

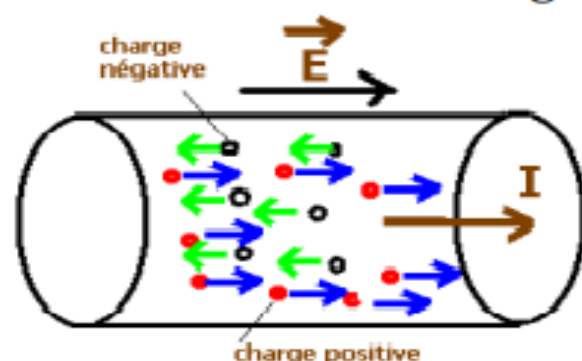
ELECTROCINETIQUE

L'électrocinétique est l'étude des charges électriques en mouvement.

1. COURANT ELECTRIQUE

a. Sens du courant :

Par convention, le sens de I est celui des charges positives (celui du champ).



b. Intensité du courant :

Si pendant le temps t s'écoulent n particule de charge, l'intensité du courant est égale à la charge totale qui s'écoule par unité de temps :

$$I = \frac{nq}{t} = \frac{Q}{t}$$

L'unité du courant est l'ampère (A) : $1 A = 1 C/s$

c.Densité de courant :

Soit un fil conducteur de section S et de longueur l qui contient n particules de charge q animées par une vitesse $\vec{v}$.

Pendant le temps dt ces charges parcourent la distance $dl = v dt$.

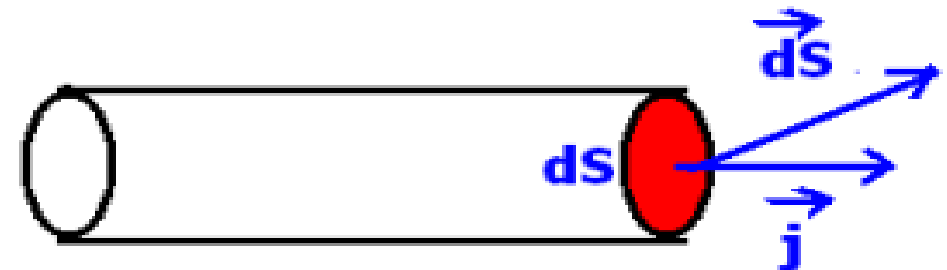
Soit un élément de surface $\vec{dS} = \vec{n} dS$. La quantité de charge dq qui traverse dS pendant le temps dt est :

$$\begin{aligned} dq &= nq dV = nq dS dl = nq \frac{dS dl}{dt} dt \Rightarrow dq \\ &= nq dt \vec{v} dS \vec{n} = \vec{j} dt dS \vec{n} \end{aligned}$$

Le vecteur : $\vec{j} = nq\vec{v}$ est la densité de courant.

Le courant dans le fil est :

$$\begin{aligned} I &= dQ/dt = 1/dt \iint_{\text{section}} dq = 1/dt \iint_{\text{section}} \vec{j} \vec{dS} dt \\ \Rightarrow I &= \iint_{\text{section}} \vec{j} \vec{dS} \end{aligned}$$



Le courant dans le fil est donc le flux à travers la section du fil de la densité du courant.

Donc :

$$J = I/S$$

L'unité de J est $(\frac{A}{m^2})$ et S représente la section droite du conducteur (le courant est perpendiculaire à cette section).

d. Energie d'entretien de I :

Si une charge q se déplace à travers une ddp $V = V_1 - V_2$, elle gagne une énergie $w = qV$.

Si on a N charges, l'énergie totale gagnée est $W = NqV = QV$. W est l'énergie nécessaire pour maintenir le courant I constant : c'est l'énergie d'entretien de I .

e. Puissance électrique :

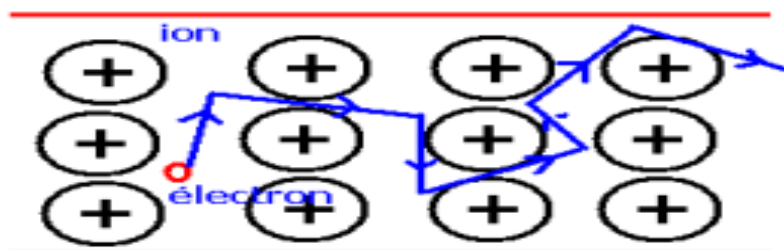
La puissance est l'énergie par unité de temps.

$$P = W/t = QV/t = IV$$

P se mesure en watts (w) et W en joules (J).

