \begin{cases} \text{Max}(z = 60x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 90x_4), \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 15, \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 1000, \\ 3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \leq 1200, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \leq \alpha, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

α : أدنى كمية يجب توفيرها للحفاظ على الحل الأمثل (لا يتغير).

قيمة الطرف الثاني:

$$\alpha - [2(0) + 4(0) + 15 + 8(0)] = \alpha - 15$$

T^*	$x_1(2)$	$x_2(4)$	$x_4(8)$	$e_1(0)$	b_i
$x_3(1)$	1	1	1	1	15
$e_2(0)$	4	2	-1	-3	955
$e_3(0)$	-7	-5	5	-10	1050
-z	-30	-30	0	-90	-1350

حتى لا يتغير أساس الحل الأمثل يجب تحقق $\alpha - 15 > 0$ أي: $\alpha > 15$.
 إذن أدنى كمية يمكن إدخالها من النوع الرابع هي 15 أو أكثر كي لا يتغير أساس الحل الأمثل.
 إذن نبحث عن $a_{4,1}, a_{4,2}, a_{4,3}, a_{4,4}$.

لدينا : $2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 + e_4 = \alpha$

T^*	x_1	x_2	x_4	e_1	b_i
x_3	1	1	1	1	15
e_2	4	2	-1	-3	955
e_3	-7	-5	5	-10	1050
e_4	1	3	7	-1	$\alpha - 15$
-z	-30	-30	-30	-90	-1350

$$a_{4,1} = 2 - [1(1) + 4(0) - 7(0)] = 1$$

$$a_{4,2} = 4 - [1(1) + 2(0) - 5(0)] = 3$$

$$a_{4,3} = 8 - [1(1) - 1(0) + 5(0)] = 7$$

$$a_{4,4} = 0 - [1(1) - 3(0) - 10(0)] = -1$$

ملاحظة 1.3:

لو كان $\alpha < 15$ فإن أساس الحل الأمثل يتغير، وعليه يجب إكمال الحل باستعمال طريقة السمبلكس المرافق حتى نصل إلى الحل الأمثل.

4.4 إخراج قيد من المسألة

هذه المرة نفترض أننا حصلنا على الحل الأمثل نريد معرفة مدى تأثير الحل الأمثل المتحصل عليه إذا أسقطنا قيد من القيود دون إعادة حل المسألة من جديد، في هذه الحالة تواجهنا حالة من الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى:

متغير الطاقة العاطلة الخاص بالقيود الذي نريد إخراجها يكون موجود في أساس الجدول الأمثل.

مثال 1.4:

مصنع ينتج ثلاثة أنواع من المنتجات A, B, C حيث دالة الهدف هي $Z = (3x_1 + 2x_2 + 4x_3)$ والجدول المثالي لـ $Max Z$ هو:

T^*	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	b_i
e_3	-1	0	0	-1	1	1	8
x_2	1	1	0	1	-1	0	30
x_3	2	0	1	3	3	0	10
$-z$	-4	0	0	-2	-3	0	-100

نفرض أنه بإمكان المؤسسة إنتاج كمية كبيرة نسبياً من النوع الثالث من المدخلات ونريد معرفة أثر الحل الأمثل المتحصل عليه إذا قررنا إسقاط القيد الثالث من المسألة.

التعليق:

إن وجود متغير الطاقة العاطلة في الأساس معناه إن الحل الأمثل يتطلب عدم استعمال كل الكمية المتاحة من النوع الثالث من المدخلات وبالتالي إخراج القيد الثالث من المسألة، لا يكون له تأثير على الحل الأمثل. لدى نقوم فقط بتشطيب السطر الخاص بهذا المتغير من الجدول المثالي:

T^*	x_1	e_1	e_2	b_i
e_3	-1	-1	1	8
x_2	1	1	-1	30
x_3	2	3	3	10
$-z$	-4	-2	-3	-100

T^*	x_1	e_1	e_2	b_i
x_2	1	1	-1	30
x_3	2	3	3	10
$-z$	-4	-2	-3	-100

الحالة الثانية:

متغير الطاقة العاطلة الخاص بالقيود الذي نريد إخراجها موجود خارج الأساس، في هذه الحالة وجود متغير الطاقة خارج الأساس معناه إن الحل الأمثل يتطلب استغلال كل الكمية المتاحة من نوع معين من المدخلات وبالتالي إسقاط القيد قد يكون له تأثير مباشر على الحل، لدى نقوم بتشطيب السطر الخاص به ونواصل الحل حتى نتحصل على الجدول المثالي (طريقة السمبلكس العادي، السمبلكس المرافق).