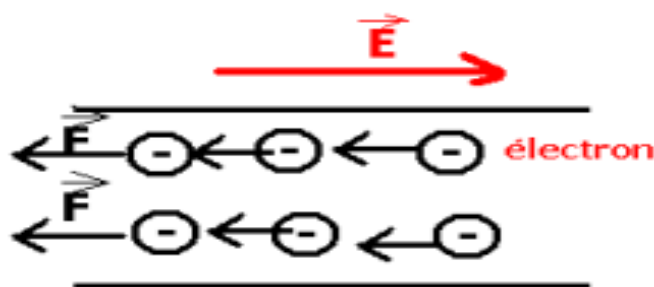
2. RESISTANCE ELECTRIQUE : LOI D'OHM

La matière est constituée d'atomes. Dans les conducteurs les électrons des dernières couches sont faiblement liés aux noyaux et ils se déplacent librement au sein du conducteur. Donc un conducteur est formé d'ions positifs entre lesquels circulent les électrons (de charge négatives).

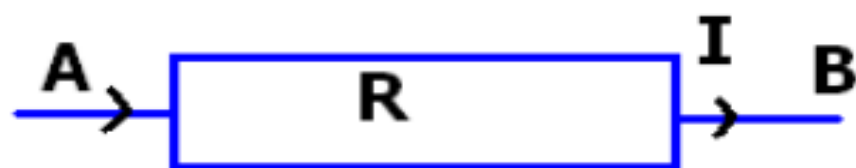


Si $\vec{E} = \vec{0}$, le déplacement moyen des électrons est nul. La vitesse moyenne des électrons est aussi nulle ($\bar{v} = 0 \text{ m/s}$).

Si $\vec{E} \neq \vec{0}$, les charges sont poussées par la force $\vec{F} = q\vec{E}$. Donc le champ $\vec{E}$ oriente le mouvement des électrons. La vitesse moyenne est différente de zéro ($v \neq 0$) et il y a naissance d'un courant électrique.



Le mouvement des électrons est perturbé par des obstacles comme les ions, les lacunes et les interstitiels. Ces obstacles ralentissent le mouvement des particules chargées et l'intensité du courant diminue. Ce phénomène est caractérisé par une constante R qu'on appelle « résistance électrique ».

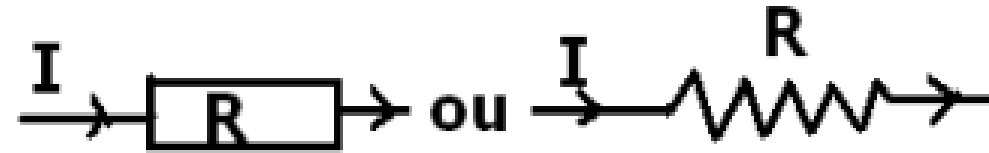


$$V = V_A - V_B$$

Lorsque la température est constante, la ddp entre A et B est proportionnelle à $I \Rightarrow V = RI$

La résistance R se mesure en Ohms (Ω).

Symbole de la résistance :



b. Effet Joule :

Lorsque les électrons sont ralentis, leur vitesse diminue et il y a perte de l'énergie cinétique ($mv^2/2$). Cette énergie perdue va chauffer le conducteur :

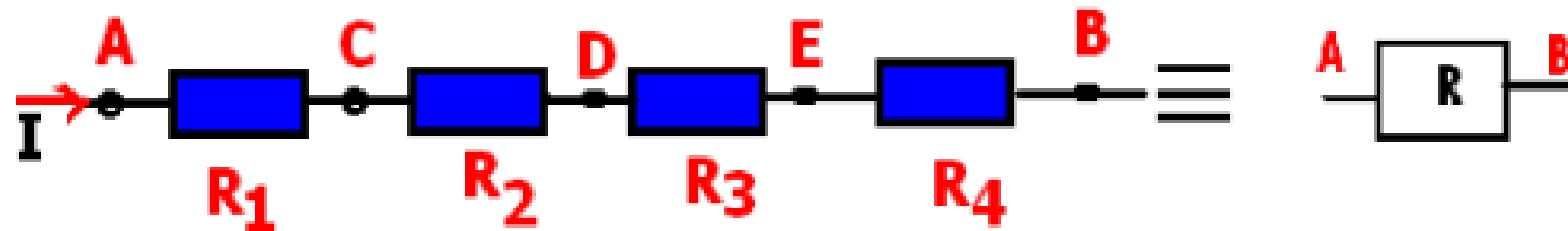
$$V = RI \text{ et } P = VI = RI^2$$

L'énergie perdue par effet joule est :

$$W = P.t = RI^2t$$

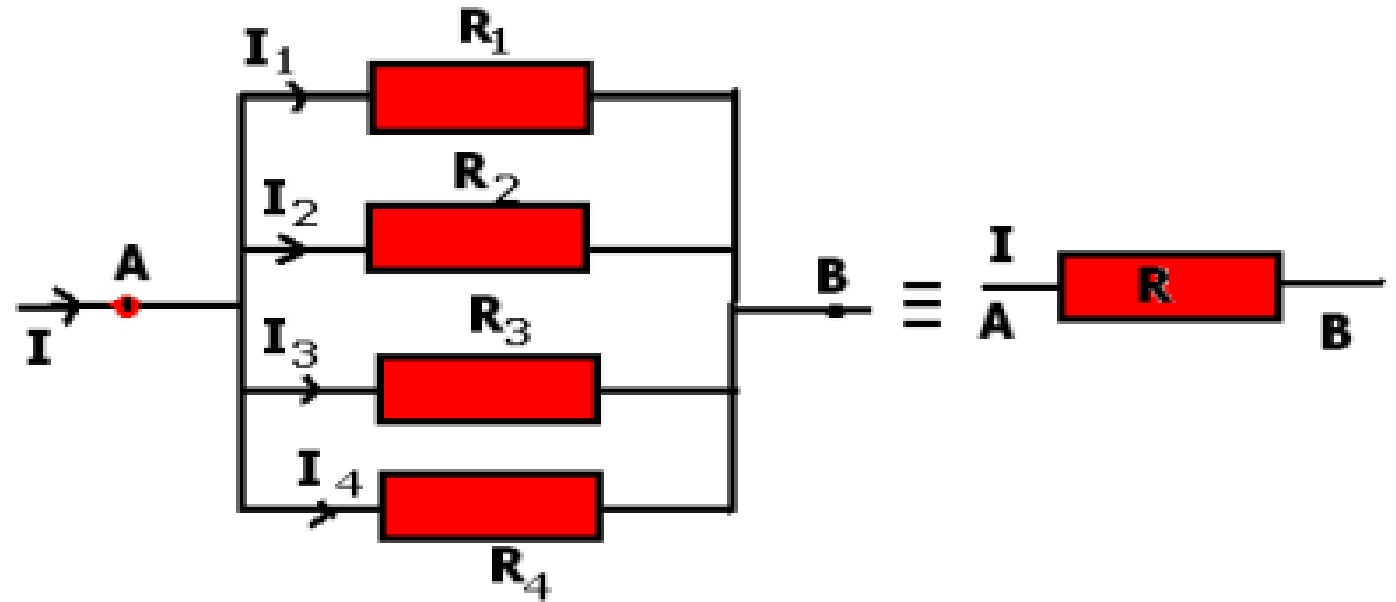
d. Associations des résistances :

- **En série :** les résistances sont traversées par un même courant.



$$\begin{aligned} V_A - V_B &= (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_B) \\ \Rightarrow V_A - V_B &= R_1 I + R_2 I + R_3 I + R_4 I = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) I = R I \\ \Rightarrow R &= R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \\ \Rightarrow R &= \sum_{i=1}^n R_i \end{aligned}$$

- **En parallèle :** elles ont la même différence de potentiel (ddp)



$$\begin{aligned}
 V = V_A - V_B &= R_1 I_1 = R_2 I_2 \\
 &= R_3 I_3 \\
 &= R_4 I_4
 \end{aligned}$$

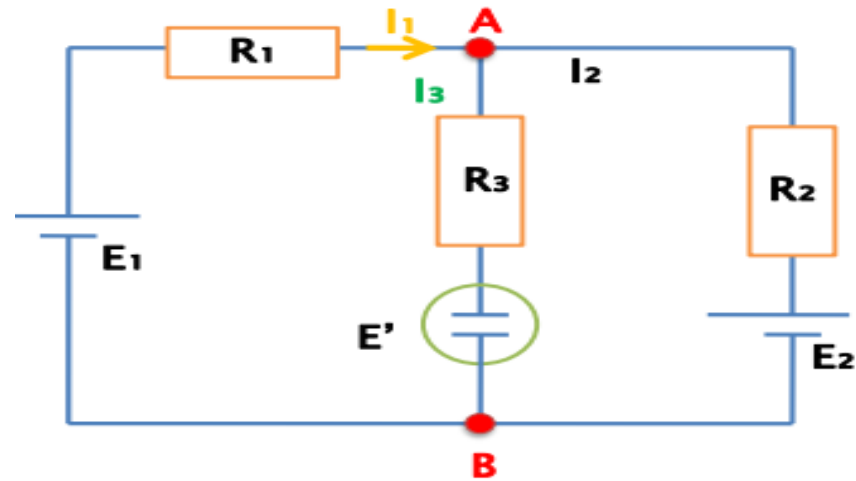
$$\text{Comme } I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \frac{V}{R} &= \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \frac{V}{R_4} \\
 \Rightarrow \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}
 \end{aligned}$$

METHODE DE KIRCHHOFF

**LOI DES NŒUDS ET LOI DES
MAILLES:**

Soit le réseau suivant :