نرجع إلى المثال 1.4 ونفترض أنه بإمكان المؤسسة استغلال كمية كبيرة من النوع الأول من المدخلات، ونريد معرفة مدى تأثير الحل الأمثل المتحصل عليه بإضافة هذه المعلومة (استغلال كميات كبيرة من النوع الأول معناه إسقاط القيد الأول).

T^*	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	b_i
e_3	-1	0	0	-1	1	1	8
x_2	1	1	0	1	-1	0	30
x_3	2	0	1	3	3	0	10
-z	-4	0	0	-2	-3	0	-100

T^*	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	b_i
e_3	-1/3	0	1/3	0	0	1	34/3
x_2	1/3	1	-1/3	0	-2	0	80/3
e_1	2/3	0	1/3	1	1	0	10/3
-z	-8/3	0	2/3	0	-1	0	-280/3

إسقاط القيد e_1 :

T^*	x_1	x_2	x_3	e_2	e_3	b_i
e_3	-1/3	0	1/3	0	1	34/3
x_2	1/3	1	-1/3	-2	0	80/3
-z	-8/3	0	2/3	-1	0	-280/3

نلاحظ أن معاملات تابع الهدف ليست كلها معدومة أو سالبة. نكمل الحل باستعمال طريقة السمبلكس العادي فنحصل على الجدول المثالي التالي:

T^*	x_1	x_2	x_3	e_2	e_3	b_i
e_3	-1	0	1	6	3	34
x_2	0	1	0	0	1	38
-z	-2	0	0	-5	-2	-116

إذن الحل الأمثل هو: $x^* = (0, 38, 0)$ وقيمة دالة الهدف هي: $z^* = 116$.

سؤال: هل إسقاط القيد الأول في صالح المؤسسة؟

نعم هو في صالح المؤسسة لأن ربحها زاد.

قبل إسقاط القيد كان $z^* = 100$ وبعد إسقاطه أصبح $z^* = 116$.

5.4 إدخال متغير جديد في المسألة

هنا نفرض أننا حصلنا على الحل الأمثل ونريد معرفة آثار إدخال متغير جديد في المسألة. نرجع إلى المثال السابق ونطرح السؤال التالي [5]: إذا افترضنا أن نوعا معينا من المنتجات قد يكون مطلوبا في السوق، والمؤسسة بإمكانها إنتاجه، فما هو أدنى ربح خاص بهذا النوع الجديد يجعل هذه المؤسسة تنتجه إذا علمنا متطلبات الإنتاج الخاصة به؟

نفس المثال السابق: نفترض أن المؤسسة تريد دراسة مسألة إنتاج نوع جديد وليكن من النوع D ، حيث أن هذا النوع يتطلب 10، 8، 3 وحدة من الأنواع الثلاثة من المدخلات.

سؤال: ما هو أدنى ربح لهذا المنتج الذي يجعل المؤسسة تنتجه وتسوقه؟

بما أن المتغير في البرنامج الأولي يقابله قيد في الثنوي فإن المتغير D (الذي يعبر عن الكمية الخاصة به بالمتغير x_4) يقابله القيد:

$$10y_1 + 8y_2 + 3y_3 \geq \alpha \quad \times (-1)$$

حيث أن: α يعبر عن الربح الخاص بهذا المنتج. يجب أولا إدخال هذا القيد في الجدول الأمثل للثنوية بعد تحويله إلى شكل أقل أو يساوي بنفس الطريقة التي يتم بها إدخال قيد جديد في المسألة الأصلية.

$$-10y_1 - 8y_2 - 3y_3 + s_4 = -\alpha$$

$$z' = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + \alpha x_4$$

الجدول المثالي للثنوية:

T^*	y_1	y_2	y_3 (-3)	s_1	s_2 (0)	s_3 (0)	b_i
s_1 (0)	0	0	1	1	-1	-2	4
y_1 (-10)	1	0	1	0	-1	-3	2
y_2 (-8)	0	1	-1	0	1	-3	3
w	0	0	-8	0	-30	-10	100

البحث عن $a_{4,1}, a_{4,2}, a_{4,3}$:

$$a_{4,1} = -3 - [1(0) + 1(-10) - 1(-8)] = -1$$

$$a_{4,2} = 0 - [-1(0) - 1(-10) + 1(-8)] = -2$$

$$a_{4,3} = 0 - [-2(0) - 3(-10) - 3(-8)] = -54$$

T^*	y_3	s_2	s_3	b_i
s_1	1	-1	-2	4
y_1	1	-1	-3	2
y_2	-1	1	-3	3
s_4	-1	-2	-54	$- \alpha + 44$
w	-8	-30	-10	100

كي يبقى أساس الحل على حاله يجب أن يكون $\alpha < 44$.