Il contient :

- deux générateurs : $E_1 = 100 \text{ V}$, $E_2 = 30 \text{ V}$

Il contient :

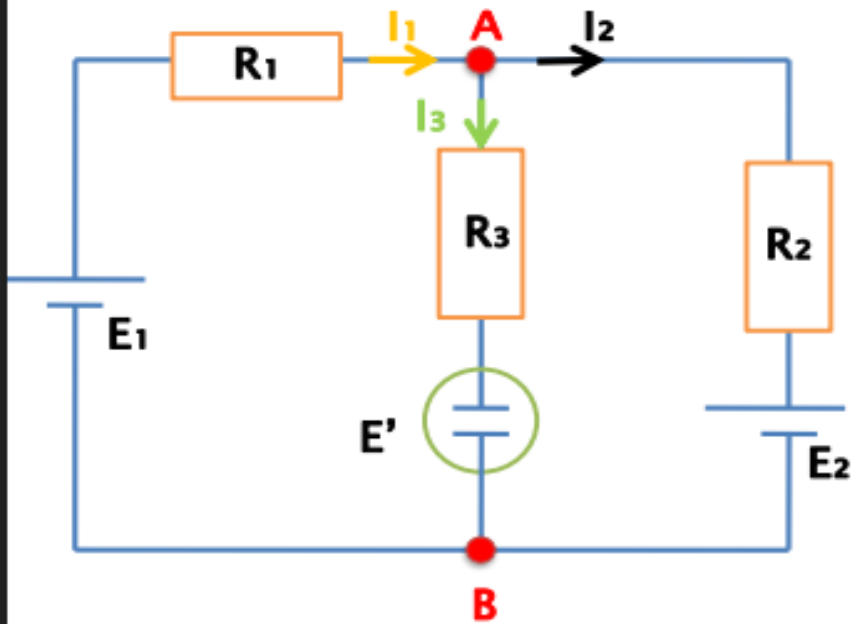
- deux générateurs : $E_1 = 100 \text{ V}$, $E_2 = 30 \text{ V}$
- un récepteur : $E' = 10 \text{ V}$
- Trois résistances : $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$.
- Trois courants : $I_1, I_2, I_3 = ?$

Essayons d'utiliser la méthode de Kirchhoff pour résoudre ce réseau.

1- Combien y'a-t-il de nœuds?

2- Combien y'a-t-il de branches?

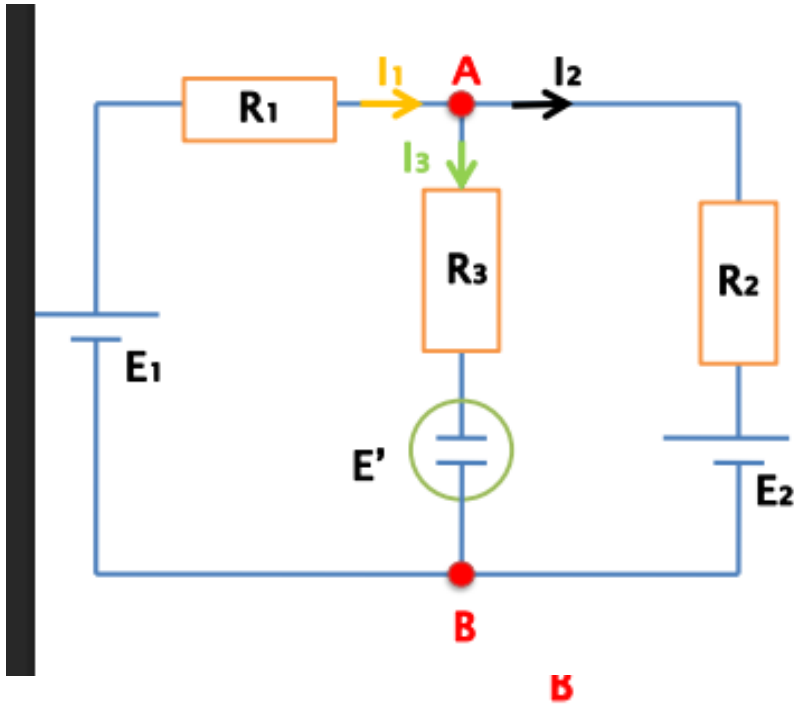
2- Combien y'a-t-il de mailles?



- 1) On choisit le **sens de parcours des courants au hasard** : c'est le calcul qui va nous permettre de trouver le sens réel des courants.

Après le calcul :

- Si $I > 0$: **courant positif**
 $\Rightarrow$ le **sens choisi** est le **bon sens**.
 $\Rightarrow$ le courant réel circule **dans ce sens**.
- Si $I < 0$: **courant négatif**
 $\Rightarrow$ le sens choisi **n'est pas le bon sens**.
 $\Rightarrow$ le courant réel circule dans le **sens contraire** à celui qu'on a choisi.



2) On applique les lois :

➤ Loi des nœuds :

- On cherche le **nombre de nœuds** pour déterminer le **nombre d'équations aux nœuds**.
- Pour **N nœuds**, le nombre d'équations = **$N - 1$**

Dans cet exemple :

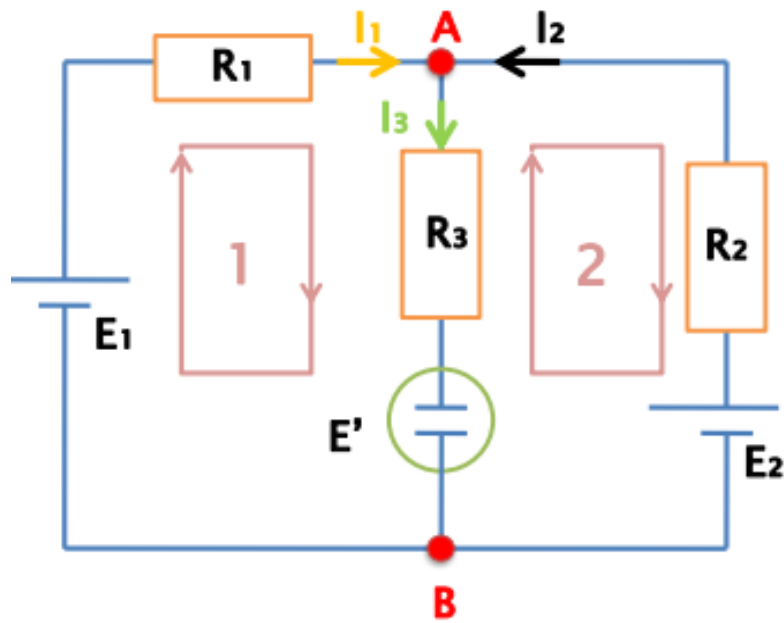
- **$N = 2$** $\Rightarrow$ nombre d'équations aux nœuds = **1**

- Au nœud A:

Les **courants** qui **entrent** en A : **I_1, I_2**

Les **courants** qui **sortent** de A : **I_3**

$$I_1 + I_2 = I_3 \dots\dots\dots(1)$$



Dans cet exemple :

- **B = 3** $\Rightarrow$ nombre d'équations aux mailles = **3 - 1 = 2**
- On choisit **au hasard** le **sens de parcourt de la maille**.

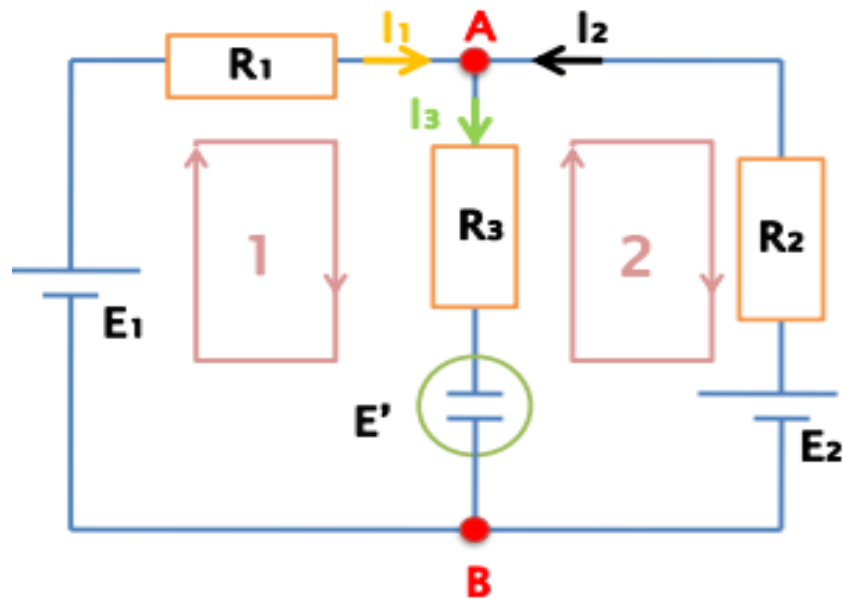
▪ Équations:

dans une maille : $\sum RI = \sum E$

C'est une somme algébrique

➤ Loi des mailles :

- On cherche le **nombre de mailles** pour déterminer le **nombre d'équations aux mailles**.
- Pour **B branches**, le nombre d'équations = **$B - (N - 1)$**



▪ Les courants et les tensions

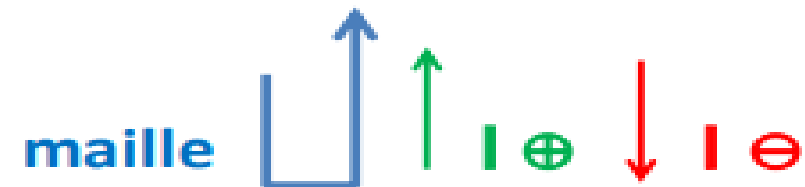
peuvent avoir un signe $\oplus$ ou $\ominus$
selon **leur sens** **par rapport** à
celui de la maille.