6.4 إخراج متغير من المسألة

في هذه الحالة نفترض أننا تحصلنا على الحل الأمثل ونريد معرفة مدى تأثير هذا الحل إذا قررت المؤسسة عدم إنتاج وتسويق نوع معين من المنتجات أي أننا نخرج متغير من المتغيرات من المسألة. هنا كذلك قد تواجهنا حالة من الحالتين:

الحالة الأولى: المتغير الذي نريد إخرجه من المسألة يكون موجودا خارج الأساس، في هذه الحالة نقوم فقط بتنشيط العمود الخاص بهذا المتغير ونتحصل على الجدول الأمثل الجديد.

نفس **المثال 1.4** نفترض أن المؤسسة قد قررت عدم إنتاج وتسويق النوع A فما هو أثر هذا القرار على الحل الأمثل؟ النوع A معبر عنه بـ x_1 ، وهو خارج الأساس إذن:

T^*	x_1	e_1	e_2	b_i
e_3	-1	-1	1	8
x_2	1	1	-1	30
x_3	2	3	3	10
$-z$	-4	-2	-3	-100

T^*	e_1	e_2	b_i
e_3	-1	1	8
x_2	1	-1	30
x_3	3	3	10
$-z$	-2	-3	-100

الحالة الثانية: المتغير الذي نريد إخرجه من المسألة يكون موجودا في الأساس. عندما تطرقنا إلى المسألة الثنوية رأينا أن إخراج متغير من المسألة الأولية هو تماما كإسقاط قيد من المسألة الثنوية. نفس **المثال 1.4** نفترض هذه المرة أن المؤسسة بصدد دراسة قرار عدم إنتاج وتسويق النوع الثاني، فماذا تأثر الحل الأمثل إذا تقرر ذلك؟

في هذه الحالة نريد إسقاط x_2 من المسألة، هذا المتغير يقابله القيد s_2 في المسألة الثنوية. لذا نبحث عن الحل الأمثل الجديد في حالة إسقاط القيد الثاني من المسألة الثنوية.

T^*	x_1	e_1	e_2	b_i
e_3	-1	-1	1	8
x_2	1	1	-1	30
x_3	2	3	3	10
-z	-4	-2	-3	-100

T^*	y_3	s_2	s_3	b_i
s_1	1	-1	-2	4
y_1	1	-1	-3	2
y_2	-1	1	-3	3
w	-8	-30	-10	100

لدينا s_2 يقابله x_2 .

ندخل s_2 مكان y_2 ونأخذ 1 كمرتكز ونطبق طريقة السمبلكس العادي الخاص بالمسألة الأولية فنحصل على الجدول التالي:

T^*	y_3	s_2	s_3	b_i
s_1	0	0	-5	7
y_1	0	0	-6	5
s_2	-1	1	-3	3
W	-38	0	-100	190

T^*	y_3	s_3	b_i
s_1	0	-5	7
y_1	0	-6	5
W	-38	-100	190

المراجع:

- [1] س. ص. الحميدان، ع. حامد، ح. حميدة، الأسس الرياضية للبرمجة الخطية، النشر العلمي و المطابع- جامعة الملك سعود، المملكة العربية السعودية، 2000.
- [2] م. س. الصفدي، بحوث العمليات تطبيق وخوارزميات، دار وائل للنشر، عمان (الأردن)، 1999.
- [3] ح. حاج صحراوي، تحليل الحساسية، جامعة فرحات عباس – سطيف، 2011.
- [4] ح. حاج صحراوي، المسألة الثنوية ، جامعة فرحات عباس – سطيف، 2011.
- [5] ح. حاج صحراوي، محاضرات رياضيات المؤسسة ، جامعة فرحات عباس – سطيف، 2014.
- [6] ا. رجال، بحوث العمليات، البرمجة الخطية، دار رجزو، قسنطينة، 2004.