Conventions de signes

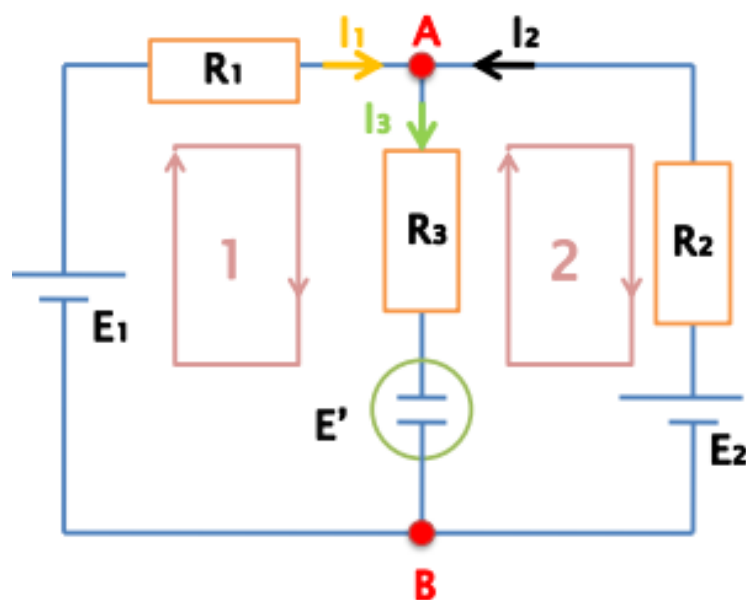
❖ Les courants: Dans une maille :

- $\sum RI = \sum E \Rightarrow$ C'est une
somme algébrique :

Exemple: le courant I :



ceci aux bornes de chaque
résistance.



Conventions de signes

❖ Générateur et récepteur: E et E' seront affectés du **signe de la borne de sortie** de la maille.

Exemple : **GENERATEUR**



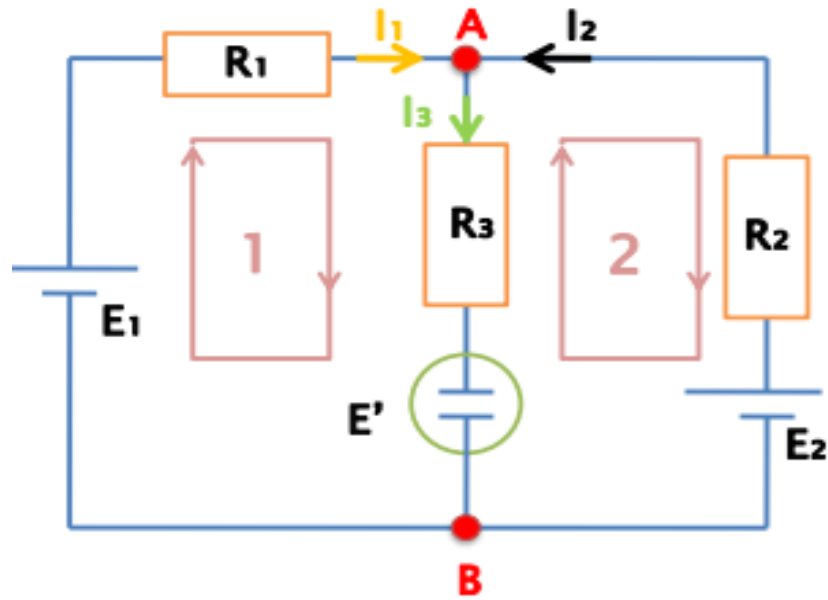
Maille sort de la borne positive.



Maille sort de la borne négative.

TOUJOURS:



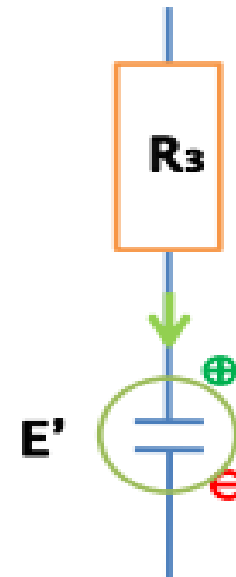


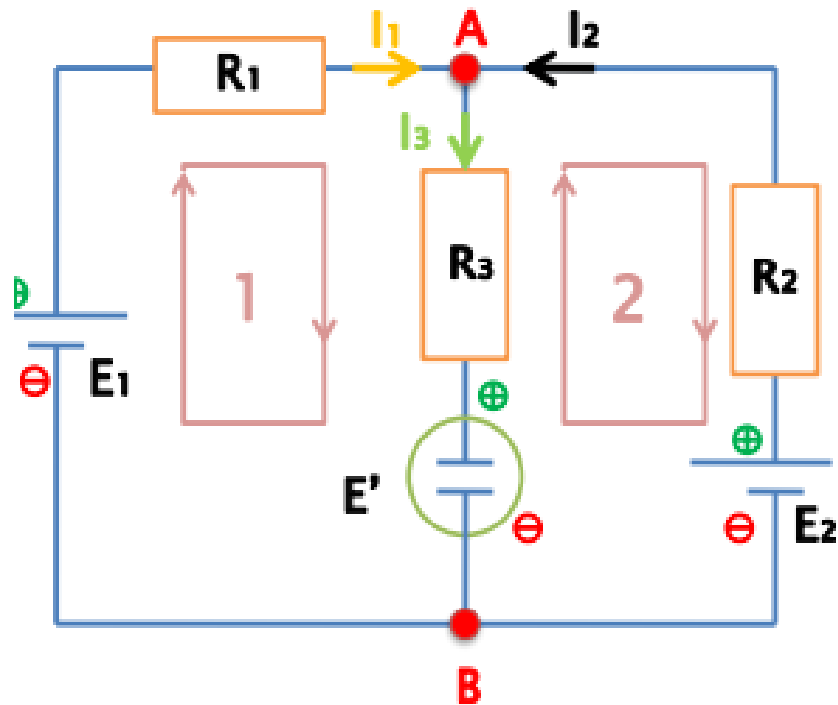
Conventions de signes

- ❖ Générateur et récepteur: E et E' seront affectés du **signe de la borne de sortie** de la maille.

Exemple : RECEPTEUR

La borne $\oplus$ $\Rightarrow$ borne d'entrée du courant.





On établit les équations:

- Nœud:

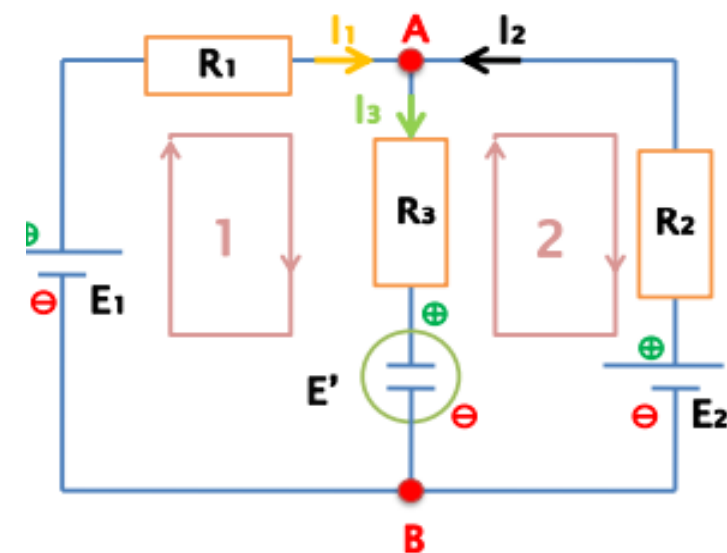
$$I_1 + I_2 = I_3 \dots\dots\dots(1)$$

- Maille 1:

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 = - E' + E_1 \dots\dots\dots(2)$$

- Maille 2:

$$- R_3 I_3 - R_2 I_2 = - E_2 + E' \dots\dots\dots(3)$$



$$I_1 + I_2 = I_3 \dots\dots\dots(1)$$

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 = -E' + E_1 \dots\dots\dots(2)$$

$$-R_3 I_3 - R_2 I_2 = -E_2 + E' \dots\dots\dots(3)$$

On a :

$$R_1 = 30 \, \Omega, R_2 = 20 \, \Omega, R_3 = 20 \, \Omega.$$

$$E_1 = 100 \, \text{V}, E_2 = 30 \, \text{V}, E' = 10 \, \text{V}.$$

On remplace :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 = I_3 \\ 30 I_1 + 20 I_3 = 90 \\ -20 I_3 - 20 I_2 = -20 \end{array} \right.$$

On simplifie et on aligne :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 I_1 + 1 I_2 - 1 I_3 = 0 \\ 3 I_1 + 0 I_2 + 2 I_3 = 9 \\ 0 I_1 + 1 I_2 + 1 I_3 = 1 \end{array} \right.$$

Méthode Cramer: (forme matricielle)

$$\begin{cases} 1\,l_1 + 1\,l_2 - 1\,l_3 = 0 \\ 3\,l_1 + 0\,l_2 + 2\,l_3 = 9 \\ 0\,l_1 + 1\,l_2 + 1\,l_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{On l'écrit sous forme matricielle}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{on calcule le déterminant de la matrice}$$

3 x 3

$$\Delta = -8$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (+1) \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \cdot (0 \cdot 1 - 1 \cdot 2) - 1 \cdot (3 \cdot 1 - 0 \cdot 2) - 1 \cdot (3 \cdot 1 - 0 \cdot 2)$$

$$\Delta = -8$$

Méthode Cramer: (forme matricielle)

$$\begin{cases} 1 I_1 + 1 I_2 - 1 I_3 = 0 \\ 3 I_1 + 0 I_2 + 2 I_3 = 9 \\ 0 I_1 + 1 I_2 + 1 I_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{On l'écrit sous forme matricielle}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{on calcule le déterminant } \Delta_1$$
$$\Delta_1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -16 \Rightarrow I_1 = \Delta_1 / \Delta = -16 / -8$$
$$I_1 = 2 \text{ A}$$

Méthode Cramer: (forme matricielle)

$$\begin{cases} 1 I_1 + 1 I_2 - 1 I_3 = 0 \\ 3 I_1 + 0 I_2 + 2 I_3 = 9 \\ 0 I_1 + 1 I_2 + 1 I_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{On l'écrit sous forme matricielle}$$

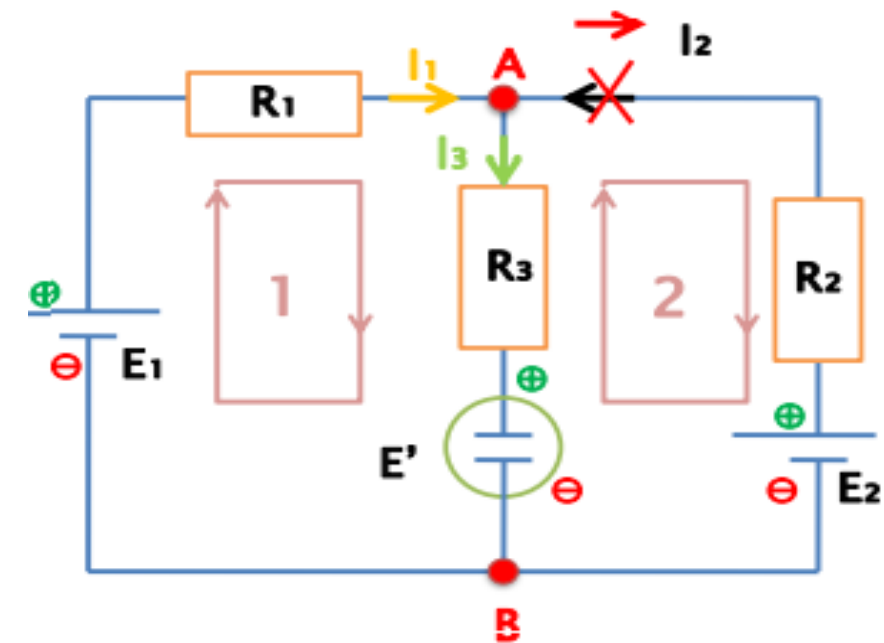
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{on calcule le déterminant } \Delta_2$$

$$\Delta_2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 9 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \Rightarrow I_2 = \Delta_2 / \Delta = 4 / -8$$
$$I_2 = -0,5 \text{ A}$$

Méthode Cramer: (forme matricielle)

$$\begin{cases} 1 I_1 + 1 I_2 - 1 I_3 = 0 \\ 3 I_1 + 0 I_2 + 2 I_3 = 9 \\ 0 I_1 + 1 I_2 + 1 I_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{On l'écrit sous forme matricielle}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{on calcule le déterminant } \Delta_3$$
$$\Delta_3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -12 \Rightarrow I_3 = \Delta_3 / \Delta = -12 / -8$$
$$I_3 = 1,5 \text{ A}$$



On a :

$$R_1 = 30 \, \Omega, R_2 = 20 \, \Omega, R_3 = 20 \, \Omega.$$

$$E_1 = 100 \, \text{V}, E_2 = 30 \, \text{V}, E' = 10 \, \text{V}.$$

On trouve :

$$I_1 = 2 \, \text{A}$$

$$I_2 = -0,5 \, \text{A}$$

$$I_3 = 1,5 \, \text{A}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \dots\dots\dots(1)$$

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 = -E' + E_1 \dots\dots\dots(2)$$

$$-R_3 I_3 - R_2 I_2 = -E_2 + E' \dots\dots\dots(3)$$

I_2 est négatif $\Rightarrow$ son sens n'est pas le bon $\Rightarrow$ on le change